GHEORGHE BUZDUGAN
—
ELENA MIHĂILESCU
—
MIRCEA RADEȘ

MĂSURAREA VIBRAȚIILOR

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

MĂSURAREA VIBRAȚIILOR

de

GHEORGHE BUZDUGAN,
membru corespondent al
Academiei Republicii Socialiste România

ELENA MIHĂILESCU

MIRCEA RADEȘ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
1979

TABLA DE MATERII

PREFAȚĂ

Cartea de față apare la 15 ani de la publicarea monografiei „Măsurarea vibrațiilor mecanice" de Gh. Buzdugan, prima lucrare de acest fel în literatura tehnică românească. In acest timp, dezvoltarea măsurării electrice a mărimilor mecanice şi mai ales a calculatoarelor numerice au dus la îmbunătățirea şi diversificarea metodelor de măsurare a vibrațiilor, astfel că această lucrare este considerabil diferită de cea anterioară.

Practica inginerească ridică probleme tot mai complexe, unele dintre ele neputînd fi încă rezolvate integral teoretic, altele— necesitînd o îmbinare strînsă a calculului analitic cu măsurările experimentale. Aproape că nu există domeniu al industriei, transporturilor sau construcțiilor în care măsurarea vibrațiilor *să nu fie indispensabilă în realizarea de produse sau maşini cu fiabilitate ridicată şi zgomot redus, vehicule sau clădiri cu grad mărit de confort şi rezistență la sarcini dinamice, cît şi pentru sporirea siguranței în exploatare şi obținerea de parametri maximi de funcționare.*

Lucrarea de față se adresează în primul rînd inginerilor de laborator şi de uzină, care prin specificul preocupărilor sînt interesați de problemele de vibrații ce apar la proiectarea, fabricația, montajul, întreținerea sau încercarea maşinilor şi utilajelor. Cartea este destinată atît celor ce abia se inițiază în tehnica măsurării vibrațiilor, cît şi celor familiarizați cu metodele de bază.

O descriere detaliată a aparaturii şi metodelor de măsurare a vibrațiilor depăşeşte scopul acestei cărți. Aparatura a cunoscut o dezvoltare spectaculoasă, de la instrumentele pur mecanice — folosite în urmă cu 30 de ani, la aparatele electrice analogice, iar în prezent – la aparatele numerice, cu performanțe excepționale privind precizia şi viteza de lucru. Tehnicile experimentale s-au dezvoltat corespunzător, de la metodele de analiză grafică a unor vibrograme sau curbe de răspuns în frecvență — la analiza modernă în „timp real", de la măsurarea şi analiza vibrațiilor armonice sau periodice — la măsurarea vibrațiilor tranzitorii şi aleatoare.

In lucrare se prezintă în special aparatura pentru măsurarea electrică analogică a vibrațiilor, care în prezent este cea mai folosită şi la prețuri mai mici ca aparatura numerică. In ceea ce priveşte metodele experimentale şi în special exemplele de măsurări de vibrații prezentate, ele sînt evident limitate, fiind legate direct de sfera de preocupări a autorilor.

In acest sens trebuie menționat că volumul de față sintetizează o parte din experiența dobîndită timp de peste 20 de ani de membrii catedrei de Rezistența materialelor de la Institutul politehnic Bucureşti, în cadrul lucrărilor efectuate în folosul producției. De asemenea, el este o urmare firească a cărții noastre „Vibrațiile sistemelor mecanice" publicată de Editura Academiei în 1975, în care se tratează bazele teoriei vibrațiilor.

Autorii consideră că au realizat o carte mai mult despre „ce se măsoară‘, şi „cu ce se măsoară", decît despre „cum se măsoară". Indemînarea practică în efectuarea unei măsurări se dobîndeşte cu timpul, cu experienţa, metodica de lucru îmbunătăţindu-se cu fiecare nouă problemă de rezolvat.

Particularităţile lucrului cu fiecare aparat sînt prezentate în prospectele şi fişele tehnice ale acestora sau în publicaţiile tehnice ale firmelor producătoare. In lucrare se prezintă doar principii generale şi metode cu cîmp larg de aplicare. De aici capitolele ce formează această carte: unele elemente din teoria vibraţiilor, efectele vibraţiilor şi limitele admisibile ale acestora, captori şi aparate folosite în tehnica măsurării vibraţiilor, vibratoare pentru încercări la vibraţii, montaje şi procedee de măsurare a vibraţiilor, metode de etalonare a sistemelor de măsură, exemple de măsurări de vibraţii.

AUTORII

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

1.1. Definiții

Vorbind despre vibrații mecanice, se pune, în mod firesc, întrebarea : care este definiția acestui gen de mișcare? Răspunsul este diferit, după sfera de cuprindere a noțiunii.

În sensul cel mai restrîns, ***vibrația armonică*** a unui punct material sau a unui rigid este mișcarea în care ***deplasarea*** variază în mod continuu, într-un sens și altul, de un număr nelimitat de ori, după legea armonică

$$x = x_0 \sin pt, \tag{1.1}$$

unde x reprezintă poziția mobilului la un moment dat, față de originea aleasă în centrul de oscilații, x_0 — amplitudinea mișcării, p — pulsația vibrației.

Într-o accepțiune mai largă, vibrația este o mișcare într-un sens și altul, care se reproduce *periodic* în timp, după o lege oarecare.

Sfera noțiunii se poate extinde mai departe, dînd numele de vibrații și mișcărilor amortizate, la care amplitudinea scade mereu, ecuația mișcării putînd avea, de exemplu, expresia

$$x = x_0 e^{-nt} \sin pt, \tag{1.2}$$

unde n este un coeficient care măsoară intensitatea amortizării. Tot vibrații sînt și mișcările instabile la care amplitudinea crește mereu cu timpul, exponentul din relația (1.2) fiind pozitiv.

Toate mișcările de felul celor citate, la care se poate scrie o expresie analitică a mișcării, constituie grupa *vibrațiilor deterministe*.

În opoziție cu acestea, mișcările la care deplasarea are o evoluție imprevizibilă în timp, deci nu poate fi exprimată analitic, poartă numele de *vibrații nedeterministe* sau *aleatoare*. Acestea se pot studia numai pe baza unor înregistrări de durată finită, numite *realizări* și a prelucrării statistice a rezultatelor ; ele sînt caracteristice în special vehiculelor rutiere și aeriene.

Pentru sisteme liniare cu mase concentrate, P.K. Stein [1] definește vibrația printr-o „relație liniară, specifică sistemului și elementelor sale, între derivatele sau integralele de ordinul n ale deplasărilor, observate într-un punct caracteristic al structurii".

Se consideră sistemul liniar cu un singur grad de libertate, excitat printr-o forță armonică și avînd amortizare vîscoasă (fig. 1.1 *a*). Izolînd masa m (fig. 1.1*b*), asupra ei acționează forța excitatoare $\bar{F}$, forța de inerție $\bar{F}_i = -m\ddot{x}$, forța de amortizare $\bar{F}_c = -c\dot{x}$ și forța elastică $\bar{F}_e = -kx$, care își fac echilibrul dinamic arătat în figura 1.1,*c*. Vibrația, o variație continuă a deplasării x și a derivatelor sale $\dot{x}$, $\ddot{x}$, reprezintă un joc continuu al acestor forțe, mereu în echilibru. Unghiul de fază θ, între forța excitatoare și deplasare, diferă în funcție de raportul ω/p între

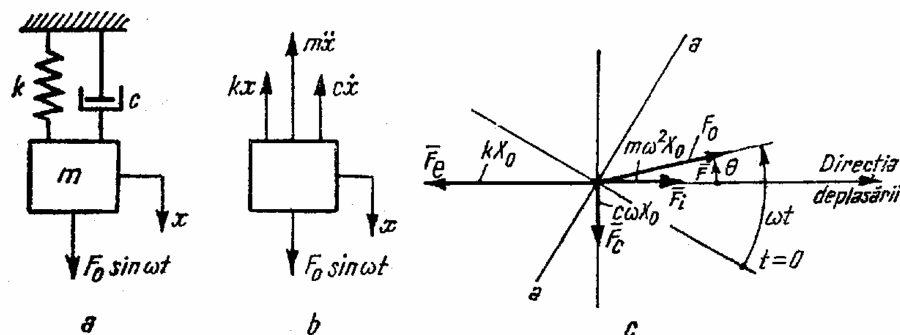


Fig. 1.1

pulsația excitatoare și cea proprie. Pentru cele trei situații posibile — excitație sub rezonanță, deasupra ei și la rezonanță — diagrama vectorială ia formele din figura 1.2.

Problema esențială în studiul vibrațiilor este de a se cunoaște mișcarea unui sistem pentru o anumită excitație. Se zice că se studiază *răs-*

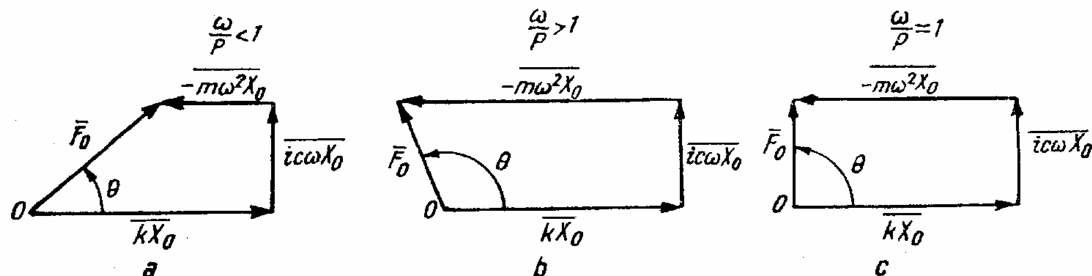


Fig. 1.2

punsul sistemului, adică mărimea de ieșire, corespunzătoare la o *excitație* (numită și mărime de intrare) dată. Atît excitația cît și răspunsul pot fi date, după caz, prin mărimi cinematice — deplasări, viteze, accelerații — sau prin forțe.

1.2. Scopul măsurărilor de vibrații

În epoca modernă, studiile de vibrații devin tot mai frecvente, hotărîtoare pentru numeroase mașini, vehicule, construcții.

Realizarea de mașini și vehicule tot mai ușoare, de puteri tot mai mari, cu viteze tot mai mari, face ca spectrul frecvențelor excitatoare să

se interpătrundă tot mai mult cu cel al frecvenţelor proprii, deci vibraţiile cu caracter dăunător să devină tot mai frecvente. Tehnica modernă a imaginat şi o serie de instalaţii în care se produc în mod voit vibraţii, în scopuri tehnologice: vibratoare de beton, maşini de compactat solul, vibro-percutoare, transportoare, site vibrante, maşini de încercat la oboseală etc.

Sînt însă puţine sistemele oscilante la care studiul vibraţiilor poate fi făcut integral pe cale teoretică: corpuri masive ce prezintă anumite simetrii, sisteme cu mase concentrate, bare drepte, plăci plane etc. Cînd este vorba de o maşină sau construcţie de formă complexă, modelul matematic ales poate duce la rezultate mult depărtate de realitate. În asemenea cazuri, singura soluţie este *măsurarea vibraţiilor.*

În tehnica măsurării, problema se poate pune în trei feluri [2]:

a. Măsurarea nivelelor vibraţiilor, sau a *mărimilor de ieşire* şi compararea lor cu anumite *valori standard.* Astfel, dacă se măsoară vibraţiile unui element elastic, se pot deduce tensiunile care se produc şi ca urmare se poate preciza dacă există sau nu pericol de rupere prin oboseală. Măsurarea vibraţiilor unor maşini şi instalaţii — pe fundaţii, pe lagăre, pe conducte — furnizează elemente cantitative ce se pot compara cu normele pentru valori admisibile, din punctul de vedere al confortului omului, al bunei funcţionări a maşinilor sau al siguranţei construcţiilor. Tot în această grupă intră măsurările de trepidaţii, produse de explozii în vecinătatea construcţiilor, ca şi măsurările prospective făcute pe terenurile sau în clădirile unde se vor instala aparate sensibile la vibraţii.

b. Atunci cînd comportarea sistemului la o excitaţie dată poate fi studiată prin calcul, se recurge la măsurări pentru *determinarea forţelor aplicate*, deci a *mărimilor de intrare.* Astfel, măsurînd forţele perturbatoare produse de o maşină, se poate proiecta *izolarea activă* a acesteia; măsurînd trepidaţiile pardoselii unui atelier, se poate calcula sistemul de *izolare pasivă* al unui aparat. Tot astfel, măsurînd neregularităţile unui drum, se obţin indicaţii pentru proiectarea corectă a suspensiei vehiculelor.

c. În fine, a treia categorie de măsurări este cea făcută în laborator, excitînd sistemul cu forţe cunoscute, de obicei armonice şi măsurînd vibraţiile produse. În asemenea probleme, se cunosc — sau se măsoară — mărimile de intrare şi de ieşire. Din compararea lor, rezultă *caracteristicile dinamice ale sistemului.* Prin acest studiu se urmăresc:

— identificarea frecvenţelor proprii şi a formei modurilor proprii de vibraţie;

— măsurarea caracteristicilor dinamice ale sistemului: amortizări, rigidităţi, mase echivalente;

— compararea valorilor calculate ale răspunsului cu cele măsurate, pentru a aprecia corectitudinea modelului matematic folosit;

— stabilirea unui model matematic al structurii analizate, în scopul unei analize ulterioare prin simulare.

În ce priveşte excitaţiile, se folosesc forţe armonice, unde dreptunghiulare sau semisinusoidale, şocuri de durată foarte scurtă, precum şi excitaţii pe bază de program, deterministe sau aleatoare.

Este de subliniat că în ce priveşte măsurările de *nivele* de sub *a*) şi *b*), se determină *mărimi absolute*, deci este necesară etalonarea cît mai precisă. Din contra, la măsurările de sub *c*), unde se determină *caracteristici* ale sistemului oscilant, se poate lucra cu *mărimi relative*, etalonarea nefiind întotdeauna necesară.

O primă problemă, ce precede măsurarea, este alegerea mărimilor cele mai caracteristice ale vibrațiilor, precum și a locurilor unde trebuie determinate.

Apreciind limitele în care aceste mărimi variază — amplitudini, frecvențe — ca și posibilitățile de amplasare a instrumentelor, se procedează la alegerea aparatelor de măsură : captori și aparate pentru amplificarea, vizualizarea, înregistrarea semnalelor obținute.

În funcție de scopul urmărit, se procedează apoi la prelucrarea și analizarea rezultatelor măsurărilor.

1.3. Componentele echipamentului de măsură

Schematic, lanțul de măsurare a vibrațiilor mecanice, prin aparate electrice analogice, corespunde figurii 1.3 : de la *structura în vibrație*, mișcarea vibratorie (sau forța) este preluată de un *captor de vibrații*, care produce un semnal electric ; acest semnal este transmis unor aparate de

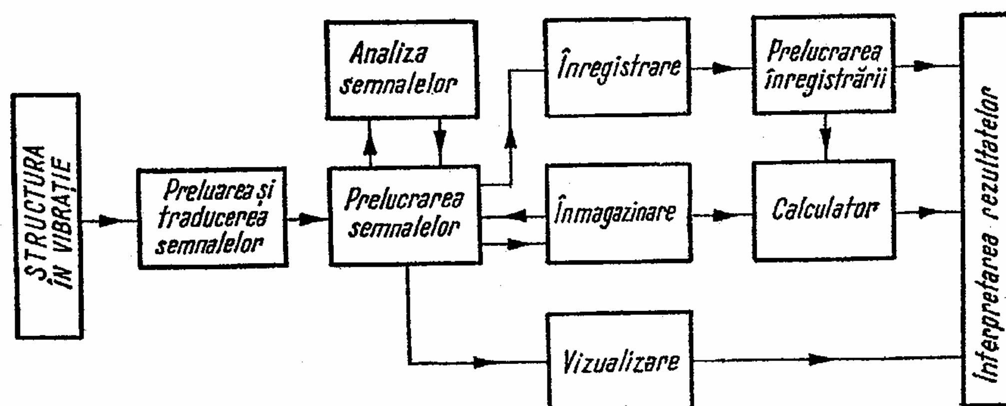


Fig. 1.3

prelucrare și *analiză*, care îl amplifică pînă la o valoare necesară pentru înregistrare și care extrag din el mărimile care prezintă interes pentru experimentator ; ulterior, semnalul emis de aceste aparate este fie *măsurat* cu ajutorul unor aparate cu citire directă, fie *înregistrat* — sub forma unui document, fie *înmagazinat* și apoi introdus în *calculator* pentru obținerea unor date utile *interpretării* finale.

Această *schematizare* a procesului de măsurare, respectiv această *compartimentare a aparaturii* pe baza criteriului funcțional, permite o largă varietate de combinații, ceea ce mărește mult eficiența echipamentului de măsură.

În tehnica veche, întreaga aparatură era concentrată într-o singură unitate — *aparatul de măsurat vibrații*. Acesta putea servi unui singur scop : pus în legătură cu obiectul de măsurat, el furniza rezultatul, prin *indicația* pe o scală gradată sau sub forma unei *vibrograme*.

Extinderea metodelor de *măsurare electrică a mărimilor mecanice*, realizare a ultimelor decenii, a permis o largă dezvoltare a metodelor de măsurare a vibrațiilor.

În ceea ce privește *captorul de măsurat vibrații*, element de bază în tehnica măsurării vibrațiilor, se va face distincție între :

— *traductorul de măsură* — element component al captorului, în care se realizează procesul fizic de conversie a variației mărimii mecanice (deplasare, viteză, accelerație, forță) în variație a unei mărimi electrice;

— *captorul* — ansamblu constructiv care, în afară de traductor, conține încă o serie de elemente, făcînd posibilă prelucrarea semnalului și transmiterea lui (v. cap. 4).

Înțelegînd prin *aparat de măsură a vibrațiilor* fie un aparat compact, fie un ansamblu format din captori și aparate electrice adecvate, se pot face diferite *clasificări:*

a. *După legătura mecanică între obiectul de măsurat și aparat:* aparate cu contact și aparate fără contact.

b. *După modul de citire a rezultatului măsurării:* aparate cu lectură vizuală și aparate înregistratoare.

c. *După principiul fizic* folosit în măsurare : aparate mecanice, optice, acustice, electrice.

d. *După mărimea de măsurat:* frecvențmetre, vibrometre, vitezometre, accelerometre, torsiometre, tahometre, fazmetre, dinamometre, manometre. Cînd aparatul este înregistrator, sufixul *metru* se înlocuiește prin *graf:* vibrometru → vibrograf.

e. *După valoarea numerică* a mărimii măsurate, sînt mai multe *categorii* de aparate. Pentru vibrometre, există șapte categorii, arătate în tabela 1.1.

TABELA 1.1

Categorii de vibrometre

Categoria	Amplitudinea măsurată, mm
I	sub 0,001
II	0,001 ...0,01
III	0,01 ... 0,1
IV	0,1 ... 1
V	1 ... 5
VI	5 ... 25
VII	peste 25

f. *După principiul constructiv*, aparatele pot fi : cu măsurare directă, seismice, balistice.

g. *După tipul de date cu care lucrează* se disting : aparate analogice și aparate numerice.

Denumirile de mai sus vor fi întîlnite, cu diferite ocazii, în expunerea ce urmează.

O funcție principală a *aparatelor de prelucrare a semnalelor* este *amplificarea*, folosită mai ales atunci cînd înregistratoarele necesită semnale de intrare de nivel mai mare decît cele furnizate direct de captori. *Multiplexarea* se utilizează cînd numărul canalelor înregistratorului este mai mic decît numărul semnalelor ce trebuie înregistrate simultan.

Dacă informația ce trebuie înregistrată este conținută în amplitudinea unui semnal electric de curent alternativ, iar înregistratorul lucrează doar cu semnale de intrare de curent continuu, este necesară *rectificarea*. Cînd traductorul produce un semnal de curent continuu proporțional cu mărimea fizică măsurată și se dispune, de exemplu, de un înregistrator cu bandă magnetică care nu poate înmagazina cu fidelitate semnale de curent continuu, este necesară *modularea* semnalului. Pentru a mări domeniul de funcționare liniară a aparaturii, în special la frecvențe joase,

după captori cu traductori capacitivi sau piezoelectrici se montează *preamplificatoare*, care realizează şi o *adaptare de impedanţă*, transformînd impedanţa de ieşire de valoare mare a captorului, într-una mai mică, deci convenabilă pentru măsurare şi analiză. În afara acestora, aparatele de prelucrare a semnalelor mai execută *integrare*, *multiplicare*, *filtrare*, *eşantionare*, *codificare*, *mediere* etc. (v. cap. 5).

Informaţia obţinută în urma transformării şi *analizei* semnalelor poate fi *vizualizată*, folosind osciloscoape şi aparate indicatoare cu scală gradată sau afişaj numeric, poate fi *înregistrată* pe hîrtie, pe film sau pe bandă magnetică, eventual *înmagazinată* pe bandă perforată sau disc, în vederea introducerii pe calculator (v. cap. 5).

În cazul utilizării unor analizoare de frecvenţă numerice, sau folosirii unui calculator numeric, în lanţul de măsurare se introduc *convertoare analog-numerice* şi *numeric-analogice*, *filtre „anti-aliasing"* a căror frecvenţă de tăiere este corelată cu frecvenţa de eşantionare, *memorii „ciclice"* pentru realizarea translaţiei în frecvenţă a datelor, *circuite de ponderare* de tip ferestre Hanning, *circuite de mediere* etc.

În afara echipamentului de măsură propriu-zis, se mai utilizează montaje şi *instalaţii pentru producerea vibraţiilor* care conţin ca elemente de bază *generatoare de semnal*, *amplificatoare de putere* şi *vibratoare electrodinamice* sau *electrohidraulice* (v. cap. 6).

De asemenea, montajele uzuale mai conţin surse de alimentare, transformatoare de măsură, stabilizatoare de tensiune, tahometre, frecvenţmetre, baze de timp, cronometre etc.

1.4. Mărimi mecanice măsurate

Mişcarea vibratorie (liniară sau unghiulară) a unui punct al unei structuri (maşină, clădire, fundaţie) sau a unui element al acesteia poate fi definită prin deplasare, viteză, acceleraţie, acceleraţie de ordinul doi („jerk") sau deformaţie specifică dinamică. În afara acestora, pentru determinarea caracteristicilor de răspuns dinamic ale unei structuri se mai fac măsurări de forţe, cupluri şi presiuni.

La mişcările în regim armonic, între deplasarea x, viteza $\dot{x}$ şi acceleraţia $\ddot{x}$, există relaţia simplă

$$|\ddot{x}| = \omega|\dot{x}| = \omega^2|x|,$$

unde ω este pulsaţia mişcării armonice.

Principial, toate cele trei mărimi conţin aceeaşi cantitate de informaţie, deci s-ar părea că este indiferent care dintre cele trei cantităţi se măsoară, ele deducîndu-se una din alta prin integrare sau derivare în timp. Totuşi, recent s-a observat că vibraţiile produse de multe maşini au un spectru de frecvenţe cu componente de viteză relativ constantă pe un domeniu larg de frecvenţe pînă la 1 kHz (fig. 1.4*a*), recomandîndu-se deci ***măsurarea vitezei***.

Măsurarea deplasării (fig. 1.4*b*) pune accent pe componentele de frecvențe joase ale vibrației, corespunzînd în general turației de lucru a mașinilor. Componentele de frecvență înaltă, care joacă un rol important în siguranța în funcționare și deci în întreținerea preventivă a mașinii, fiind corelate cu zgomotul produs de mașină și uzura acesteia, nu sînt luate în considerație, ceea ce poate duce la concluzii eronate asupra calității mașinii.

Invers, *măsurarea accelerației* (fig. 1.4*c*) pune accent pe componentele de frecvențe înalte, subestimîndu-le pe celelalte [3].

În figura 1.5 se arată dependența de frecvență a amplitudinii deplasării, vitezei și accelerației, pentru semnale sinusoidale (în coordonate logaritmice).

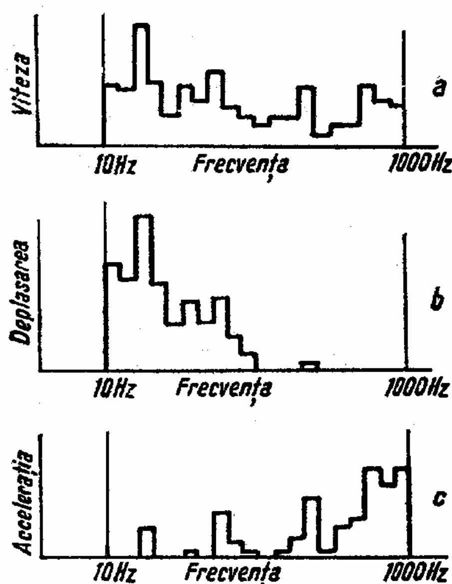


Fig. 1.4

În cazul unei viteze de 6 mm/s, la 1 000 Hz, nivelul deplasării este de 1 μm și semnalul dat de captorii de deplasări dispare în zgomotul de fond al majorității sistemelor de măsură existente în comerț. Într-un caz extrem, viteza de 6 mm/s la frecvența de 10 kHz corespunde unei accelerații de 400 m/s^2, deci la aproximativ 40*g*, și unei deplasări de numai 0,1 μm. Sub 20 Hz, amplitudinea deplasării necesară pentru a produce un semnal de accelerație ușor identificabil este atît de mare încît periclitează integritatea mecanică a captorilor.

Se recomandă astfel măsurarea cu captori de deplasări în domeniul 0—1 000 Hz, cu captori de viteze — de la 10 la 2 500 Hz, și cu captori de accelerații — de la 20 Hz pînă peste 20 kHz, stabilindu-se limita inferioară a măsurării amplitudinii accelerațiilor 0,4 m/s^2, iar cea a deplasărilor — 2 μm [4].

În dezvoltarea recentă a aparatelor de măsură se observă tendința extinderii *măsurării accelerației* și în domeniul frecvențelor joase. Aceasta este facilitată de dezvoltarea amplificatoarelor de sarcină, care extind domeniul de funcționare liniară a aparaturii la frecvențe joase și de fabricarea unor noi tipuri de accelerometre de mare sensibilitate.

În unele situații, alegerea mărimilor măsurate este dictată de spațiul disponibil pentru montarea captorilor. Astfel, la studiul vibrațiilor de răsucire ale unui arbore se poate opta între montarea unor traductori tensometrici rezistivi pe arbore, cu inelele colectoare respective, deci măsurarea momentului de torsiune și montarea unui captor de deplasări unghiulare la capătul arborelui, dacă acesta este accesibil.

Alte considerente privind alegerea captorilor și deci, implicit, a mărimii măsurate, se fac în capitolul 4.

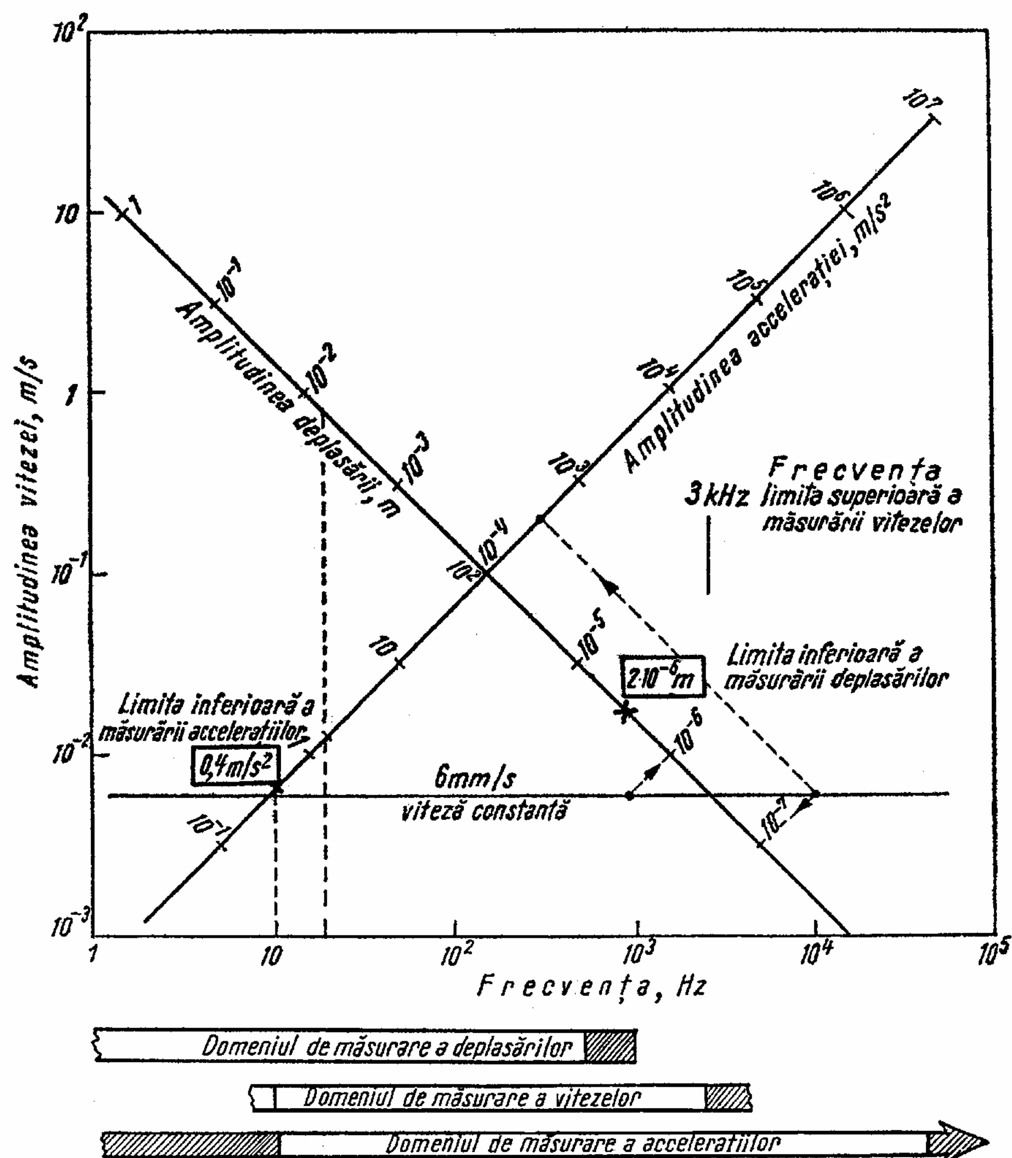


Fig. 1.5

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 1

1. STEIN, P. K., *Measurement Engineering*, Imperial Litho Phoenix, Arizona, 1965.
2. HOLZWEISSIG, F., MELTZER, G., *Meßtechnik der Maschinendynamik*, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1973.
3. * * * *Introduction aux vibrations*, Brüel & Kjaer Conférence No. 80 (Nov. 1974).
4. BORHAUG, J.E., MITCHELL, J.S., *Applications of spectrum analysis to onstream condition monitoring and malfunction diagnosis of process machinery*, *Proc. First Turbomachinery Symposium*, Gas Turbine Laboratories, Texas, A &M University, College Station, Texas, 150—162 (1972).

CAPITOLUL 2

ELEMENTE DE TEORIA VIBRAȚIILOR

2.1. Clasificarea vibrațiilor

Vibrațiile mecanice pot fi clasificate după diferite criterii și anume :

a. După cum excitațiile, ca și parametrii cinematici ai mișcării — deplasări, viteze, accelerații — pot fi, sau nu, exprimați prin anumite relații matematice, care să arate desfășurarea lor în timp, vibrațiile sînt : *deterministe* și *aleatoare*.

b. După *variația în timp a parametrilor cinematici*, vibrațiile deterministe pot fi : *periodice* și *neperiodice*. Vibrația armonică este aceea la care deplasarea, viteza și accelerația se exprimă prin o singură funcție „sin" sau „cos".

c. La rîndul lor, *după caracterul matematic al ecuațiilor diferențiale* care exprimă mișcarea, vibrațiile pot fi : *liniare* și *neliniare*.

d. După *numărul de mase*, sau de puncte materiale ale căror mișcări trebuie studiate în timpul vibrației, se disting : *sisteme cu număr finit de grade de libertate* și sisteme cu număr infinit, sau *sisteme continue*. Un caz particular, pe care se clădește întreaga teorie a vibrațiilor, este *sistemul cu un singur grad de libertate*.

e. După traiectoriile pe care se deplasează punctele sistemului oscilant, vibrațiile pot fi *de translație* și *de rotație*.

f. După *cauza* care produce sau întreține mișcarea vibratorie, se disting : *vibrații libere*, produse de un șoc sau o deplasare inițială ; vibrații *forțate*, întreținute de o cauză exterioară, periodică ; vibrații *parametrice*, datorite variației, cauzată din exterior, a unui parametru al sistemului ; vibrații *autoexcitate*, provocate de o cauză interioară, în prezența unei surse exterioare de energie furnizate sistemului în mod uniform.

g. În fine, sistemele oscilante mai pot fi împărțite în *conservative* și *disipative*. La primele — caz ideal — vibrația declanșată de un impuls continuă la infinit ; la celelalte, au loc *amortizări*, caracterizate prin transformări ireversibile ale energiei.

2.2. Mărimi caracteristice ale vibrațiilor

În studiul vibrațiilor intervine un mare număr de mărimi, oricare dintre ele putînd fi obiect al unei măsurări, directe sau indirecte.

În tabela 2.1 se arată unele mărimi ale căror simboluri sau dimensiuni diferă, după cum mișcarea este de translație sau de rotație.

Alte mărimi care intervin în studiul vibrațiilor sînt: timpul, t, s; pulsația, p, s^{-1}; frecvența, f, Hz; perioada, $T = \frac{1}{f}$, s; faza θ, rad.

TABELA 2.1

Mărimi analoge la sisteme oscilante în translație și rotație

Vibrații de translație				Vibrații de rotație			
Denumirea mărimii	Simbolul	Relația de definiție	Unitatea de măsură	Denumirea mărimii	Simbolul	Relația de definiție	Unitatea de măsură
Masă	m		kg	Moment de inerție	J		$kg.m^2$
Constantă elastică	k		N/m	Constantă elastică	k		N.m
Coeficient de amortizare	c		N.s/m	Coeficient de amortizare	c		N.s.m
Forță	F		N	Cuplu	M, C		N.m
Forță elastică		kx	N	Cuplul forțelor elastice		$k\varphi$	N.m
Forță rezistentă		$c\dot{x}$	N	Cuplul forțelor rezistente		$c\dot{\varphi}$	N.m
Forță de inerție		$m\ddot{x}$	N	Cuplul forțelor de inerție		$J\ddot{\varphi}$	N.m
Deplasare	x		m	Deplasare unghiulară	φ		rad
Viteză	$\dot{x}, v$		m/s	Viteză unghiulară	$\dot{\varphi}$		s^{-1}
Accelerație	$\ddot{x}, a$		m/s^2	Accelerație unghiulară	$\ddot{\varphi}$		s^{-2}

2.2.1. Mărimi care descriu forma de undă a semnalului

Primele tehnici experimentale de măsurare a vibrațiilor au permis vizualizarea și înregistrarea desfășurării în timp a fenomenelor. S-au obținut astfel „vibrogramele", care pentru o mișcare deterministă armonică sau pentru o mișcare periodică, provenită din suprapunerea cîtorva componente armonice (maximum 4. . . ,5), dau informații complete despre mișcarea vibratorie.

În figura 2.1 se redau vibrogramele pentru diferite tipuri de vibrații: figura 2.1 *a* — mișcare armonică întreținută; figura 2.1 *b* — mișcare armonică amortizată; figura 2.1 *c* — mișcare periodică; figura 2.1 *d* — mișcare aleatoare.

Apare evident că la primele trei tipuri de mișcări este suficientă precizarea mărimilor care definesc forma de undă a semnalului: *amplitudinea* x_{max} a mărimii măsurate, *perioada* mișcării T sau *pseudo-perioada* T_1, *frecvența* f. În ce privește amortizarea mișcării, există mai multe moduri de a o exprima numeric, cum ar fi:

Raportul de amortizare, sau *fracțiunea din amortizarea critică*, $\zeta = c/c_c$, unde c este coeficientul de amortizare vîscoasă efectiv, iar c_c — coefi-

cientul de amortizare critică, pentru care mişcarea devine aperiodică. La sistemul liniar, cu un singur grad de libertate, acest coeficient are expresia

$$c_c = \sqrt{4\,km} = 2\,p\,m, \tag{2.1}$$

mărimile k, m, p fiind definite anterior.

Decrementul logaritmic al amortizării este

$$\Delta = \frac{\pi c}{m\sqrt{p^2 - n^2}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \tag{2.2}$$

unde $n = c/2m$, iar celelalte mărimi sînt cunoscute. La sisteme cu amortizare slabă, unde n este neglijabil în comparaţie cu p ($\zeta << 1$)

$$\Delta = \frac{\pi c}{\sqrt{km}} = 2\pi\zeta. \tag{2.3}$$

O informaţie globală asupra nivelului semnalului se obţine măsurînd:

— *valoarea medie* absolută, definită prin relaţia

$$x_m = \frac{1}{T}\int_0^T |x|\,dt; \tag{2.4}$$

— *valoarea eficace,* sau *rădăcina medie pătratică*

$$x_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2\,dt.} \tag{2.5}$$

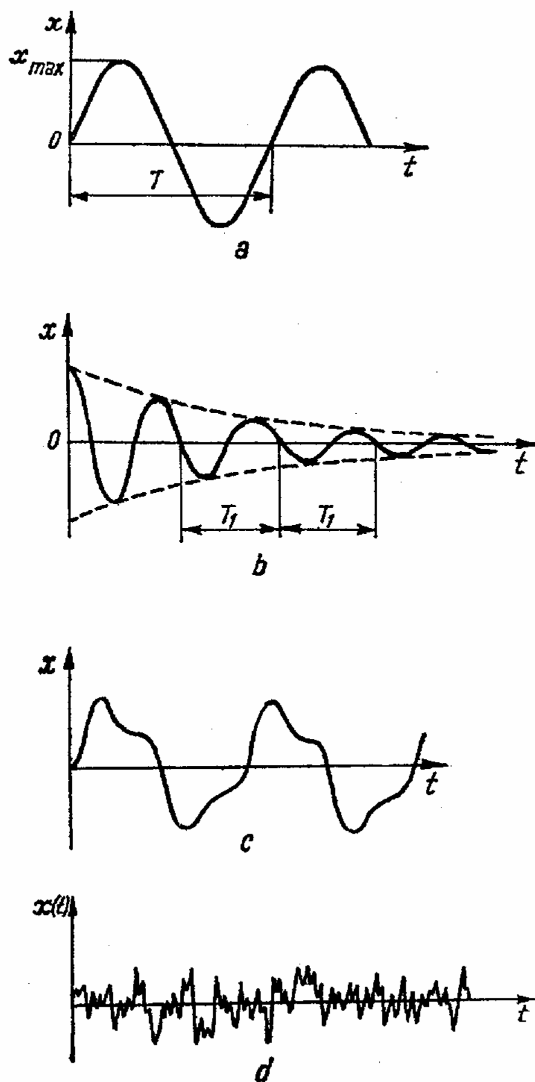


Fig. 2.1

La vibraţia armonică există relaţiile

$$x_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,x_{max} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\,x_m = 1{,}11\,x_m,$$

$$x_m = \frac{2}{\pi}\,x_{max} = 0{,}636\ x_{max} = 0{,}9\,x_{ef}.$$

La această mişcare este suficient să fie măsurată oricare din aceste mărimi, indiferent. Nu acelaşi lucru se întîmplă la vibraţiile periodice, unde nu mai există rapoartele suscitate.

2.2.2. Funcții de corelație

Interpretarea practică a vibrogramelor este dificilă și neconcludentă în cazul mișcărilor periodice complexe sau în cazul mișcărilor aleatoare. Din acest motiv a fost necesară perfecționarea tehnicilor experimentale și implicit perfecționarea aparaturii de măsură.

S-a dezvoltat astfel *metoda corelării semnalelor*, adică determinarea *funcției de autocorelație* (a unui semnal cu el însuși) și/sau a *funcției de intercorelație* a două semnale. Definiția matematică a acestor funcții este dată de următoarele expresii:

— funcția de autocorelație pentru un semnal $x(t)$

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, x(t-\tau)\, \mathrm{d}t\,; \tag{2.6}$$

— funcția de intercorelație pentru semnalele $x(t)$ și $y(t)$

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\; y(t-\tau)\; \mathrm{d}t. \tag{2.7}$$

Reprezentarea grafică a valorilor $R_{xx}(\tau)$ și $R_{xy}(\tau)$ în funcție de τ formează *corelograme* ale proceselor vibratoare considerate.

Funcția de autocorelație este reală, pară, avînd un maxim pentru $\tau = 0$, egal cu valoarea medie pătratică a funcției $x(t)$

$$R_{xx}(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\; \mathrm{d}t = \overline{x^2(t)}. \tag{2.8}$$

Pentru valori mari ale lui τ, funcția de autocorelație tinde către pătratul valorii medii a funcției $x(t)$

$$R_{xx}(\infty) = [\overline{x(t)}]^2.$$

Funcția de corelație a unui semnal de tip zgomot alb (avînd o densitate spectrală a valorii medii pătratice constantă pe toată gama frecvențelor) este de forma unui impuls unitate, adică este nulă pentru orice valoare diferită de zero a decalajului τ.

Funcția de intercorelație a două semnale independente este nulă.

În cazul determinării experimentale a funcțiilor de corelație, durata T (din relațiile 2.6 și 2.7) devine o mărime finită, care, în funcție de natura semnalelor, trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

— la corelarea unui semnal periodic, este egală cu perioada acestuia sau cu un număr întreg de perioade, pentru a nu introduce erori de estimare;

— în cazul corelării semnalelor aleatoare, durata realizărilor considerate este impusă de eroarea de estimare acceptată (v. § 2.3).

Funcția de autocorelație a semnalelor tranzitorii

$$R_{xx}(\tau) = \int_0^T x(t)\, x(t-\tau)\, \mathrm{d}t \tag{2.9}$$

se obține fără a mai efectua împărțirea la durata de integrare, întrucît media în timp ar tinde către zero dacă timpul de observație ar crește.

Prin definiție, funcția de intercorelație a două semnale tranzitorii este

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^T x(t)\, y(t-\tau)\, \mathrm{d}t. \tag{2.10}$$

Funcțiile de corelație ale semnalelor periodice păstrează periodicitatea semnalelor corelate. Dacă două semnale $x(t)$ și $y(t)$ sînt periodice, de perioade diferite, funcția de intercorelație este de asemenea periodică, avînd o perioadă egală cu cea a „bătăilor" obținute prin compunerea celor două semnale.

Proprietățile arătate mai sus sînt deosebit de utile în cazul măsurării semnalelor periodice sau al măsurării semnalelor aleatoare „amestecate" cu semnale periodice.

2.2.3. Reprezentarea semnalelor în domeniul frecvențelor

Așa cum rezultă din figura 2.1,*a*, frecvența unui semnal armonic se poate determina pornind de la vibrograma înregistrată $\left(f = \dfrac{1}{T}\right)$. Pentru semnale obținute prin suprapunerea unui număr mare de vibrații armonice, acest lucru nu mai este posibil. De aici a apărut necesitatea de a se introduce funcții care să exprime direct conținutul în frecvențe al unui semnal; astfel s-a dezvoltat tehnica experimentală de *analiză în frecvență* (analiza spectrală) și aparatele adecvate, numite sintetic „analizoare de frecvență".

2.2.3.1. *Analiza în frecvență a semnalelor periodice.* Mișcările periodice, dacă satisfac condiția lui Dirichlet, pot fi reprezentate printr-o sumă finită sau infinită de armonice, rezultate prin dezvoltarea în serie Fourier a funcției respective.

Dezvoltarea în serie Fourier a unei funcții periodice $x(t)$ se scrie sub forma

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_n t}, \quad \omega_n = n\omega_0. \tag{2.11}$$

Coeficienții c_n sînt dați de relația

$$c_n\,(\mathrm{i}\omega_n) = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_n t}\, \mathrm{d}t, \tag{2.12}$$

unde T_0 este perioada fundamentală.

Graficul $|c_n(\mathrm{i}\omega_n)|$ se numește *spectrul de frecvențe* al funcției $x(t)$; pentru funcții periodice acesta este un spectru de linii, discret (fig. 2.2).

Egalitatea

$$\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t)\, \mathrm{d}t = T_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 \tag{2.13}$$

exprimă matematic teorema lui Parseval [1].

Integrala din expresia de mai sus este o măsură a energiei acumulate de sistem într-o perioadă T_0.

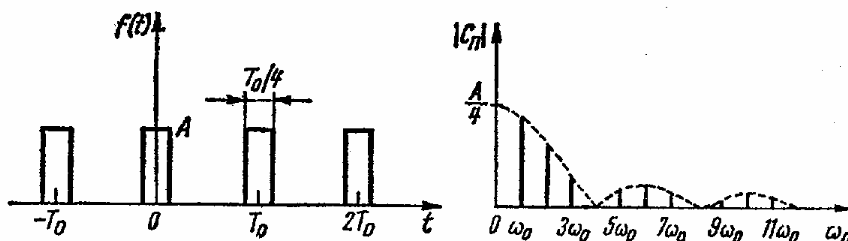


Fig. 2.2

Puterea medie pe o perioadă este egală cu valoarea *medie pătratică* a funcției $x(t)$

$$\overline{x^2(t)} = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t)\mathrm{d}t = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2. \tag{2.14}$$

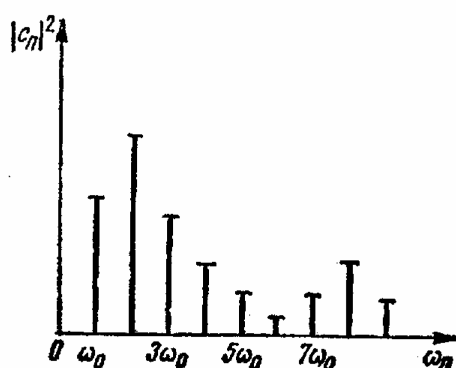


Fig. 2.3

Reprezentarea mărimilor $|c_n|^2$ în funcție de pulsațiile $\omega_n = n\omega_0$ dă *spectrul puterii* funcției $x(t)$ (fig. 2.3).

Expresia (2.14) se mai poate scrie sub forma

$$\overline{x^2(t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{|c_n|^2}{\Delta\omega}\right]\Delta\omega =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(\omega_n)\Delta\omega, \tag{2.14,a}$$

unde $S(\omega_n)$ este ***densitatea spectrală a mediei pătratice*** sau ***densitatea spectrală de putere*** a funcției $x(t)$.

2.2.3.2. *Analiza în frecvență a semnalelor neperiodice.* Pentru o funcție neperiodică se poate considera la limită că $T_0 \to \infty$ iar diferența între două armonice consecutive $\omega_{n+1} - \omega_n = \mathrm{d}\omega \to 0$, ceea ce face ca integrala din expresia (2.12) să devină

$$X(\mathrm{i}\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t. \tag{2.15}$$

Mărimea definită de relația (2.15) este ***transformata Fourier complexă*** a funcției $x(t)$. Reprezentarea grafică a modulului acesteia $|X(\mathrm{i}\omega)|$ în funcție de ω (fig. 2.4) dă ***spectrul densității amplitudinilor***. În cazul vibrațiilor neperiodice, acesta devine o linie continuă.

Urmînd același raționament ca în cazul funcțiilor periodice, se pot defini ***spectrul de energie*** al funcției $x(t)$ și ***densitatea spectrală de energie*** $\frac{1}{2\pi}|X(\mathrm{i}\omega)|^2$.

În cazul funcţiilor neperiodice, integrala definită de teorema lui Parseval devine

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(\mathrm{i}\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\mathrm{i}f)|^2\,\mathrm{d}f. \tag{2.16}$$

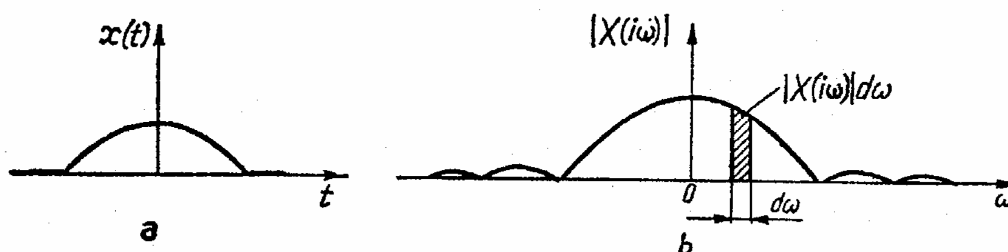


Fig. 2.4

2.2.3.3. *Analiza în frecvenţă a semnalelor aleatoare.* Teoretic, densitatea spectrală a mediei pătratice a unui semnal aleator se defineşte ca transformată Fourier a funcţiei de autocorelaţie*)

$$\mathcal{F}[R_{xx}(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\tau}\,\mathrm{d}\tau = 2\pi S_{xx}(\omega). \tag{2.17}$$

Prin inversarea transformării (2.17) se obţine

$$\mathcal{F}^{-1}[2\pi S_{xx}(\omega)] = R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega. \tag{2.18}$$

Procesul aleator se poate reprezenta ca o suprapunere a unui număr infinit de componente armonice, cu pulsaţii variind între $-\infty$ şi $+\infty$, de amplitudini infinit mici $\mathrm{d}c(\omega)$, astfel încît

$$\mathrm{d}|c(\omega)|^2 = |S_{xx}(\omega)|\,\mathrm{d}\omega. \tag{2.19}$$

Pentru $\tau = 0$, din relaţiile (2.13) şi (2.16) se obţine

$$R_{xx}(0) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^2(t)\mathrm{d}t = \overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega)\mathrm{d}\omega. \tag{2.20}$$

Semnificaţia fizică a mărimilor şi funcţiilor legate prin şirul de egalităţi (2.20) se poate deduce prin analogie cu mărimile corespunzătoare, definite pentru funcţiile armonice:

— integrala $\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^2(t)\,\mathrm{d}t$ este o măsură a energiei pentru intervalul

*) În unele lucrări se consideră $\mathcal{F}[R_{xx}(\tau)] = S_{xx}(\omega)$.

$\left(-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}\right)$; raportînd-o la durata T a intervalului, se obţine puterea medie pentru intervalul respectiv;

— media pătratică $\overline{x^2(t)}$ reprezintă puterea medie pe întreaga durată a realizării $x(t)$;

— funcţia $S_{xx}(\omega)$ arată cum este repartizată media pătratică (şi deci puterea medie) pe unitatea de pulsaţie; ea indică deci *densitatea spectrală a mediei pătratice* (a puterii medii).

În aplicaţiile practice se utilizează de multe ori frecvenţa. Densitatea spectrală avînd ca variabilă frecvenţa se exprimă prin funcţia

$$W_{xx}(f) = 4\pi S_{xx}(2\pi f), \qquad (2.21)$$

astfel încît media pătratică devine

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty W_{xx}(f)\mathrm{d}f. \qquad (2.22)$$

Analog se defineşte densitatea interspectrală a mediei pătratice

$$S_{xy}(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}[R_{xy}(\tau)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}\mathrm{d}\tau.$$

Aceasta este o funcţie complexă care se poate scrie sub forma

$$S_{xy}(\mathrm{i}\omega) = C_{xy}(\omega) - \mathrm{i}Q_{xy}(\omega),$$

unde $C_{xy}(\omega)$ este funcţia *densităţii co-spectrale* (spectrul în fază) iar $Q_{xy}(\omega)$ este funcţia *densităţii cuad-spectrale* (spectrul în cuadratură).

Mărimea reală

$$\gamma_{xy}(\omega) = \sqrt{\frac{|S_{xy}(\mathrm{i}\omega)|^2}{S_{xx}(\omega)S_{yy}(\omega)}} \leqslant 1$$

se numeşte *funcţie de coerenţă* a proceselor aleatoare $x(t)$ şi $y(t)$.

Dacă $x(t)$ şi $y(t)$ sînt statistic independente, atunci $\gamma_{xy}(\omega) = 0$; dacă cele două procese sînt complet coerente, $\gamma_{xy}(\omega) = 1$.

Există mai multe modalităţi practice de determinare a densităţii spectrale a mediei pătratice pentru vibraţiile aleatoare.

Procedeul de determinare a densităţii spectrale a mediei pătratice cu ajutorul filtrării selective este cel mai răspîndit.

Semnalul $x(t)$ este introdus într-un filtru „trece-bandă" (v. § 5.4.2) de lăţime B, centrat pe frecvenţa f. Se obţine astfel semnalul $x_B(f,t)$, avînd frecvenţa cuprinsă între $\left(f - \frac{B}{2}\right)$ şi $\left(f + \frac{B}{2}\right)$, pentru care relaţia (2.22) se scrie

$$\int_0^\infty W_{xx}(f)\mathrm{d}f = \int_{f-\frac{B}{2}}^{f+\frac{B}{2}} W_{xx}(f)\mathrm{d}f = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_B^2(f,t)\ \mathrm{d}t, \qquad (2.23)$$

unde $\int_0^\infty W_{xx}(f)\mathrm{d}f$ este puterea totală a semnalului $x(t)$, iar $\int_{f-\frac{B}{2}}^{f+\frac{B}{2}} W_{xx}(f)\mathrm{d}f$ este puterea componentelor semnalului avînd frecvenţa cuprinsă între $\left(f-\frac{B}{2}\right)$ şi $\left(f+\frac{B}{2}\right)$

Pentru o variaţie B suficient de mică, se poate considera $W_{xx}(f)$ constant în banda de frecvenţă $\left(f-\frac{B}{2}, f+\frac{B}{2}\right)$ şi deci

$$\int_{f-\frac{B}{2}}^{f+\frac{B}{2}} W_{xx}(f)\mathrm{d}f = W_{xx}(f)B.$$

Trecînd la limită, cînd $B \to 0$,

$$W_{xx}(f) = \lim_{B\to 0}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{BT}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_B^2\,(f,t)\,\mathrm{d}t. \tag{2.24}$$

Relaţia de mai sus stă la baza procedeelor de determinare a densităţii spectrale cu ajutorul filtrării semnalelor.

La determinarea experimentală a densităţii interspectrale a semnalelor $x(t)$ şi $y(t)$ se folosesc două relaţii similare cu (2.24), astfel

— densitatea co-spectrală

$$C_{xy}(f) = \lim_{B\to 0}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{BT}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_B\,(f,t)\,y_B(f,t)\,\mathrm{d}t; \tag{2.25, a}$$

— densitatea cuad-spectrală

$$Q_{xy}(f) = \lim_{B\to 0}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{BT}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_B^{90°}\,(f,t)\,y_B(f,t)\,\mathrm{d}t, \tag{2.25, b}$$

în care

$x_B(f,t)$ este semnalul de ieşire al unui filtru trece-bandă, cu banda de trecere B, centrat pe frecvenţa f, la a cărui intrare se aplică semnalul $x(t)$;

$y_B(f,t)$ este semnalul de ieşire al unui filtru similar, la a cărui intrare se aplică $y(t)$;

$x_B^{90°}(f,t)$ este semnalul $x_B(f,t)$ defazat cu 90°.

O altă modalitate de determinare a densităţii spectrale a mediei pătratice a semnalelor aleatoare este utilizarea transformatei Fourier, aplicată semnalului împărţit în segmente de scurtă durată.

Realizarea de durată T, se împarte în n porţiuni de durată T' şi se determină transformata Fourier a semnalului $x(t)$ pe fiecare interval de timp T'.

Dacă $x_k(t, T')$ este semnalul corespunzător intervalului k, atunci transformata Fourier a acestuia este

$$X_k(if, T') = R_{k,x}(t,T') + iI_{k,x}(t,T'), \qquad (2.26)$$

unde s-au pus în evidenţă partea reală şi partea imaginară.

Conform teoremei lui Parseval (2.16), puterea medie pe o durată de timp T' se scrie

$$\frac{1}{T'}\int_{-\infty}^{+\infty} x_k^2(t, T')\mathrm{d}t = \frac{1}{T'}\int_{-\infty}^{+\infty} |X_k(if, T')|^2 \,\mathrm{d}f.$$

Prin definiţie

$$\frac{1}{T'}\int_{-\infty}^{+\infty} x_k^2(t, T')\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{x_k x_k}(f, T')\,\mathrm{d}f,$$

unde $S_{x_k x_k}(f,T')$ reprezintă densitatea spectrală a mediei pătratice pentru porţiunea de semnal $x_k(t, T')$.

Din cele două relaţii de mai sus rezultă

$$S_{x_k x_k}(f, T') = \frac{1}{T'}\,|X_k(if, T')|^2.$$

Densitatea spectrală a semnalului $x(t)$, pentru întreaga durată T, se obţine ca medie pe ansamblul celor n valori [2]:

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} S_{x_k x_k}(f, T') = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{T'}\,|X_k(if, T'|^2. \qquad (2.27)$$

Introducînd (2.26) în (2.27) se scrie, în final

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{nT'}\sum_{k=1}^{n}\{[R_{k,x}(t,T')]^2 + [I_{k,x}(t,T')]^2\}. \qquad (2.28)$$

Pornind de la energia de interacţiune a două semnale, parcurgînd un raţionament similar celui de mai sus, se determină densitatea interspectrală a semnalelor $x_k(t)$ şi $y_k(t)$, pentru un interval oarecare k, de lungime T'

$$S_{x_k y_k}(if, T') = \frac{1}{T'}\,X_k(if, T')Y_k^*(if, T'),$$

$$S_{y_k x_k}(if, T') = \frac{1}{T'}X_k^*(if, T')Y_k(if, T').$$

S-a notat prin $Y_k(if, T')$ transformata Fourier a semnalului $y_k\,(t,T')$

$$Y_k(if, T') = R_{k,y}(t, T') + iI_{k,y}(t, T').$$

Densitatea interspectrală a celor două semnale, pe durata T, este

$$S_{xy}(\mathrm{i}f) = \frac{1}{nT'} \sum_{k=1}^{n} [R_{k,x}(t,T') + \mathrm{i}I_{k,x}(t,T')][R_{k,y}(t,T') - \mathrm{i}I_{k,y}(t,T')] \quad (2.29)$$

de unde rezultă densitatea co-spectrală

$$C_{xy}(f) = \frac{1}{nT'} \sum_{k=1}^{n} [R_{k,x}(t,T')\, R_{k,y}(t,\ T') + I_{k,x}(t,T')I_{k,y}(t,T')] \quad (2.30)$$

şi densitatea cuad-spectrală

$$Q_{xy}(f) = \frac{1}{nT'} \sum_{k=1}^{n} [I_{k,x}(t,\ T')\, R_{k,y}(t,\ T') - R_{k,x}(t,T')I_{k,y}(t,\ T')]. \quad (2.31)$$

Acest procedeu prezintă avantajul de a putea fi tratat în întregime pe calculatoare numerice, ceea ce permite o viteză mare de calcul.

În acest sens trebuie menţionat că există programe de calcul pentru transformata Fourier discretă (T.F.D.). Mai mult, algoritmul de calcul al transformatei Fourier rapide (T.F.R.) asigură mărirea vitezei de lucru.

Odată obţinute transformatele Fourier, pentru calculul spectrelor sînt necesare operaţii simple: înmulţiri, adunări, împărţiri cu constante, ceea ce se realizează tot cu ajutorul unor programe de calcul numeric.

2.2.4. Densitatea de probabilitate

Considerînd o realizare $x(t)$, de durată T, a unei vibraţii (fig. 2.5), se poate determina cît timp din durata totală a înregistrării mărimea

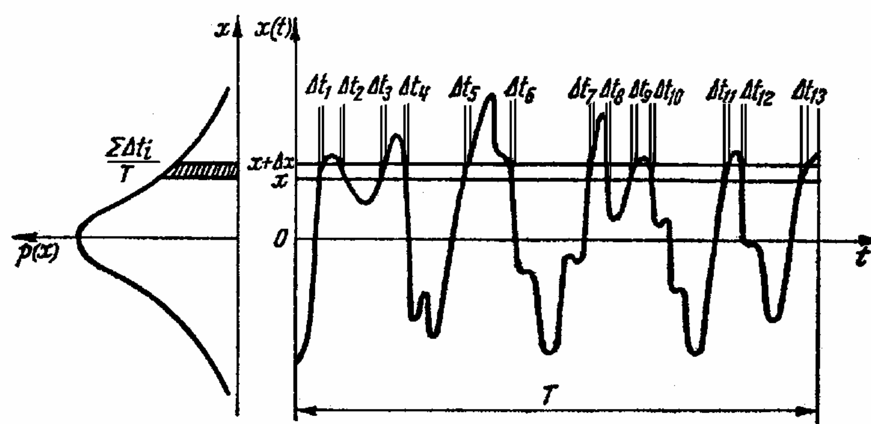


Fig. 2.5

$x(t)$ rămîne cuprinsă între două valori apropiate x şi $x + \Delta x$, însumînd intervalele Δt_1, Δt_2. . . indicate pe figură.

Raportul

$$P(x,x + \Delta x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta t_i}{T} \quad (2.32)$$

măsoară probabilitatea realizării acestui eveniment. Cu cît durata înregistrării T este mai mare, cu atît probabilitatea este mai apropiată de cea corespunzătoare desfăşurării întregului fenomen studiat. Mărimea probabilităţii variază funcţie de x şi Δx. Se defineşte *densitatea de probabilitate*

$$p(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x) - P(x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T \Delta x} \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i. \qquad (2.33)$$

Funcţia $p(x)$ a fost reprezentată în partea stîngă a figurii 2.5.

Densitatea de probabilitate este o funcţie care se determină mai ales în cazul vibraţiilor aleatoare.

Caracteristicile numerice ale variabilelor aleatoare pot da o serie de indicaţii privind repartiţia acestora, exprimînd sub o formă compactă cîteva proprietăţi de bază. În tabela 2.2 sînt redate principalele caracteristici numerice ale variabilelor aleatoare şi relaţiile lor de definiţie.

TABELA 2.2

Caracteristici ale variabilelor aleatoare

Denumire	Simbol	Relaţie de definiţie utilizînd: densitatea de probabilitate, $p(x)$	Relaţie de definiţie utilizînd: evoluţia în timp a unei realizări, $x(t)$
Valoare medie Speranţă	$\bar{x}$	$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) \mathrm{d}x$	$\bar{x} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \mathrm{d}t$
Valoare medie pătratică	$\overline{x^2}$	$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) \mathrm{d}x$	$\overline{x^2} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \mathrm{d}t$
Varianţă Dispersie	σ^2	$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) \mathrm{d}x$	$\sigma^2 = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}]^2 \mathrm{d}t$
Abatere pătratică medie Deviaţie standard	σ	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Relaţia $\sigma^2 = \overline{x^2} - [\bar{x}]^2$ este evidentă.

2.3. Eroarea statistică de estimare în cazul măsurării vibraţiilor aleatoare

Pentru diverse realizări ale unui fenomen oscilant aleator, desfăşurat în condiţii identice, parametrul măsurat diferă de la o înregistrare la alta, caracterul aleator al procesului reflectîndu-se în distribuţia stohastică a rezultatelor măsurărilor.

Din punct de vedere teoretic, mărimile şi funcţiile statistice au fost definite în paragraful 2.2, pentru un timp de analiză T tinzînd către infi-

nit. Faptul că în practică se lucrează cu realizări de durată finită implică apariţia *erorilor de estimare*.

În aceste condiţii, în cazul determinărilor experimentale nu este suficientă găsirea unei valori numerice pentru parametrul căutat, sau a unui şir de valori numerice pentru funcţia statistică, ci trebuie estimată precizia măsurării.

2.3.1. Probabilitatea de încredere. Intervalul de încredere

Se notează: Φ — valoarea *adevărată* (necunoscută) a parametrului luat în studiu; $\hat{\Phi}$ — valoarea *estimată* a parametrului Φ, obţinută pe cale experimentală.

Probabilitatea ca modulul diferenţei între valoarea adevărată Φ şi cea estimată $\hat{\Phi}$ să fie mai mic decît o mărime dată ε_β se numeşte *probabilitate de încredere* şi se notează cu β.

Deci valoarea reală, necunoscută, a parametrului Φ se va afla, cu o probabilitate β, în intervalul

$$I_\beta = (\hat{\Phi} - \varepsilon_\beta,\ \hat{\Phi} + \varepsilon_\beta)$$

numit *interval de încredere*.

Presupunînd că rezultatele măsurărilor au o lege normală de distribuţie, eroarea ε_β se exprimă ca produs între *abaterea medie pătratică* a valorii estimate $\sigma_{\hat{\Phi}}$ şi o funcţie γ, tabelată pentru diverse valori ale probabilităţii de încredere β (tabela 2.3)

$$\varepsilon_\beta = \sigma_{\hat{\Phi}} \cdot \gamma \qquad (2.34)$$

TABELA 2.3

Valorile lui γ funcţie de probabilitatea de încredere β

β	γ	β	γ	β	γ	β	γ
0,80	1,282	0,86	1,475	0,92	1,750	0,97	2,169
0,81	1,310	0,87	1,513	0,93	1,810	0,98	2,325
0,82	1,340	0,88	1,554	0,94	1,880	0,99	2,576
0,83	1,371	0,89	1,597	0,95	1,960	0,9973	3,000
0,84	1,404	0,90	1,643	0,96	2,053	0,999	3,29
0,85	1,439	0,91	1,694				

Un rezultat complet se dă sub forma

$$\Phi = \hat{\Phi} \pm \varepsilon_\beta. \qquad (2.35)$$

Relaţia de mai sus se citeşte astfel: valoarea reală a parametrului Φ este dată de valoarea estimată $\hat{\Phi}$ cu o eroare maximă de $\pm\ \varepsilon_\beta$, în limitele unei probabilităţi β.

2.3.2. Eroarea standard

În mod obişnuit se lucrează cu noţiunea de *eroare standard* a estimării, notată ε şi definită prin relaţia

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{\hat{\Phi}}}{\Phi} 100 \ [\%]. \tag{2.36}$$

Din relaţiile (2.34) — (2.36) rezultă

$$\frac{\Phi - \hat{\Phi}}{\Phi} = \pm \frac{\sigma_{\hat{\Phi}}}{\Phi} \gamma = \pm \varepsilon\gamma. \tag{2.37}$$

Produsul $\varepsilon\gamma$ reprezintă abaterea procentuală maximă între valoarea reală (necunoscută) şi cea estimată a parametrului măsurat.

Impunînd o anumită precizie a măsurărilor (probabilitate de încredere, abatere maximă între valoarea reală şi cea măsurată) se poate calcula eroarea standard.

În funcţie de mărimea estimată, se cunosc expresiile erorilor standard [1] înscrise în tabela 2.4. Aceste expresii au fost determinate pentru semnale aleatoare tip „zgomot-alb", de bandă de frecvenţe B, pentru o durată T a realizării considerate.

TABELA 2.4

Erorile standard pentru mărimi şi funcţii statistice

Mărimea sau funcţia statistică	Valoarea medie pătratică, $\overline{x^2}$	Rădăcina medie pătratică, $\sqrt{\overline{x^2}}$	Densitatea de probabilitate, $p(x)$	Funcţia de autocorelaţie, $R_{xx}(\tau)$	Funcţia de intercorelaţie, $R_{xy}(\tau)$	Densitatea spectrală a mediei pătratice $W_{11}(f)$
Expresia erorii standard, ε	$\frac{1}{\sqrt{BT}}$	$\frac{1}{2\sqrt{BT}}$	$\frac{1}{\sqrt{BTp(x)\Delta x}}$	$\sqrt{\frac{1+\frac{R_{xx}^2(0)}{R_{xx}^2(\tau)}}{2BT}}$	$\sqrt{\frac{1+\frac{R_{xx}(0)\cdot R_{yy}(0)}{R_{xy}^2(\tau)}}{2BT}}$	$\frac{1}{\sqrt{B_e T}}$

T — durata de analiză a semnalului; B — banda de frecvenţe a semnalului;
Δx — intervalul de analiză al semnalului, folosit la determinarea distribuţiei valorilor instantanee; B_e — lăţimea de bandă a filtrului folosit la analiza în frecvenţă a semnalului.

Eroarea standard a densităţii spectrale a mediei pătratice se calculează funcţie de lăţimea de bandă B_e a filtrului folosit la analiza semnalului.

Precizia densităţii de probabilitate şi a funcţiilor de corelaţie măsurate scade odată cu valoarea funcţiilor statistice respective.

Eroarea standard a densităţii de probabilitate este minimă pentru valoarea cea mai probabilă a variabilei aleatoare, obţinută pentru $p(x)$ maxim. Intervalul Δx, din relaţia de definiţie (2.33) a densităţii de probabilitate, apare ca mărime finită la numitorul expresiei erorii standard.

Această eroare crește pe măsură ce intervalul de analiză a semnalului Δx scade, adică în cazul realizării unei analize fine a distribuției valorilor semnalului.

Examinînd expresiile erorilor standard din tabela 2.4, rezultă că acestea sînt cu atît mai mici cu cît durata T de observație a semnalului este mai mare.

Practic, aceste relații folosesc fie la calculul erorii de măsurare, pentru o realizare de lungime T dată, fie la determinarea duratei T de analiză a semnalului, pentru o eroare standard acceptată.

Exemplu. Se cere durata minimă T, necesară pentru măsurarea valorii medii pătratice a unui semnal, cu o abatere maximă de $\pm 8\%$, în limitele unei probabilități de încredere de 90%. Se presupune că semnalul are frecvențe cuprinse între 30 și 80 Hz.

Rezolvare. Din tabela 2.3, pentru $\beta = 90\%$, se citește $\gamma = 1{,}6$. Cunoscînd $\varepsilon\gamma = 8\%$, rezultă eroarea standard $\varepsilon = 5\%$. În cazul măsurării valorii medii pătratice, din tabela 2.4 se obține $\varepsilon = \dfrac{1}{\sqrt{BT}}$.

Banda de frecvențe a semnalului este $B = 80-30 = 50$ Hz, deci

$$T = \frac{1}{\varepsilon^2 B} = \frac{1}{0{,}05^2 \times 50} = 8 \text{ s}.$$

2.4. Răspunsul sistemelor oscilante la diverse tipuri de excitații

După cum s-a arătat anterior, un sistem oscilant poate fi excitat prin: forțe armonice sau periodice, impulsuri de anumite durate sau forțe aleatoare.

Pentru fiecare din aceste excitații, sistemul oscilant vibrează într-un anumit fel, mișcarea putînd fi caracterizată printr-un număr dat de parametri. A determina valorile acestor parametri înseamnă a afla *răspunsul sistemului* la excitația dată.

Răspunsul depinde atît de parametrii excitației, cît și de caracteristicile sistemului oscilant.

Se consideră un sistem liniar (fig. 2.6), supus unei *excitații* sau *mărimi de intrare* $x(t)$. Această mărime poate fi o forță, o deplasare, viteză sau accelerație. *Mărimea de ieșire* $y(t)$ este, de obicei, o deplasare variabilă cu timpul.

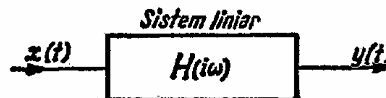


Fig. 2.6

Definind transformatele Fourier ale celor două funcții

$$X(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\omega t} dt,$$
$$Y(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\, e^{-i\omega t} dt, \qquad (2.38)$$

se poate scrie relația

$$Y(i\omega) = H(i\omega)\,.\,X(i\omega) \qquad (2.39)$$

unde $H(i\omega)$ este *funcția de răspuns în frecvență* a sistemului oscilant.

Dimensiunile funcției $H(\mathrm{i}\omega)$ depind de natura mărimilor $x(t)$ și $y(t)$.
La un sistem liniar cu amortizare, excitat de o forță oarecare $F(t)$, ecuația mișcării este

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t). \tag{2.40}$$

Cu notațiile uzuale

$$p^2 = \frac{k}{m}, \qquad c = c_c\zeta, \qquad c_c = 2mp,$$

ecuația mișcării devine

$$\ddot{y} + 2p\zeta\dot{y} + p^2 y = \frac{F(t)}{m} = x(t). \tag{2.41}$$

În acest caz, funcția de răspuns în frecvență este

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{p^2 - \omega^2 + \mathrm{i}2\zeta\omega p}, \tag{2.42}$$

avînd dimensiunea s^2.
Dacă se scoate în factor p^2

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{p^2}\,\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2} + \mathrm{i}2\zeta\frac{\omega}{p}}$$

se obține mărimea adimensională

$$\bar{A} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2} + \mathrm{i}2\zeta\frac{\omega}{p}}, \tag{2.43}$$

numită *factor de amplificare complex.*

2.4.1. Excitație armonică

La sistemul liniar cu un singur grad de libertate, corespunzînd schemei din figura 1.1 (revenind la notația uzuală x pentru deplasarea în sistemul oscilant), ecuația mișcării întreținute de o *forță armonică* aplicată masei este

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t, \tag{2.44}$$

respectiv

$$\ddot{x} + 2p\zeta\dot{x} + p^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t. \tag{2.45}$$

Soluția staționară a acestei ecuații este deplasarea armonică

$$x = X_0 \sin(\omega t - \theta) \tag{2.46}$$

avînd amplitudinea

$$X_0 = x_s A_1 = \frac{F_0}{k} A_1, \tag{2.47}$$

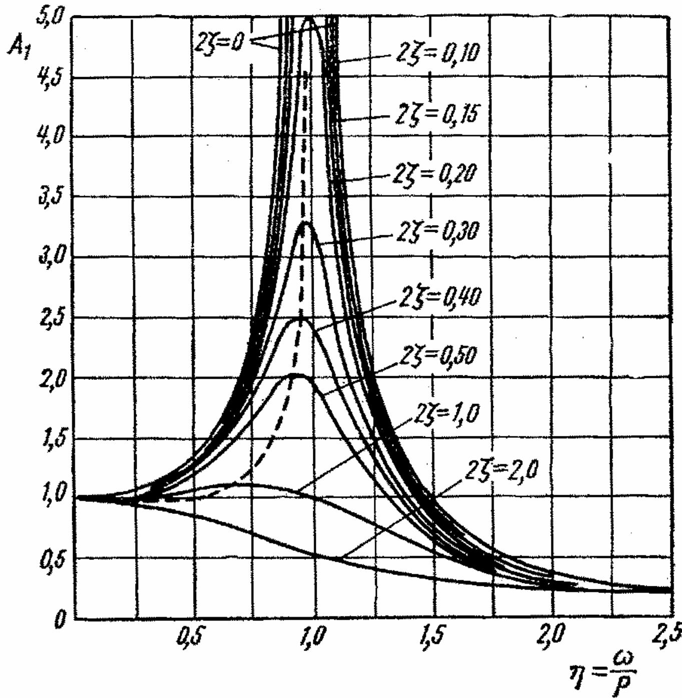


Fig. 2.7

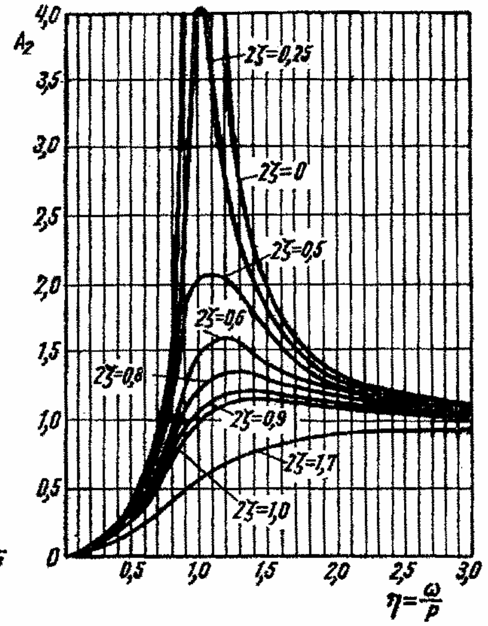


Fig. 2.9

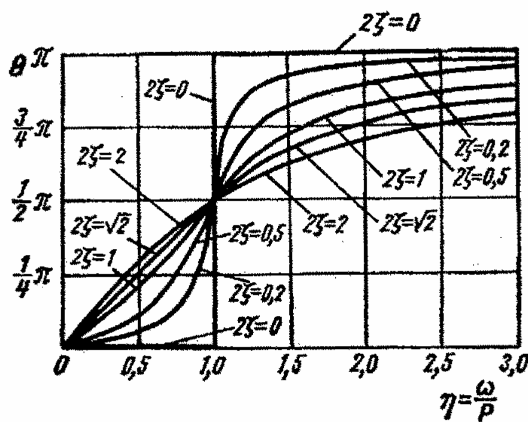


Fig. 2.8

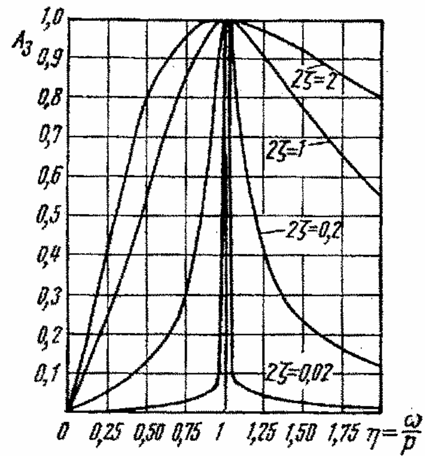


Fig. 2.10

unde *factorul de amplificare* A_1 este (cu notația $\frac{\omega}{p} = \eta$)

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}} \tag{2.48}$$

iar faza

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{2\zeta\eta}{1-\eta^2}. \tag{2.49}$$

Răspunsul în frecvență este dat de graficele $A_1(\omega)$ și $\theta(\omega)$, respectiv $A_1(\eta)$ și $\theta(\eta)$, ultimele fiind reprezentate în figurile 2.7 și 2.8.

Dacă forța armonică aplicată masei m este o forță de inerție, de amplitudine proporțională cu ω^2

$$F(t) = m_0 r_0 \omega^2 \sin \omega t, \tag{2.50}$$

mișcarea masei m este descrisă de soluția (2.46) avînd amplitudinea

$$X_0 = A_2 \frac{m_0 r_0}{m + m_0}, \tag{2.51}$$

unde factorul de amplificare A_2, reprezentat în figura 2.9, este

$$A_2 = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}}. \tag{2.52}$$

Pentru diferite moduri de aplicare a excitației armonice, produsă de o forță sau o deplasare cunoscută, amplitudinea vibrației este arătată în tabela 2.5.

Factorul de amplificare A_3, întîlnit la sistemele excitate prin amortizor, are expresia

$$A_3 = \frac{2\zeta\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}}, \tag{2.53}$$

reprezentarea lui, funcție de ω/p, fiind dată în figura 2.10.

La *sistemul cu amortizare histeretică*, scriind modulele de elasticitate ca mărimi complexe

$$E^* = E_1 + iE_2, \quad G = G_1 + iG_2,$$

unde E_1 și G_1 se numesc *module de elasticitate dinamice*, iar E_2 și G_2 — *module de pierderi* (deoarece măsoară pierderile prin frecare internă) — se definește *factorul de pierderi*

$$g = \frac{E_2}{E_1} = \frac{G_2}{G_1}.$$

Analog se definește o „constantă elastică" complexă

$$k^* = k + ih = k\left(1 + i\frac{h}{k}\right) = k(1 + ig) \tag{2.54}$$

TABELA 2.5

Răspunsul sistemului liniar cu un grad de libertate, la diferite excitații armonice

Nr. crt.	Excitația	Schema sistemului oscilant	Amplitudinea de răspuns a sistemului
1	2	3	4
1	Forță armonică de amplitudine constantă, aplicată masei	k, c, m, $F_0 \sin \omega t$	$X_0 = \frac{F_0}{k} A_1$
2	Deplasare armonică, aplicată prin intermediul arcului secundar k_1	k, c, m, k_1, $U \sin \omega t$	$X_0 = \frac{k_1}{k + k_1} U A_1$
3	Deplasare aplicată prin intermediul amortizorului vîscos secundar c_1	k, c, m, c_1, $U \sin \omega t$	$X_0 = \frac{c_1}{c + c_1} U A_3$
4	Deplasare aplicată prin intermediul amortizorului	k, m, c, $U \sin \omega t$	$X_0 = U A_3$
5	Deplasare aplicată prin intermediul arcului	c, m, k, $U \sin \omega t$	$X_0 = U A_1$

TABELA 2.5 (continuare)

Nr. crt.	Excitaţia	Schema sistemului oscilant	Amplitudinea de răspuns a sistemului
1	2	3	4
6	Deplasare aplicată prin intermediul arcului şi amortizorului (X_0 este amplitudinea deplasării relative a masei m, în raport cu punctul supus mişcării $U \sin \omega t$)	$U \sin \omega t$; k; c; m	$X_0 = U\sqrt{A_1^2 + A_3^2}$
7	Forţă centrifugă, produsă de masa secundară m_0	k; c; m; r_0; ω; m_0	$X_0 = \dfrac{m r_0}{m + m_0} A_2$
8	Forţă centrifugă, produsă de masa principală	k; $U \sin \omega t$; m; ω	$X_0 = U A_2$

Cu excepţia cazului 6, deplasările X_0 sînt măsurate în raport cu un reper imobil.

unde k este *constanta elastică dinamică*, iar h — *coeficientul de amortizare histeretică*.

Introducînd în ecuaţia mişcării (2.44) un coeficient de amortizare echivalent al frecării histeretice

$$c_i = \frac{k}{\omega} g \tag{2.55}$$

funcţie de pulsaţia ω, se determină factorul de amplificare, pentru cazul excitaţiei $F(t) = F_0 \sin \omega t$

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + g^2}} \tag{2.56}$$

precum şi unghiul de fază

$$\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{g}{1-\eta^2}. \tag{2.57}$$

Reprezentarea grafică a relaţiilor (2.56) şi (2.57) este dată în figurile 2.11 şi 2.12.

Răspunsul sistemului poate fi măsurat şi prin raportul între *forţa la ieşire* şi *forţa la intrare:* în acest caz, raportul ia numele de *transmisibilitate*. Pentru sistemul oscilant din figura 2.13, excitat prin forţă armonică de amplitudine constantă, transmisibilitatea forţei este

$$T = \frac{F_{T_0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1+(2\zeta\eta)^2}{(1-\eta^2)^2+(2\zeta\eta)^2}} \tag{2.58}$$

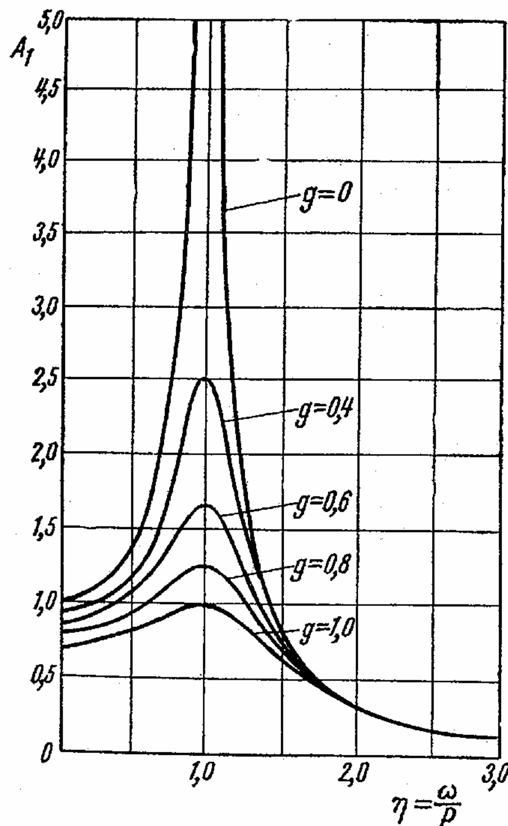


Fig. 2.11

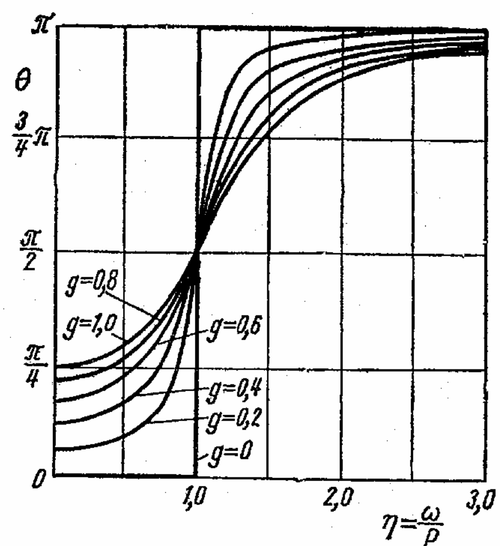


Fig. 2.12

iar reprezentarea grafică este redată în figura 2.14.

Transmisibilitatea mişcării, în cazul 6 din tabela 2.5, are aceeaşi expresie (2.58).

La sistemele cu mai multe grade de libertate, graficele analoge celui din figura 2.7 prezintă mai multe vîrfuri, corespunzînd diferitelor rezonanţe.

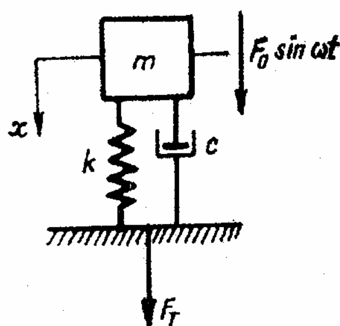


Fig. 2.13

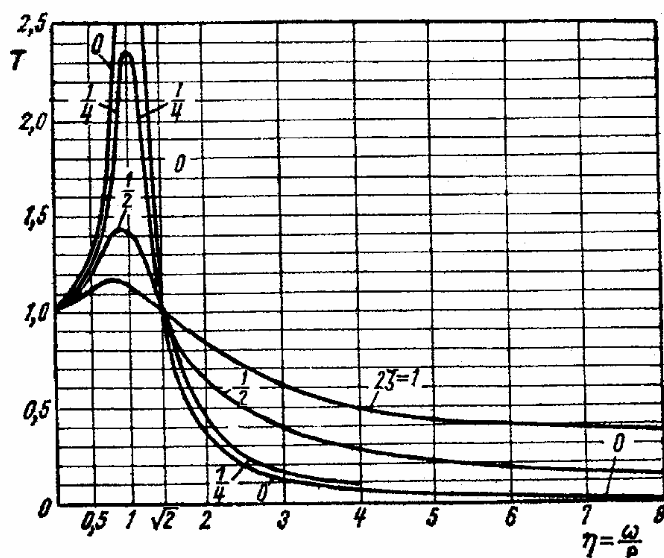


Fig. 2.14

2.4.2. Excitație periodică

O vibrație periodică poate fi studiată analog celei armonice, dacă se face dezvoltarea în serie Fourier.

Examinînd ***răspunsul sistemului*** la o excitație periodică, factorul de amplificare din relația (2.47) se poate scrie

$$A_{1_N} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{N\omega_0}{p}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta\frac{N\omega_0}{p}\right)^2}} \tag{2.59}$$

unde p este pulsația proprie a sistemului (considerat cu un singur grad de libertate), iar $N\omega_0$ — pulsația armonicei de ordinul N a excitației.

Dacă $f(t)$ este funcția ce reprezintă excitația, spectrul ei de frecvențe $|F(i\omega)|$ se poate reprezenta ca în figura 2.15*a*. Pentru fiecare pulsație $N\omega_0$, relația (2.59) dă valoarea factorului de amplificare pentru armonica

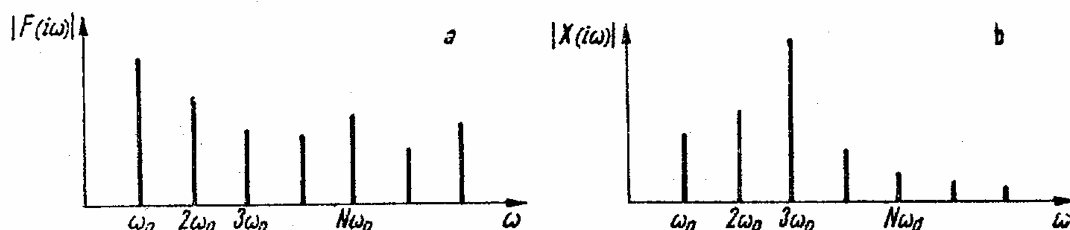


Fig. 2.15

respectivă. Se poate construi astfel spectrul de frecvențe $|X(i\omega)|$ al răspunsului sistemului, ca în figura 2.15*b*. În general, cele două spectre nu se aseamănă, datorită diferitelor valori ale rapoartelor $N\ \omega_0/p$. Dacă sistemul oscilant este un aparat de măsurat vibrații, semnalul de intrare este

mărimea vibratorie ce se măsoară, iar cel de ieşire este vibrograma înregistrată. Deosebirea dintre cele două spectre se datoreşte ***distorsiunii*** aparatului.

2.4.3. Excitaţie prin şoc

Şocul este o excitaţie de durată scurtă, în care are loc o transmitere de energie de la o sursă — cauza şocului — la sistemul studiat. Ca mod de reprezentare în timp, şocul poate fi redat prin forţe, deplasări, viteze sau acceleraţii, exprimate prin o *funcţie de timp $f(t)$ neperiodică*, definind *forma de undă* a şocului. Pentru trei tipuri de şocuri întîlnite curent în tehnica experimentală — undă dreptunghiulară, undă triunghiulară şi undă semisinusoidală — spectrele de pulsaţii $|F(i\omega)|$ sînt date în tabela 2.6. Notaţiile respective reprezintă: A — amplitudinea impulsului, T — durata totală a impulsului.

Se consideră un sistem oscilant cu un singur grad de libertate, căruia i se aplică o *excitaţie treaptă*, adică o forţă F_0 ce rămîne apoi constantă pe timp nedefinit (fig. 2.16*a*). Răspunsul sistemului este deplasarea $x(t)$

$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - e^{-p\zeta t}\left(\cos p_1 t + \frac{p\zeta}{p_1}\sin p_1 t\right)\right], \tag{2.60}$$

reprezentată în figura 2.16 *b*. În această relaţie

$$p_1 = p\sqrt{1-\zeta^2} \tag{2.61}$$

este pulsaţia proprie a sistemului cu amortizare, iar $p = \sqrt{k/m}$ — pulsaţia proprie a sistemului fără amortizare.

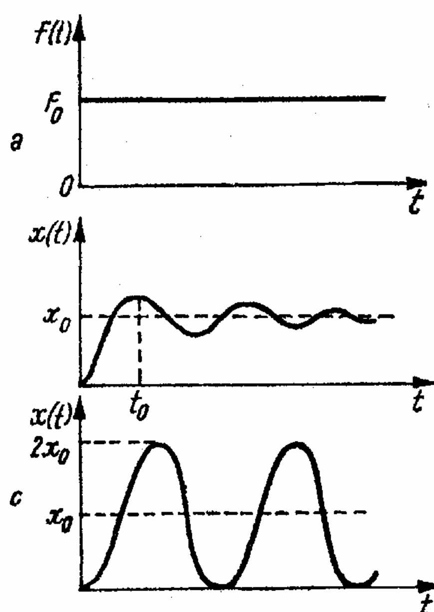


Fig. 2.16

Deplasarea maximă are loc pentru $t_0 = \pi/p_1$, valoarea sa fiind

$$x(t_0) = x_0\left(1 + e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi}\right) \tag{2.62}$$

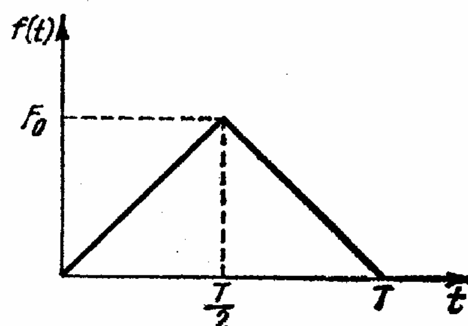


Fig. 2.17

unde

$$x_0 = \frac{F_0}{k} = \lim_{t\to\infty} x(t). \tag{2.63}$$

Dacă sistemul nu are amortizare, el execută o mişcare oscilantă, de amplitudine x_0, deci cu deplasarea maximă $2x_0$, de ecuaţie

$$x(t) = x_0(1 - \cos pt), \tag{2.64}$$

TABELA 2.6

Forma de undă și spectrul de pulsații pentru trei feluri de șocuri

Forma de undă	Spectrul de pulsații	Ecuația spectrului de pulsații al șocului
$f(t)$; A; T; t	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT}$; 1,0; 0,5; $\frac{2\pi}{T}$; $\frac{4\pi}{T}$; $\frac{6\pi}{T}$; ω	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT} = \left\lvert \frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \right\rvert$
$f(t)$; A; T; t	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT}$; 1,0; 0,5; $\frac{2\pi}{T}$; $\frac{4\pi}{T}$; $\frac{6\pi}{T}$; ω	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT} = \frac{1}{\omega T}\sqrt{1 - \frac{2\sin\omega T}{\omega T} + \left(\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right)^2}$
$f(t)$; A; T; t	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT}$; 1,0; 0,5; $\frac{2\pi}{T}$; $\frac{4\pi}{T}$; $\frac{6\pi}{T}$; ω	$\frac{\lvert F(i\omega)\rvert}{AT} = \frac{2}{\pi}\left\lvert \frac{\cos\frac{\omega T}{2}}{1 - \left(\frac{\omega T}{\pi}\right)^2} \right\rvert$

reprezentată în figura 2.16 *c*.

Fie cazul unui sistem liniar fără amortizare, cu un singur grad de libertate, excitat printr-un *şoc cu formă de undă triunghiulară*, de amplitudine F_0 şi durată totală T (fig. 2.17).

Se disting două faze ale mişcării : prima, care se desfăşoară pe durata de acţiune a forţei de şoc $f(t)$, numită *răspuns iniţial* sau *şoc iniţial* şi a doua — după încetarea acţiunii impulsului, numită *răspuns rezidual* sau *şoc rezidual*. Cu notaţia (2.63), ecuaţia deplasării în cele două faze este :

— răspunsul iniţial

$$x(t) = \frac{2x_0}{pT}(pt - \sin pt), \qquad 0 \leqslant t \leqslant \frac{T}{2}, \qquad (2.65)$$

$$x(t) = \frac{2x_0}{pT}\left[pT - \sin pt - pt + 2\sin p\left(t - \frac{T}{2}\right)\right], \quad \frac{T}{2} \leqslant t \leqslant T; \quad (2.66)$$

— răspunsul rezidual

$$x(t) = \frac{2x_0}{pT}\left[2\sin p\left(t - \frac{T}{2}\right) - \sin p(t-T) - \sin pt\right], \quad t \geqslant T. \qquad (2.67)$$

Răspunsul la şoc depinde de mărimea perioadei proprii a vibraţiilor sistemului

$$T_0 = \frac{2\pi}{p}$$

ca şi de factorul adimensional

$$pT = 2\pi \frac{T}{T_0},$$

deci de raportul între durata şocului T şi perioada proprie a sistemului, T_0.

În figura 2.18 s-a reprezentat, sub formă adimensională, răspunsul la şocul triunghiular pentru trei rapoarte $\frac{T}{T_0} = 1$, 2 şi 5. Sistemul nu execută oscilaţii cînd durata şocului este un multiplu par al perioadei proprii (fig. 2.18*b*).

Pe figura 2.18 se observă că, funcţie de raportul T/T_0, variază atît amplitudinea maximă a şocului iniţial (pe durata $0 \leqslant t \leqslant T$) cît şi a celui rezidual.

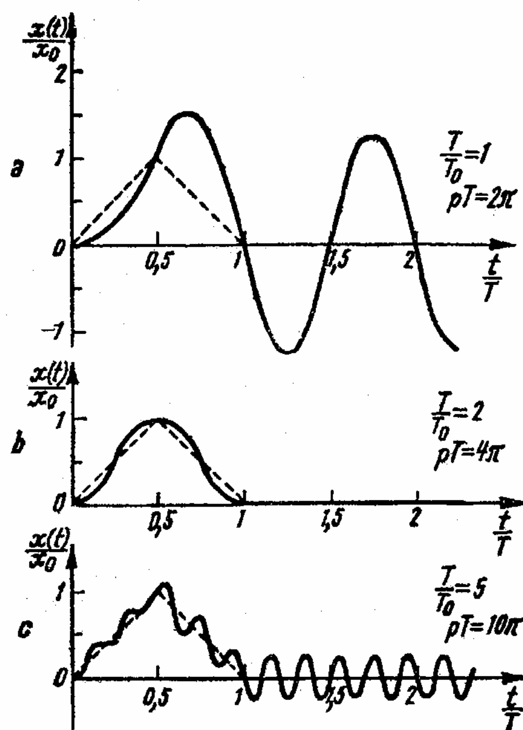


Fig. 2.18

În figura 2.19 s-au reprezentat, în coordonate adimensionale, *spectrul iniţial* şi *spectrul rezidual*, adică variaţia celor două amplitudini, în funcţie de T/T_0.

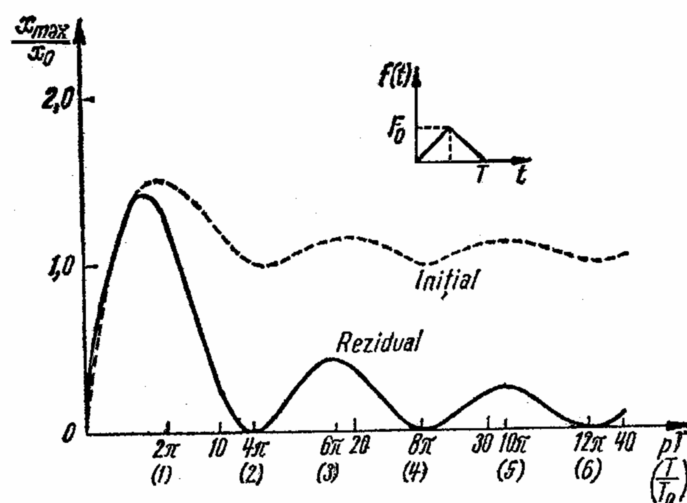


Fig. 2.19

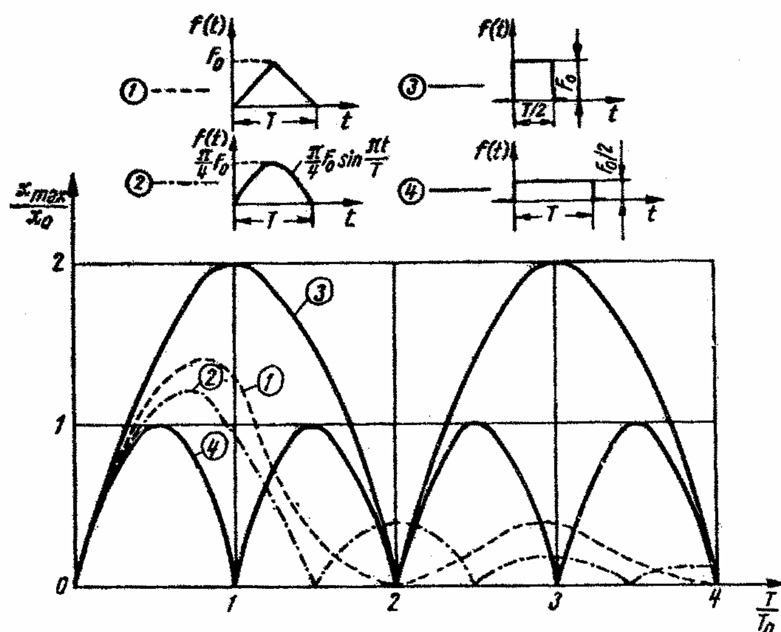


Fig. 2.20

În figura 2.20 s-au reprezentat spectrele de răspuns reziduale pentru patru forme de unde de şoc, echivalente din punctul de vedere al cantităţii de mişcare transmise sistemului oscilant

$$\int_0^T f(t)\mathrm{d}t = \text{const.}$$

Spectrele de şoc se utilizează la compararea „severităţii" diferitelor şocuri care acţionează asupra unui sistem dat, sau a răspunsului unor sisteme diferite, la acelaşi şoc.

2.4.4. Excitația aleatoare staționară

Se consideră un sistem oscilant liniar, cu un singur grad de libertate, pentru care se cunoaște *funcția de răspuns în frecvență*

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{p^2 - \omega^2 + \mathrm{i}2\zeta\omega p}$$

precum și *funcția de răspuns la un impuls unitate* (funcția pondere)

$$h(t) = \frac{1}{mp_1} \mathrm{e}^{-p\zeta t} \sin p_1 t. \tag{2.68}$$

Asupra sistemului se aplică o excitație aleatoare, staționară și ergodică $f(t)$. Răspunsul sistemului $x(t)$, de asemenea aleator, se poate scrie, la un moment dat

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} f(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2.69}$$

unde τ este o variabilă de timp, intermediară între zero și momentul considerat t.

Valoarea medie a răspunsului este

$$\overline{x(t)} = H(0) \cdot \overline{f(t)} \tag{2.70}$$

unde $\overline{f(t)}$ este valoarea medie a excitației, iar $H(0)$ — funcția de răspuns în frecvență, la $\omega = 0$.

Densitatea spectrală a mediei pătratice are expresia

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\tau}\, \mathrm{d}\tau = H^*(\mathrm{i}\omega)H(\mathrm{i}\omega)S_{ff}(\omega), \tag{2.71}$$

unde $H^*(\mathrm{i}\omega)$ este conjugata complexă a funcției de transfer $H(\mathrm{i}\omega)$, iar $S_{ff}(\omega)$ este densitatea spectrală a mediei pătratice a mărimii de intrare $f(t)$.

Relația (2.71) se mai scrie

$$S_{xx}(\omega) = |H(\mathrm{i}\omega)|^2 S_{ff}(\omega). \tag{2.72}$$

Media pătratică a răspunsului este

$$\overline{x^2(t)} = R_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega)\mathrm{d}\omega.$$

Dacă se cunosc graficele $S_{ff}(\omega)$ și $|H(\mathrm{i}\omega)|^2$ (fig. 2.21), se obține diagrama $S_{xx}(\omega)$ înmulțind cele două grafice, ordonată cu ordonată. Dacă se măsoară $S_{ff}(\omega)$ și $S_{xx}(\omega)$, din (2.72) se deduce modulul funcției de răspuns în frecvență.

Densitatea interspectrală de putere între excitaţie şi răspuns $S_{xf}(i\omega)$ este egală cu produsul între funcţia de răspuns în frecvenţă $H(i\omega)$ şi densitatea spectrală de putere a mărimii de intrare $S_{xx}(\omega)$

$$S_{xf}(i\omega) = H(i\omega) S_{ff}(\omega) \tag{2.73}$$

Funcţia de intercorelaţie $R_{xf}(\tau)$ este proporţională cu funcţia pondere $h(\tau)$ a sistemului elastic

$$R_{xf}(\tau) = h(\tau) R_{xx}(0). \tag{2.74}$$

Factorul de proporţionalitate este funcţia de corelaţie a mărimii de intrare pentru $\tau = 0$.

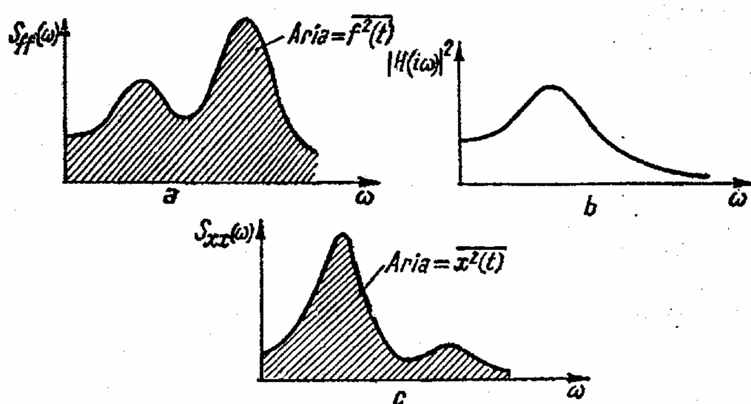


Fig. 2.21

Relaţiile (2.72)—(2.74) stau la baza metodelor de identificare a sistemelor elastice folosind semnale de probă aleatoare (v. § 7.5).

2.5. Frecvenţe proprii

Pentru sistemele cărora li se poate asocia un model matematic şi se poate scrie ecuaţia mişcării vibratorii, expresiile frecvenţelor proprii sînt cunoscute.

La *sistemul cu un singur grad de libertate* (fig. 2.22), în mişcare de translaţie, pulsaţia proprie este

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_s}}, \tag{2.75}$$

unde k este constanta elastică a arcului elicoidal, sau a firului întins, m — masa care oscilează, g — acceleraţia gravitaţională, δ_s — deformaţia statică a arcului solicitat prin forţa mg. Relaţia rămîne valabilă şi cînd elementul elastic este o bară solicitată la încovoiere.

Pentru *sistemul oscilant de torsiune* (fig. 2.23), pulsaţia proprie este

$$p = \sqrt{\frac{k}{J}}, \tag{2.76}$$

k fiind constanta elastică a arborelui solicitat la răsucire, iar J — momentul de inerţie masic al volantului, faţă de axa de rotaţie.

La *sistemul cu două grade de libertate* (fig. 2.24*a*), pulsaţiile proprii sînt cele două rădăcini ale ecuaţiei bipătratice

$$p^4 - \left(\frac{k_1 + k_{12}}{m_1} + \frac{k_2 + k_{12}}{m_2}\right) p^2 + \frac{k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}{m_1 m_2} = 0 \qquad (2.77)$$

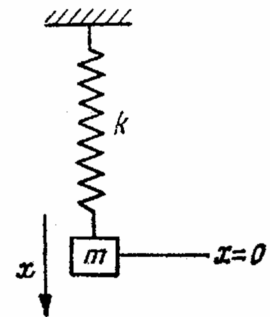


Fig. 2.22

iar pentru *sistemul cu n mase* (fig. 2.24*b*), sînt rădăcinile ecuaţiei ce se obţine prin dezvoltarea determinantului

$$\Delta = \begin{vmatrix} k_{12}-m_1 p^2 & -k_{12} & \ldots\ldots 0 & 0 \\ -k_{12} & k_{12}+k_{23}-m_2 p^2 & \ldots\ldots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots - k_{n-1,n} & k_{n-1,n}-m_n p^2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (2.78)$$

În general, sistemul cu n mase are n grade de libertate, deci n pulsaţii proprii; excepţie fac sistemele de tipul celui din figura 2.24 *b*, lipsite de legături exterioare, la care numărul de pulsaţii proprii se reduce la $(n-1)$. Astfel, pentru sistemele cu doi şi cu trei volanţi, fără legături exterioare, aflate în vibraţii torsionale, pulsaţiile proprii sînt arătate în tabela 2.7 [3].

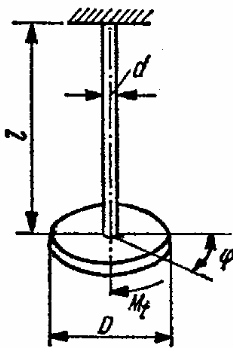


Fig. 2.23

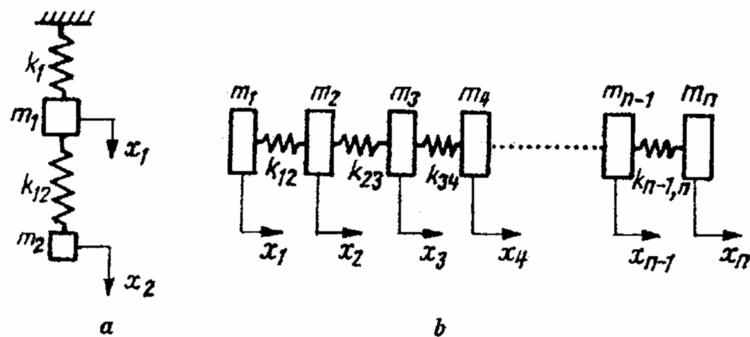


Fig. 2.24

La *barele prismatice*, în vibraţie transversală, există o infinitate de pulsaţii proprii. În tabela 2.8 s-au redat modurile de vibraţie şi pulsaţiile proprii, pentru primele cinci armonice, la cinci feluri de grinzi, cu capete libere, rezemate sau încastrate.

La *plăci plane pătrate*, unele valori ale pulsaţiilor proprii sînt arătate în tabela 2.9 [4].

În tabela 2.10 se dau pulsaţiile proprii ale *plăcilor dreptunghiulare*, încastrate pe o latură; notaţiile sînt aceleaşi ca la tabela 2.9, simbolul *a*

TABELA 2.7

Pulsații proprii la vibrații torsionale, în sisteme cu doi și cu trei volanți

Schița sistemului oscilant	Pulsațiile proprii
(schiță: volanții J_1, J_2 legați prin arborele k)	$p = \sqrt{\frac{k(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$
(schiță: volanții J_1, J_2, J_3 legați prin arborii k_{12}, k_{23})	$p_{1,2} = \frac{1}{2}\left[A \pm \sqrt{A^2 - \frac{4k_{12}k_{23}}{J_1 J_2 J_3}(J_1 + J_2 + J_3)}\right]$ unde $A = \frac{k_{12}}{J_1} + \frac{k_{23}}{J_3} + \frac{k_{12} + k_{23}}{J_2}$

reprezentînd lungimea laturii perpendiculare pe reazemul încastrat. În tabela 2.11 se dau pulsațiile proprii fundamentale la *plăci dreptunghiulare* cu diferite moduri de rezemare.

Pentru *membrana dreptunghiulară*, încastrată pe contur, pulsațiile proprii se calculează cu relația

$$p_{mn}^2 = \pi^2 c^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right), \qquad (2.79)$$

unde a și b sînt laturile dreptunghiului, $c^2 = \frac{S}{\rho}$ este raportul între tensiunea pe unitatea de lungime S(N/m) și masa unității de suprafață ρ(kg/m^2) iar m și n sînt numere întregi, corespunzînd diferitelor armonice (pentru armonica fundamentală $m = n = 1$).

La *membrana circulară* încastrată pe contur, pulsațiile proprii se obțin din relația

$$p_{ki} = \alpha_{ki} \frac{c}{R}, \qquad (2.80)$$

unde R este raza membranei, c are semnificația arătată la membrana dreptunghiulară, iar α_{ki} sînt rădăcinile ecuației rezultate prin anularea funcției Bessel

$$J_k(\alpha_{ki}) = 0 \qquad (2.81)$$

ale căror valori, pentru $i = 1 \ldots 9$ și $k = 0 \ldots 5$, sînt date în tabela 2.12.

Tabela 2.8

Pulsații proprii ale barelor prismatice în vibrații transversale

Grindă în consolă	A = 3,52	0,774 A = 22,4	0,500 0,868 A = 61,7	0,356 0,644 0,906 A = 121,0	0,279 0,500 0,723 0,926 A = 200,0
Grindă simplu rezemată la capete	A = 9,87	0,500 A = 39,5	0,333 0,667 A = 88,9	0,25 0,50 0,75 A = 158	0,20 0,40 0,60 0,80 A = 247
Grindă dublu încastrată	A = 22,4	0,500 A = 61,7	0,359 0,641 A = 121	0,278 0,500 0,722 A = 200	0,227 0,409 0,591 0,773 A = 298
Grindă liberă	0,224 0,776 A = 22,4	0,132 0,500 0,868 A = 61,7	0,094 0,356 0,644 0,906 A = 121	0,073 0,277 0,500 0,723 0,927 A = 200	0,060 0,227 0,409 0,591 0,773 0,940 A = 298
Grindă încastrată la un capăt și simplu rezemată la celălalt	A = 15,4	0,560 A = 50,0	0,384 0,692 A = 104	0,294 0,529 0,765 A = 178	0,238 0,429 0,619 0,810 A = 272
Grindă rezemată la un capăt și liberă la celălalt	0,736 A = 15,4	0,446 0,853 A = 50,0	0,308 0,616 0,898 A = 104	0,235 0,471 0,707 0,922 A = 178	0,190 0,381 0,581 0,763 0,937 A = 272

Pulsația proprie se calculează cu relația $p = A\sqrt{\frac{EI}{\rho S l^4}}$ $[s^{-1}]$ unde: A este un coeficient ce se ia din tabel, E — modulul de elasticitate, N/m^2; I — momentul de inerție al secțiunii, m^4; ρ — masa unității de volum, kg/m^3; S — aria secțiunii, m^2; l — lungimea barei, m.

TABELA 2.9

Pulsații proprii și linii nodale, la vibrațiile plăcilor pătrate (după D. Young)

		Primul mod	Al doilea mod	Al treilea mod	Al patrulea mod	Al cincilea mod	Al șaselea mod
Placă încastrată pe o latură	p_n	3,494	8,547	21,44	27,46	31,17	
	Linii nodale						
Placă încastrată pe toate laturile	p_n	35,99	73,41	108,27	131,64	132,25	165,15
	Linii nodale						
Placă încastrată pe două laturi	p_n	6,958	24,08	26,80	48,05	63,14	
	Linii nodale						

$p_n = A\sqrt{\frac{Dg}{\gamma h a^4}}$, unde: A este numărul înscris în tabel; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ este rigiditatea la încovoiere a plăcii; g — accelerația gravitațională; γ — greutatea specifică a materialului plăcii; h — grosimea plăcii; a — latura plăcii pătrate; ν — coeficientul de contracție transversală; E — modulul de elasticitate.

TABELA 2.10

Pulsații proprii și linii nodale la plăci dreptunghiulare, încastrate pe o latură

Modul de vibrație \ a/b	1/2	1	2	3
Primul	3,508	3,494	3,472	3,450
Al doilea	5,372	8,547	14,93	34,73
Al treilea	21,96	21,44	21,61	21,52
Al patrulea	10,26	27,46	94,49	563,9
Al cincilea	24,85	31,17	48,71	105,9

Pentru *placa circulară* încastrată pe contur, pulsațiile proprii sînt

$$p_{km} = \lambda_{km}^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \tag{2.82}$$

unde D este rigiditatea la încovoiere (v. tabela 2.9), h — grosimea plăcii, ρ — masa unității de volum. Coeficientul λ_{km} rezultă din relația

$$\lambda_{km} = \frac{\pi}{R} \beta_{km}, \tag{2.83}$$

unde R este raza plăcii, iar valorile lui β_{km}, pentru $m = 1, 2, 3$ și $k = 0, 1, 2$, sînt date în tabela 2.13.

TABELA 2.11

Pulsații proprii fundamentale ale unor plăci dreptunghiulare (după R.F. S. Hearmon)

	b/a	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	19,74	14,26	12,34	11,45	10,97	9,87
	b/a	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	23,65	18,90	17,33	16,63	16,26	15,43
	a/b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	23,65	15,57	12,92	11,75	11,14	9,87
	b/a	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	28,95	25,05	23,82	23,27	22,99	22,37
	a/b	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	28,95	17,37	13,69	12,13	11,36	9,87
	b/a	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	∞
	A	35,98	27,00	24,57	23,77	23,19	22,37

s — margine simplu rezemată; c — margine încastrată.
Pulsația proprie se calculează cu formula de la tabela 2.9

TABELA 2.12

Rădăcinile ecuației $J_k(\alpha_{ki}) = 0$

i	α_{ki}					
	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
1	2,405	3,832	5,135	6,379	7,586	8,780
2	5,520	7,016	8,417	9,760	11,064	12,339
3	8,654	10,113	11,620	13,017	14,373	15,700
4	11,792	13,323	14,796	16,224	17,616	18,982
5	14,931	16,470	17,960	19,410	20,827	22,280
6	18,071	19,616	21,117	22,583	24,018	25,431
7	21,212	22,760	24,270	25,749	27,200	28,628
8	24,353	25,903	27,421	28,909	30,371	31,813
9	27,494	29,047	30,571	32,050	33,512	34,983

TABELA 2.13

Coeficientul β_{km} *din relația (2.83)*

m	β_{km}		
	$k=0$	$k=1$	$k=2$
1	1,015	1,468	1,879
2	2,007	2,483	2,992
3	3,000	2,992	4,000

2.6. Constante elastice

În ecuația diferențială a mișcării sistemului liniar cu un grad de libertate

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

intervin trei *caracteristici* ale sistemului: m — masa, c — coeficientul de amorti-

zare, k — constanta elastică. Ele se regăsesc într-o formă sau alta, practic în orice ecuaţie a unei mişcări vibratorii.

Pentru corpuri de formă geometrică simplă, constantele elastice se pot determina prin calcul [6]:

— la un fir elastic, sau o bară, solicitată la întindere sau compresiune

$$k = \frac{EA}{l}, \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right] \tag{2.84}$$

unde E este modulul de elasticitate dinamic, A — aria secţiunii barei şi l — lungimea;

TABELA 2.14

Constante elastice pentru bare cu două reazeme, solicitate la încovoiere, încărcate cu o masă concentrată

Nr. crt.	Schema barei	Constanta elastică k
1	a b	$EI\frac{3(a+b)}{a^2b^2}$
2	a b	$EI\frac{(a+b)^3}{a^3b^3}$
3	a b	$EI\frac{3}{a^3}$
4	a b	$EI\frac{12(a+b)^3}{a^3b^2(3a+4b)}$
5	a b	$EI\frac{12}{b^2(3a+4b)}$
6	a b	$EI\frac{3}{(a+b)b^2}$

— la o bară cilindrică, solicitată la răsucire

$$k = \frac{GI_p}{l}, \quad [\text{N.m}] \tag{2.85}$$

unde G este modulul de elasticitate transversal, I_p— momentul de inerţie polar al secţiunii, l — lungimea barei;

— la un arc elicoidal, solicitat în lungul axei sale

$$k = \frac{Gd^4}{64\, R^3 n}, \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right] \tag{2.86}$$

unde d este diametrul firului, R — raza de înfăşurare, n — numărul de spire ale arcului.

Pentru bare cu două reazeme, solicitate la încovoiere, valorile constantelor elastice sînt date în tabela 2.14. Aici I este momentul de inerţie axial al secţiunii barei.

Compunerea constantelor elastice pentru mai multe elemente se poate face cum se arată în tabela 2.15.

TABELA 2.15

Compunerea constantelor elastice

Felul montajului	Schema montajului	Constanta elastică rezultantă
În serie		$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
În paralel		$k = k_1 + k_2$
Mixt		$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 + k_3}$

În ce privește *amortizările*, modelele matematice întîlnite în teoria vibrațiilor folosesc diferite legi :

— *amortizarea vîscoasă*, la care forța de frecare este proporțională cu viteza relativă între două corpuri, deci ecuația mișcării libere amortizate se scrie

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0\,;$$

— *amortizarea uscată*, sau coulombiană, cu forță de frecare constantă

$$m\ddot{x} + R \operatorname{sign} \dot{x} + kx = 0\,;$$

— *amortizarea structurală*, datorită frecărilor în interiorul materialului și între diferite elemente ale unei structuri

$$m\ddot{x} + \frac{k}{\omega} g\dot{x} + kx = F(t),$$

model valabil doar pentru o excitație $F(t)$ armonică.

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 2

1. BENDAT, J.S., PIERSOL, A.G., *Measurement and Analysis of Random Data*, John Wiley, New York, 1966.
2. MAX, J., *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*, Masson, Paris, 1972.
3. KER WILSON, W., *Practical Solution of Torsional Vibration Problems*, Chapman & Hall Ltd., London, 1956.
4. * * * *Șocuri și vibrații*, sub red. Harris, C.M., și Crede, C.E. (trad. din l. engleză). Editura tehnică, București, 1968.
5. BUZDUGAN, GH., FETCU, L., RADEȘ, M., *Vibrațiile sistemelor mecanice*, Editura Academiei R.S. România, București, 1975.
6. BUZDUGAN, GH., *Rezistența materialelor*, Editura tehnică, București, 1974.

CAPITOLUL 3

EFECTELE VIBRAŢIILOR

Rezultatele măsurărilor de vibraţii se interpretează prin prisma nocivităţii lor. Peste anumite limite, ele sînt dăunătoare oamenilor, pot produce degradări ale clădirilor sau pot deranja buna funcţionare a maşinilor. Numeroasele studii făcute în acest scop au drept subiect pe om, clădirile, maşinile. Dintre toate acestea, omul este cel mai sensibil la perceperea vibraţiilor. Se redau, în cele ce urmează, cîteva din principalele prescripţii din literatura de specialitate.

3.1. Efectele vibraţiilor asupra omului

În baza studiilor lui Dieckmann s-a stabilit un *coeficient de percepere a vibraţiilor K*, folosit ca indiciu al efectelor vibraţiilor asupra omului. După *VDI-Richtlinien 2057*, treptele de percepere a vibraţiilor sînt arătate în tabela 3.1. Valorile coeficientului adimensional K se iau din : figura 3.1—

TABELA 3.1

Trepte de percepere a vibraţiilor de către om

Coeficientul de percepere K	Treapta	Modul de percepere
	A	Imperceptibil
0,1		Pragul perceperii
	B	Abia perceptibil
0,25		
	C	Perceptibil
0,63		
	D	Bine perceptibil
1,4		
	E	Puternic perceptibil
4,0		
	F	
10,0		
	G	Perceptibil foarte puternic
25		
	H	
63		
	I	

în funcție de accelerație și frecvență; figura 3.2 — în funcție de viteză; figura 3.3 — în funcție de deplasare. La toate cele trei grafice, s-au dat în ordonată, atît amplitudini cît și valori eficace.

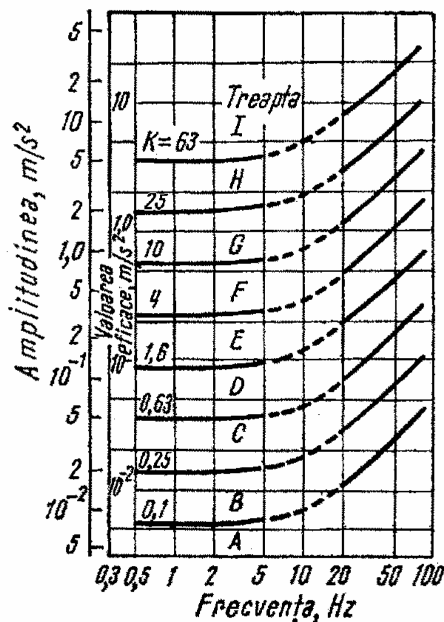


Fig. 3.1

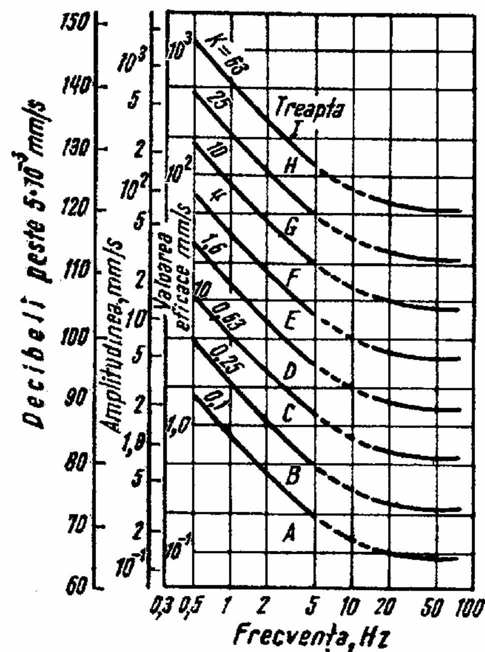


Fig. 3.2

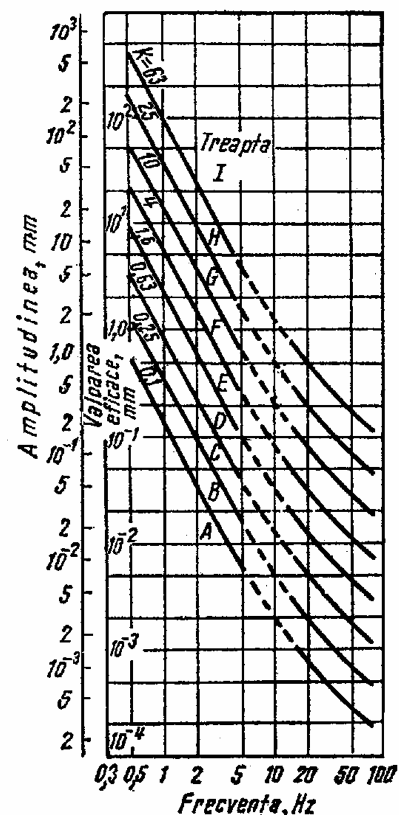


Fig. 3.3

După Koch, vibrațiile pot fi clasificate în funcție de *nivelul de percepere*, măsurat în *pal*, conform tabelei 3.2.

Definind *intensitatea vibrației*, după Zeller

$$Z = \frac{a_0^2}{f} = 16\ \pi^4 x_0^2 f^3\ [\text{cm}^2/\text{s}^3] \quad (3.1)$$

unde a_0 este amplitudinea accelerației și x_0 — cea a deplasării, într-o vibrație armonică, iar f — frecvența, se poate defini *nivelul vibrației*

$$P = 10\ \lg \frac{Z}{Z_1} \quad (3.2)$$

unde $Z_1 = 0{,}5$ cm²/s³. Înlocuind pe Z_1, rezultă

$$P = 10\ \lg\ 2Z\ [\text{pal}]. \quad (3.3)$$

Nivelul vibrației poate fi calculat și în funcție de viteză sau de deplasare

$$P = 20\ \lg\ 22{,}4\ v_0,$$
$$P = 20\ \lg\ 140\ x_0 f. \quad (3.4)$$

TABELA 3.2
Nivelul de percepere a trepidațiilor

Nivelul vibrației, pal	Efectul asupra omului Cauza trepidațiilor
0 ... 10	Pragul de percepere, funcție de poziția corpului
10 ... 20	Percepere generală
20 ... 30	Trepidații datorite vehiculelor, inadmisibile în clădiri
30 ... 40	Trepidații în vehicule cu mers liniștit
40 ... 50	Trepidații în vehicule și ascensoare
50 ... 60	Trepidații puternice în vehicule, suportabile pe un interval scurt
60 ... 80	Trepidații ce cauzează deranjamente : rău de mare, dureri

Efectul vibrațiilor asupra omului depinde și de durata de aplicare a acestora. Graficul din figura 3.4, stabilit de ISO, arată valorile eficace

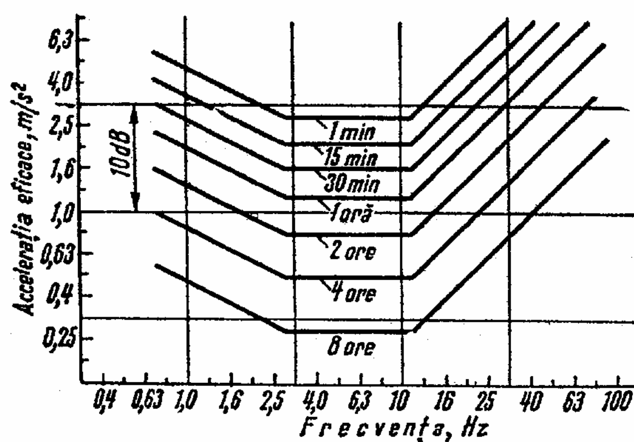


Fig. 3.4

ale accelerației care produc un efect de oboseală asupra omului stînd în picioare sau șezînd. Se vede că nivelele tolerabile sînt cu atît mai ridicate, cu cît durata de acțiune a vibrațiilor este mai scurtă.

3.2. Efectele vibrațiilor asupra clădirilor

În tabela 3.3. [1] se indică posibilitățile de deteriorare a clădirilor, în funcție de amplitudinea vitezei vibrațiilor.

Diagramele din figurile 3.5 și 3.6 arată efectele vibrațiilor de diferite viteze sau deplasări, asupra clădirilor, pentru gama de frecvențe pînă la 100 Hz.

De multe ori interesează valorile limită admisibile ale vibrațiilor clădirilor, produse de explozii care au loc în apropiere. Crandell stabilește drept limită mărimea $a^2/f^2 = 0{,}28\ (\mathrm{m/s})^2$, unde a este accelerația în m/s² și f — frecvența în Hz. După Edwards și Northwood, limita se atinge

TABELA 3.3
Deteriorări la clădiri, funcție de amplitudinea vibrațiilor

Viteza vibrației, cm/s	Deteriorarea clădirii
0,5	foarte puțin probabilă
1,0	improbabilă
5,0	probabilă
10,0	foarte probabilă

cînd viteza este de 11,5 cm/s. Valorile obținute după cele două criterii, pentru diferite frecvențe, sînt redate în tabela 3.4.

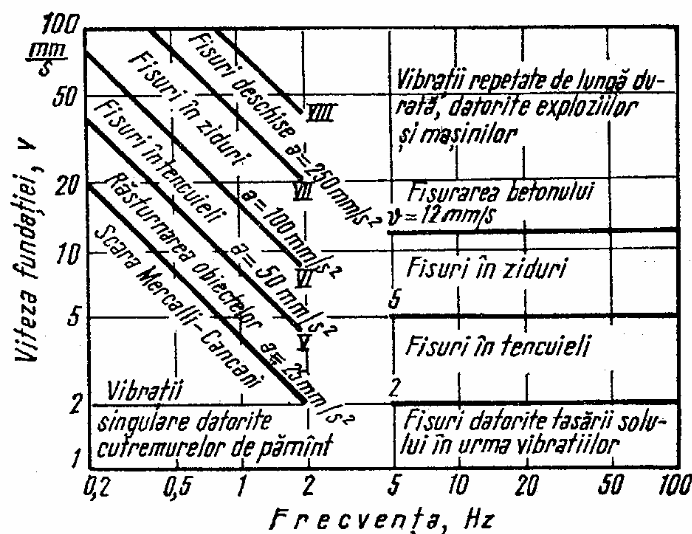


Fig. 3.5

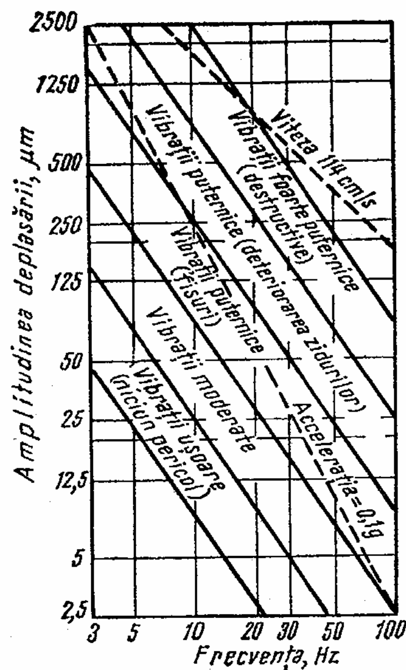


Fig 3.6

TABELA 3.4

Amplitudini limită ale trepidațiilor admisibile produse de explozii

Criteriul	Frecvența, Hz					
	5	10	20	30	40	50
	Amplitudinea, μm					
Crandell $\frac{a^2}{f^2} = 0,28\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$	2670	1350	660	460	330	280
Edwards-Northwood $v = 11,5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	3650	1820	910	610	460	350

Efectul vibrațiilor asupra clădirilor se poate interpreta și dacă se calculează *intensitatea* lor, pe baza măsurărilor, folosind apoi tabela 3.5.

Intensitatea vibrației, măsurată în *vibrar*, are definiția

$$S = 10 \lg \frac{Z}{Z_s}, \quad \text{[vibrar]} \tag{3.5}$$

unde Z se calculează cu relația (3.1), iar Z_s este o valoare de referință $Z_s = 0,1\ \text{cm}^2/\text{s}^3$.

TABELA 3.5

Clasificarea trepidaţiilor după efectul lor asupra clădirilor

Intensitatea trepidaţiei; vibrar	Clasa trepidaţiilor	Efectul asupra clădirilor
10 ... 20	Uşoare	Nu este pericol
20 ... 30	Mijlocii	Nu este pericol
30 ... 40	Puternice	Deteriorări uşoare, fisuri în ziduri
40 ... 50	Dure	Fisuri în zidurile de susţinere
50 ... 60	Foarte dure	Distrugerea clădirilor

3.3. Efectele vibraţiilor asupra funcţionării utilajelor

În figura 3.7 se face o clasificare a vibraţiilor produse de maşini, funcţie de frecvenţă şi de amplitudinea deplasării.

Figura 3.8 dă, după Rathbone, în coordonate deplasare-frecvenţă, aprecieri asupra mersului maşinilor grele, cu fundaţii individuale. Analog, după cercetări făcute la Schenck-Darmstadt, în figura 3.9 se dau criterii asupra mersului electromotoarelor.

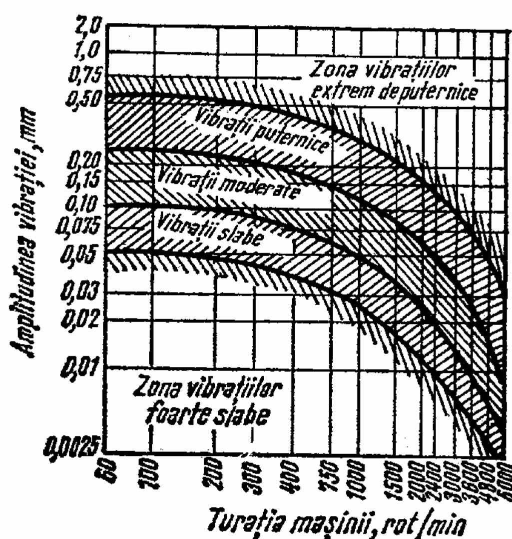


Fig. 3.7

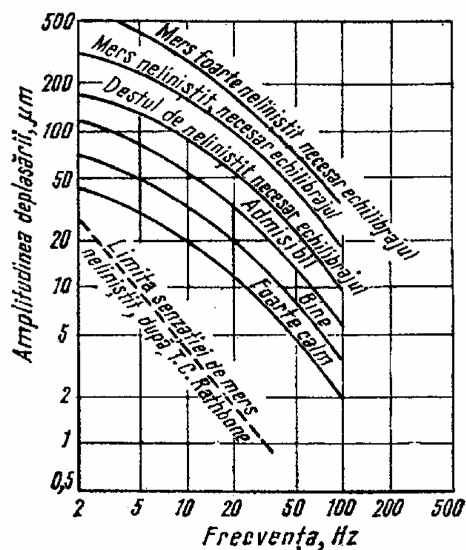


Fig. 3.8

Studiile întreprinse de către VDI au dus la stabilirea unor *Recomandări*, denumite „VDI-Richtlinien 2056", din care se redau unele amănunte şi grafice, în cele ce urmează.

Obiectul recomandărilor îl constituie : sursele active de vibraţii (maşini de diferite feluri) şi *aparatele* care trebuie *izolate pasiv*.

Mărimile care se măsoară sînt :

— deplasări, viteze, acceleraţii, intensităţi de vibraţii, forţe ;
— amplitudini, amplitudini duble, valori eficace ;
— mărimi absolute şi mărimi relative.

În ce privește *executarea măsurării*, recomandările prevăd :

— locul măsurării : lagăre, carcase, fundație, în general acolo unde energia se transmite de la mașină la fundație ;

— condiții de lucru ale mașinii : pe bancul de probă, în gol, în sarcină ;

— scopul măsurării : recepție în uzină sau după montaj, constatarea defectelor și detectarea cauzelor ;

— producerea vibrațiilor : libere, excitate prin șocuri, excitate prin vibratoare, produse de mașină.

Drept mărime caracteristică se ia *viteza eficace*, ceea ce permite a se aprecia atît vibrații armonice cît și nearmonice, în baza relației (2.5) scrisă pentru viteze.

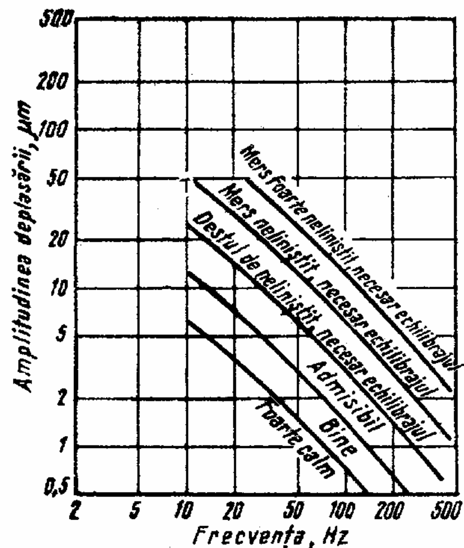


Fig. 3.9

Pornind de la constatarea că o creștere de 1,6 ori a vitezei duce la un grad diferit de percepere, se stabilesc *trepte ale vibrațiilor*, definite prin valori ale vitezei eficace.

În figura 3.10 sînt trasate liniile de egală valoare a vitezei eficace, definind *treptele* de la 0,071 la 71 mm/s. Se consideră că de-a lungul unei linii v_{ef} = const., efectul vibrației este neschimbat. Pe aceeași diagramă s-au reprezentat pe ordonată și amplitudinile x_0, corespunzătoare absciselor, pe care se dau turațiile n sau frecvențele f. Întrucît studiile s-au făcut numai pînă la limita inferioară de 10 Hz, sub aceasta, liniile de egală viteză eficace (înclinate) se înlocuiesc prin linii orizontale, de egală amplitudine. S-au reprodus graficele referitoare la următoarele *grupe de mașini:*

— figura 3.11, grupa K : părțile de acționare a mașinilor de lucru și de forță, în special electromotoare pînă la 15 kW ;

— figura 3.12, grupa M: mașini mijlocii (motoare electrice de 15—75 kW) fără fundații speciale, ca și mașini rotative pînă la 300 kW, așezate pe fundații ;

— figura 3.13, grupa G : mașini de lucru și de forță rotative, așezate pe fundații rigide cu frecvențe ridicate ;

— figura 3.14, grupa T : mașini de forță și de lucru cu mase rotative, așezate pe fundații cu frecvențe joase.

În literatură se întîlnesc și diferite valori admisibile ale vibrațiilor mașinilor, date sub formă de tabele. Astfel :

a. După Savinov [2], limitele superioare ale vibrațiilor fundațiilor de mașini sînt redate în tabela 3.6.

b. Pentru deplasările lagărelor unui turbogenerator cu turația n = 3000 rot/min, după Rathbone, amplitudinile deplasărilor lagărelor caracterizează mersul mașinii, cum se arată în tabela 3.7.

c. Normele stabilite de *Teploelektroproekt* prescriu următoarele valori admisibile pentru fundațiile turboalternatoarelor :

pentru $n \geqslant$ 3000 rot/min 0,02 ... 0,03 mm ;
pentru $n \geqslant$ 1500 rot/min 0,04 ... 0,06 mm ;
pentru $n \geqslant$ 750 rot/min 0,08 ... 0,12 mm.

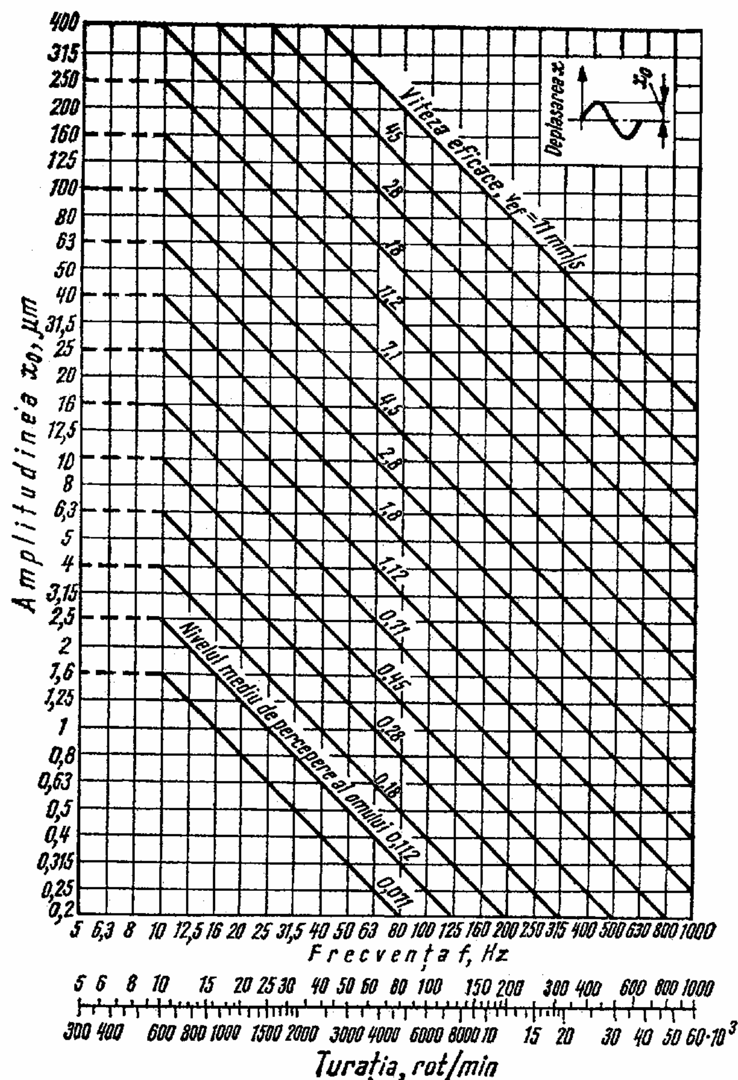


Fig. 3.10

d. Pentru *ciocane de forjă*, la *fundații* amplitudinile admisibile sînt de 1,0 ... 1,2 mm. Pentru *șabotă*, amplitudinile admisibile sînt funcție de greutatea berbecului :

— la berbec de 1 t : amplitudinea 1 mm ;
— la berbec de 2 t : amplitudinea 2 mm ;
— la berbec peste 3 t : amplitudinea 3 ... 4 mm.

Liubimov recomandă amplitudini admisibile ale blocului de fundație pînă la 2,5 mm. Normele DIN 4025 recomandă să nu se depășească viteza de 3,8 mm/s pentru vibrațiile verticale ale fundației.

e. Pentru *mașini-unelte*, cîteva valori admisibile ale deplasărilor pe verticală sînt date în tabela 3.8.

f. Pentru *laboratoare metrologice*, după ISA — Journal, se prescriu următoarele valori limită ale accelerațiilor în vibrația pardoselii :

0,001 g — în laboratoare pentru metrologie, fizică și măsurări electrice ;
0,002g — în laboratoare tehnologice pentru măsurarea dimensiunilor ;
0,003 g — în laboratoare tehnologice pentru măsurări fizice și electrice.

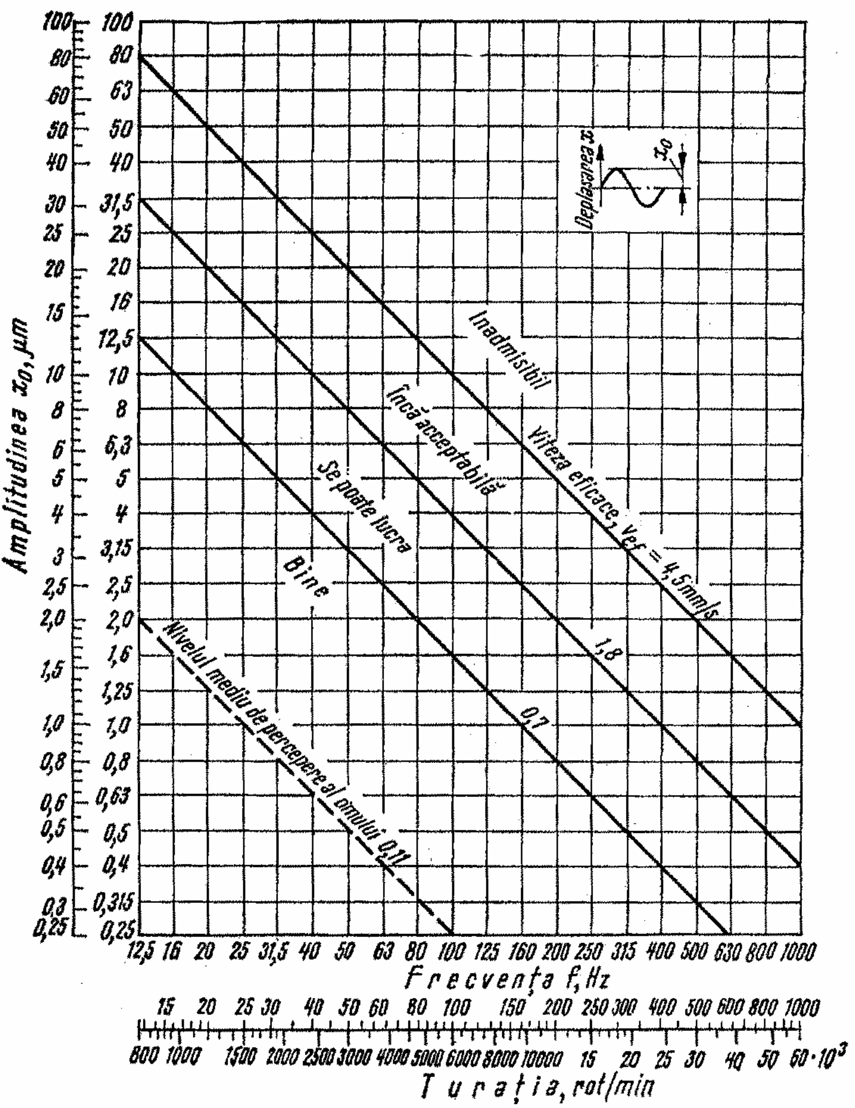


Fig.3.11

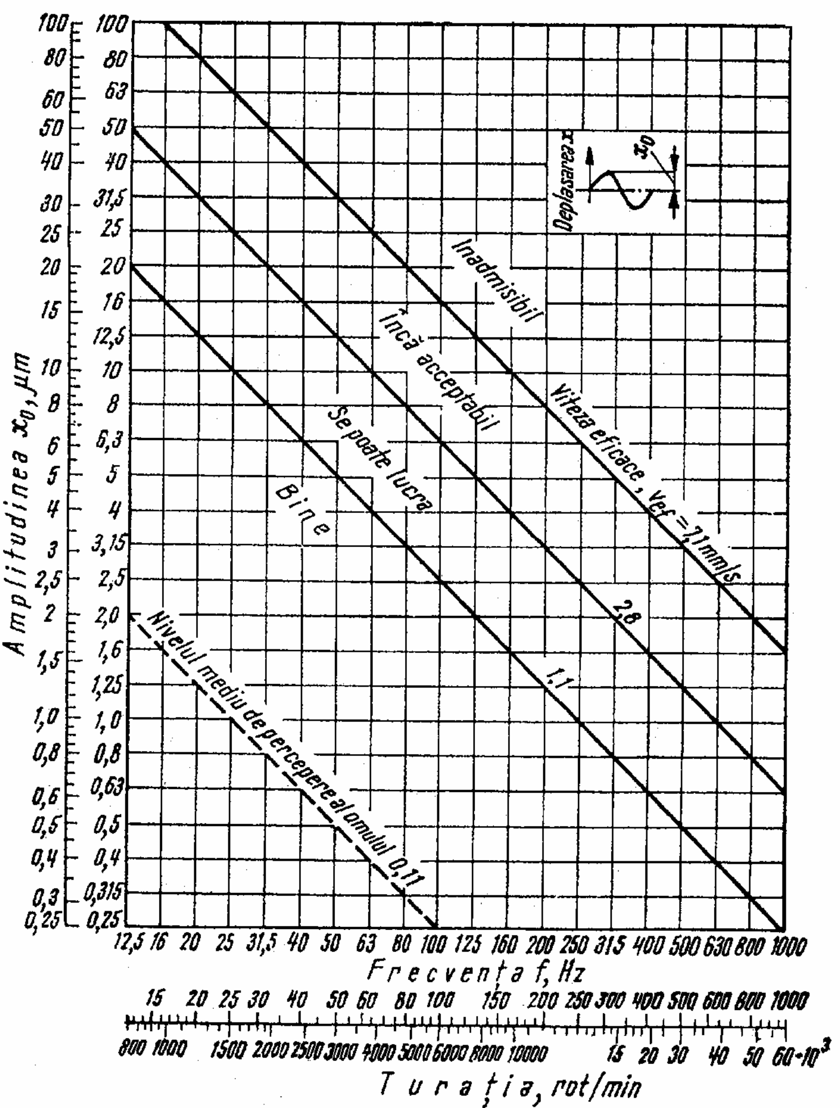


Fig. 3.12

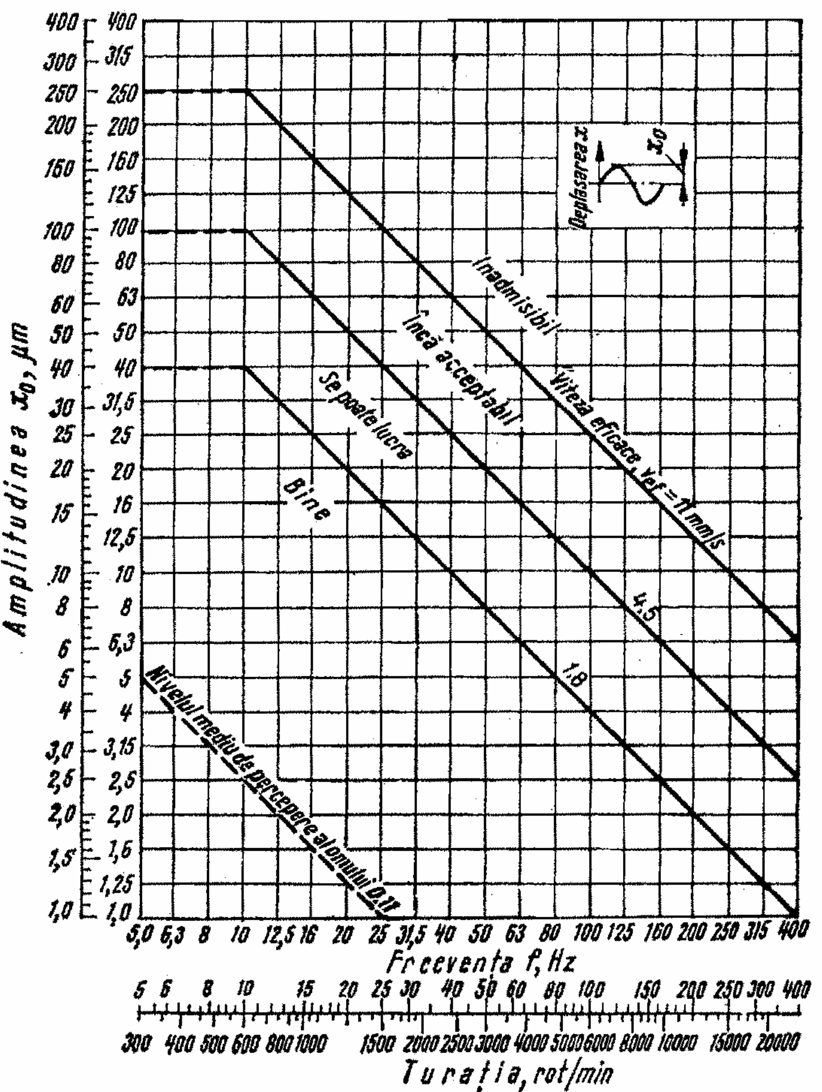


Fig. 3.13

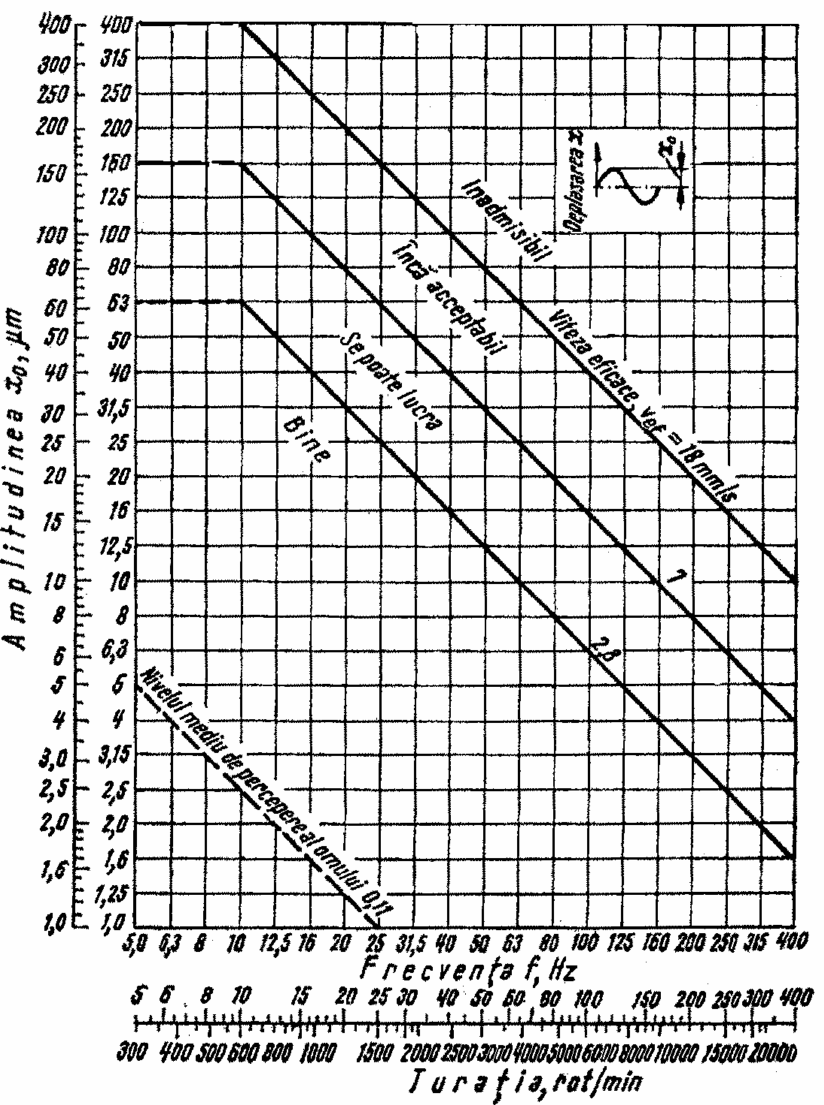


Fig. 3.14

TABELA 3.6

Limite superioare ale valorilor admisibile pentru amplitudinile vibrațiilor la mașini cu mișcare circulară uniformă

Direcția vibrațiilor	Turația, rot/min							
	<500	500	750	1000	1500	3000	5000	10000
	Amplitudinea vibrațiilor, mm							
Verticale	0,15	0,12	0,09	0,075	0,06	0,03	0,015	0,005
Orizontale	0,20	0,16	0,13	0,11	0,09	0,05	0,020	0,0075

TABELA 3.7

Amplitudinile vibrațiilor lagărelor unei turbine, cu n = 3000 rot/min

Amplitudinea μm	10	20	30	60	peste 80
Mersul mașinii	bun	acceptabil	ușor neliniștit	neliniștit	foarte neliniștit

TABELA 3.8

Amplitudini limită admisibile pentru vibrațiile mașinilor unelte

Felul mașinii	Amplitudinea admisibilă, mm
Raboteze	0,35
Strunguri, mașini de frezat, mașini de găurit	0,03
Mașini de rectificat și mașini de fabricat rulmenți	0,03
Mașini de șlefuit interior	0,05
Prese	0,09

g. Pentru *încăperi* cu diferite destinaţii, valorile admisibile ale deplasărilor se dau în tabela 3.9.

TABELA 3.9

Amplitudini admisibile ale vibraţiilor în diferite încăperi

Destinaţia încăperii	Amplitudinea admisibilă, μm
Laboratoare cu aparate de precizie	10 ... 30
Ateliere cu maşini de precizie şi standuri de încercare	20 ... 40
Centrale electrice cu turbine cu aburi	20
Turnătorii	30 ... 50
Birouri şi locuinţe	50 ... 70

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 3

1. Bobbert, G., Dieckmann, D., Federn, K., Lübcke, E., *Beurteilungsmaßstäbe für mechanische Schwingungen*, Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen, 1967.
2. Savinov, O.A., *Fundamentu pod machin*, Leningrad, GILSA, 1955.

CAPITOLUL 4

TRADUCTORI ȘI CAPTORI PENTRU MĂSURAREA VIBRAȚIILOR

4.1. Traductori pentru măsurarea electrică a vibrațiilor

Din punct de vedere fizic, traductorul este un dispozitiv în care are loc conversia unei *forme de energie* în altă formă de energie. Nu se poate vorbi despre transformarea unei deplasări într-o mărime electrică, dar se produce transformarea energiei mecanice în energie electrică.

Rezultă de aici că mărimea mecanică ce trebuie măsurată, de exemplu o deplasare, se asociază cu altă mărime mecanică — în cazul citat o forță — așa ca produsul lor să reprezinte o energie.

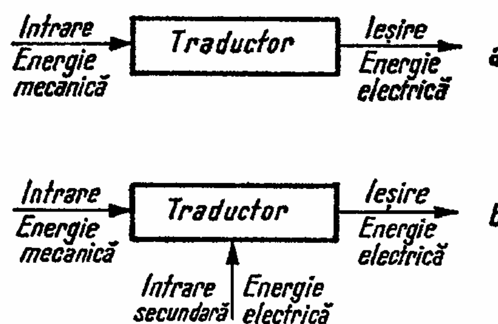


Fig. 4.1

Se poate face o clasificare a traductorilor în două grupe mari (fig. 4.1):

— traductori *energetici* sau generatori, care transformă energia de intrare mecanică în energie electrică (fig. 4.1*a*);

— traductori *parametrici*, care sînt alimentați, printr-o intrare secundară, cu energie electrică, iar variația energiei mecanice a sistemului de măsurat produce variații ale energiei electrice (fig. 4.1*b*).

Cînd traductorul transformă energia mecanică de intrare direct în energie electrică, el se numește *cu transformare directă;* dacă în acest proces intervine o altă mărime — acustică, optică, etc. — traductorul este *cu transformare indirectă.* O clasificare mai detaliată a traductorilor este dată în tabela 4.1.

Nu toți traductorii arătați în tabelă sînt indicați pentru măsurarea vibrațiilor, fie din cauza neliniarității, fie din cauză că reacționează foarte lent la semnalul mecanic de intrare. De aceea, în cele ce urmează, se va face o prezentare a principiului de funcționare și a caracteristicilor numai pentru traductorii folosiți curent în măsurarea vibrațiilor [1].

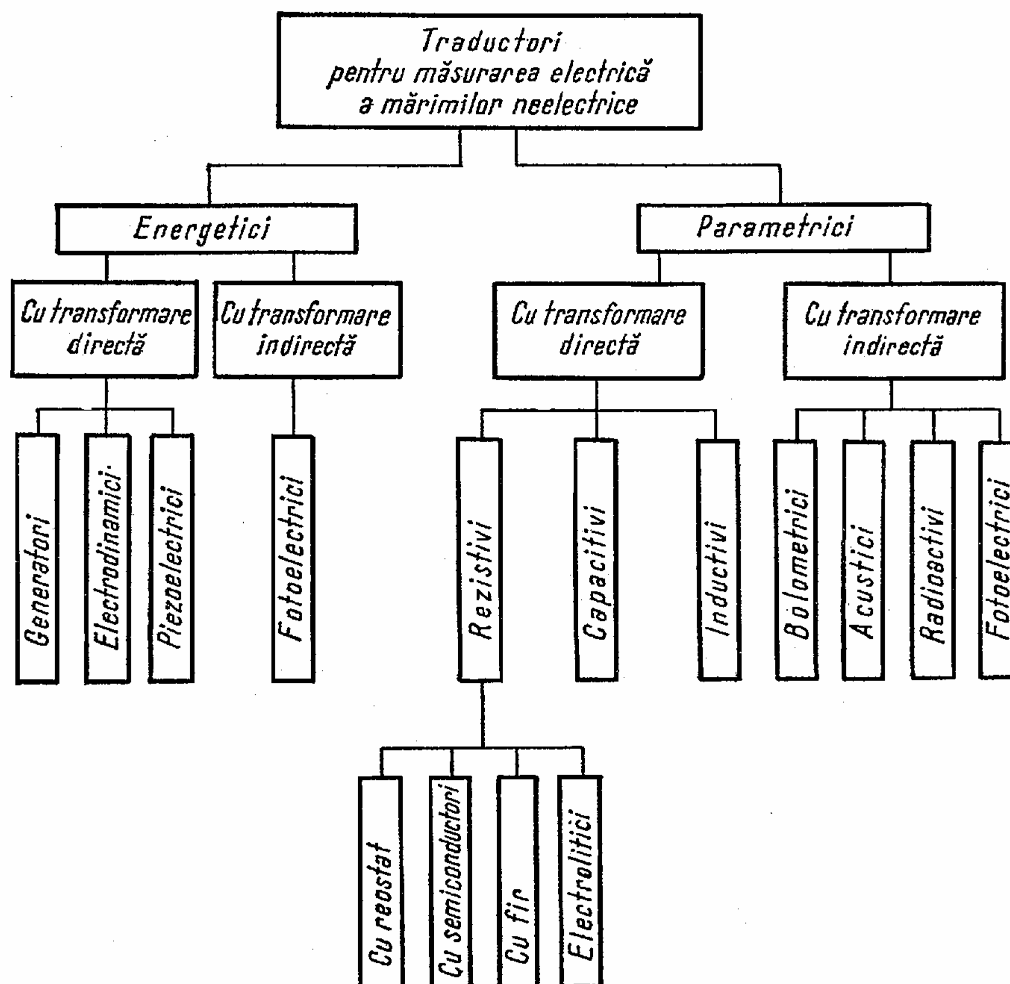
4.1.1. Traductori parametrici

Din această categorie, se vor descrie traductorii *rezistivi, capacitivi și inductivi.*

4.1.1.1. *Traductori rezistivi.* La traductorul rezistiv, mișcarea mecanică produce *variația unei rezistențe ohmice* și, ca urmare, variația

curentului care o străbate. Rezistența se află într-un circuit alimentat din exterior. Conform tabelei 4.1, rezistența poate fi constituită din un *reostat*, un *semiconductor*, un *fir metalic* sau un *electrolit*.

TABELA 4.1



a. *Traductorul potențiometric.* O soluție de măsurare a deplasărilor relativ mari o constituie traductorul cu reostat, montat în circuit potențiometric. În figura 4.2, rezistența R_x variază proporțional cu deplasarea măsurată x, R_i este rezistența interioară a aparatului electric de măsură, E — tensiunea sursei de curent, I — curentul în circuit, U_1 — tensiunea măsurată de aparat.

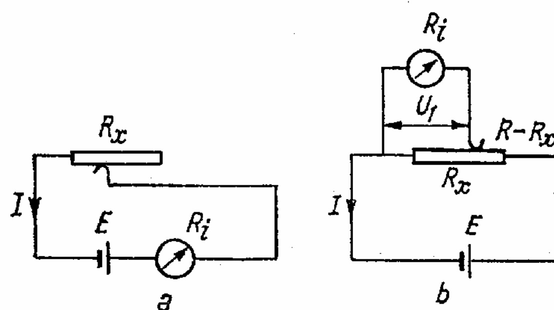


Fig. 4.2

La schema din figura 4.2*a*, $U = E - Ir$, iar curentul

$$I = \frac{U}{R_x + R_i} \qquad (4.1)$$

variază hiperbolic cu R_x, deci scala aparatului trebuie gradată

în consecință. La montajul din figura 4.2 *b*, tensiunea la bornele aparatului este

$$U_1 = U \frac{R_x}{\frac{R_x(R-R_x)}{R_i} + R}, \tag{4.2}$$

unde R este rezistența totală a reostatului. Cînd $R \ll R_i$, deci și $R_x \ll R_i$, relația (4.2) se simplifică și devine

$$U_1 = U \frac{R_x}{R}, \tag{4.3}$$

deci tensiunea U_1 este proporțională cu R_x (și cu x), ceea ce face ca scala să fie divizată liniar.

Traductorii potențiometrici se folosesc pentru a măsura deplasări mari (de ordinul centimetrilor) și cu frecvență joasă.

b. *Traductorul tensometric rezistiv.* Acest traductor este format dintr-un fir rezistent, de diametru foarte mic, lipit în serpentină pe un suport izolant (hîrtie, bachelită). Pe schema din figura 4.3 s-au notat: firul rezistent *1*, conductorii de legătură *2*, suportul izolant *3*. Supus unei deformații mecanice — lungire sau scurtare — traductorul tensometric își modifică rezistența. Fie rezistența firului

$$R = \rho \frac{l}{s}, \tag{4.4}$$

unde ρ este rezistivitatea materialului, l — lungimea și s — secțiunea firului. La o variație Δl a lungimii, corespunde o variație ΔR a rezistenței

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(1+2\nu + \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot \frac{l}{\Delta l}\right)\frac{\Delta l}{l} \tag{4.5}$$

unde $\Delta\rho$ este variația rezistivității, ν — coeficientul de contracție transversală. În construcția traductorilor tensometrici se folosesc materiale la care ρ este practic constant, fiind independent de deformație, ca și de variația temperaturii. Luînd $\Delta\rho = 0$ și folosind notația pentru *alungire*

$$\varepsilon = \Delta l/l,$$

relația (4.5) devine

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\nu)\varepsilon. \tag{4.6}$$

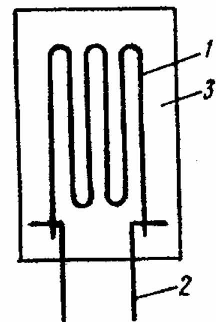


Fig. 4.3

Raportul

$$k = \frac{\Delta R/R}{\varepsilon} = 1 + 2\nu \tag{4.7}$$

poartă numele de ***constanta traductorului tensometric***. Cunoscînd pe k (determinat experimental) şi măsurînd ΔR, se poate afla alungirea ε. Pe acest principiu se bazează ***tensometria electrică rezistivă***, metodă cu vaste aplicaţii în măsurarea electrică a mărimilor neelectrice.

Lipind traductorul T pe elementul elastic E al unui sistem oscilant, se realizează cel mai simplu captor de măsurat vibraţii (fig. 4.4) : săgeţile barei E, deci alungirile ei, sînt în general proporţionale cu deplasarea de măsurat $x(t)$.

Traductorii tensometrici cu fir de constantan sau nicrom au $k = 1{,}9 \ldots 2{,}6$; cei cu semiconductori, mult mai sensibili, au valori k pînă la 150. Rezistenţa firului metalic este $R = 100 \ldots 600$ ohmi iar puterea disipată, de 1 watt/cm².

Măsurarea variaţiei de rezistenţă ΔR se face legînd traductorul într-un circuit potenţiometric sau într-o punte Wheatstone.

Traductorul tensometric este liniar pînă la deformaţii care depăşesc limita sa de proporţionalitate. În lucrări de specialitate asupra tensometriei electrice se dau detalii referitoare la tipurile de traductori tensometrici, proprietăţile lor, tehnologia lipirii, determinarea constantei etc. [2].

Calităţile sale fac ca traductorul tensometric rezistiv să fie folosit cu succes în construcţia captorilor de vibraţii. Trebuie luate însă măsuri de protecţie împotriva agenţilor care i-ar putea modifica comportarea (umezeală, coroziune etc.).

4.1.1.2. *Traductori capacitivi*. Capacitatea electrică a unui condensator cu două plăci paralele (fig. 4.5) este

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{\delta} \quad [\text{pF}] \tag{4.8}$$

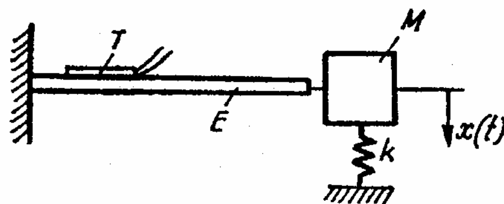


Fig. 4.4

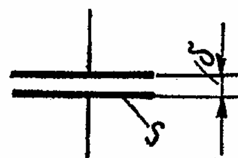


Fig. 4.5

unde $\varepsilon_0 = 0{,}0885$ pF · cm^{-1} este constanta dielectrică a vidului, ε_r — constanta dielectrică a altui mediu în raport cu vidul (v. tabela 4.2), S — suprafaţa unei plăci, cm², δ — distanţa între plăci, cm.

Variind, sub efectul unei acţiuni mecanice, una din mărimile din relaţia (4.8), variază capacitatea condensatorului.

TABELA 4.2

Constante dielectrice relative

Mediul	Vid Aer	Hîrtie	Ulei	Mase plastice	Porţelan Cuarţ	Sticlă	Apă
ε_r	1	1,8...2,6	2,2...2,5	4...6	4,5...5	5..10	80

La traductorii capacitivi uzuali pentru măsurarea deplasărilor, variază distanța δ între plăci : relația între C și δ este hiperbolică. Variația capacității poate fi transformată într-un semnal electric, fie folosind un circuit de polarizare în curent continuu, fie un circuit de amplificare cu reacție, ca cel din figura 4.6. Se caută să se obțină o relație liniară între tensiunea de ieșire U_e și deplasarea plăcilor x. Traductorul capacitiv C_2 este introdus în bucla de reacție a unui amplificator operațional ($A \gg 1$). Tensiunea purtătoare, de curent alternativ, U_i se aplică la intrarea amplificatorului, prin condensatorul C_1. Amplificatorul se alege în așa fel ca în punctul M să se realizeze o „masă virtuală". Pentru porțiunea de circuit PMS se poate scrie $U_i = X_1 I_1$,

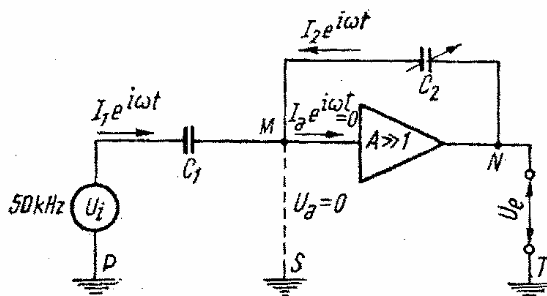


Fig. 4.6

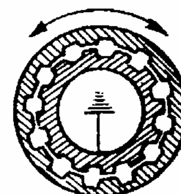
unde $X_1 = \dfrac{1}{i\omega C_1}$. Pentru porțiunea $TNMS$ se scrie $U_e = X_2 I_2$, cu $X_2 = \dfrac{1}{i\omega C_2}$. În punctul M, $I_1 + I_2 = 0$. Avînd în vedere că C_2 este invers proporțional cu x, rezultă

$$U_e = -\frac{X_2}{X_1}U_i = -\frac{C_1}{C_2}U_i = -\frac{k}{C_2} = -Kx, \qquad (4.9)$$

unde s-a notat $C_1 U_i = k$. Semnalul U_e este o undă sinusoidală, modulată în amplitudine, avînd variația față de valoarea medie, proporțională cu amplitudinea vibrației. Se construiesc și traductori capacitivi la care variază suprafața S cu care plăcile condensatorilor stau față în față. În acest caz, plăcile sînt suprafețe cilindrice care se deplasează relativ în direcție axială, sau suprafețe dințate (fig. 4.7) avînd mișcare relativă circulară.

4.1.1.3. *Traductori inductivi.* La aceștia, mișcarea care se studiază produce o variație a inductanței L a unui circuit alimentat în curent alternativ. Traductorii inductivi se împart în mai multe grupe, funcție de piesa aflată sub efectul mișcării vibratorii și de circuitele conținute.

Traductorii cu circuit magnetic închis și întrefier variabil, corespund schemei din figura 4.8. Inductanța circuitului are în acest caz expresia


Fig. 4.7

$$L = 1{,}25 \cdot 10^{-8} \frac{N^2}{\dfrac{l_f}{\mu S_f} + \dfrac{l_a}{S_a}} \qquad (4.10)$$

unde N este numărul de spire ale bobinei; l_f — lungimea circuitului magnetic în fier, cm; l_a — lungimea întrefierului, cm; μ — permeabilitatea magnetică a fierului, la fluxul cu densitate maximă; S_f — secțiunea

fierului, cm^2 ; S_a— secţiunea întrefierului, cm^2. De obicei reluctanţa fierului este mult mai mică decît a aerului, ceea ce reduce expresia inductanţei la

$$L \approx \frac{S_a}{l_a} N^2 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-8} [\text{H}]. \qquad (4.11)$$

Dat fiind că la traductorul inductiv rezistenţa ohmică este neglijabilă, impedanţa

$$Z = \sqrt{(L\,\omega)^2 + R^2}$$

devine, practic, $Z = L\omega$. Întrucît secţiunea S_a este constantă, impedanţa Z şi inductanţa L variază hiperbolic cu grosimea l_a a întrefierului. Se obţine o variaţie cvasiliniară cînd întrefierul este mic şi variaţia lui — de asemenea mică.

Cînd circuitul magnetic este deschis (fig. 4.9), de forma bobinei 1, în care se deplasează miezul de fier 2, inductanţa este direct proporţională cu adîncimea de pătrundere l : deci acest *traductor cu miez mobil* este indicat şi pentru deplasări de valori mari.

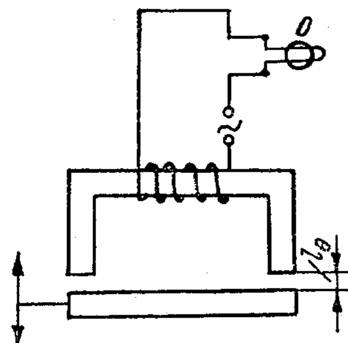


Fig. 4.8

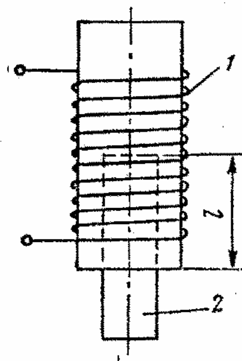


Fig. 4.9

Traductorul cu circuit magnetic închis şi *întrefier variabil* poate fi îmbunătăţit cînd este construit sub formă de *traductor compensator* (fig. 4.10) ; de data aceasta sînt două circuite — în unul inductanţa creşte, iar în celălalt scade, sub efectul mişcării. Cele trei variante din figura 4.10

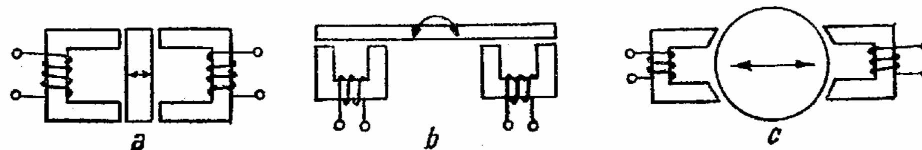


Fig. 4.10

servesc : *a* — pentru mişcări de translaţie, *b* — pentru mişcări de pivotare, *c* — pentru măsurarea vibraţiilor unui arbore în rotaţie.

Traductorii inductivi se realizează şi ca *transformatoare*, avînd două sau mai multe circuite, unele de alimentare (primare), altele pentru curentul

indus (secundare). Cîteva exemple sînt date în figura 4.11 : *a*, *b* — traductori simpli, cu bobinele pe miezuri diferite sau pe acelaşi miez ; *c*, *d*, *e* — traductori compensatori, avînd cîte două circuite de alimentare *A* şi un circuit de măsură *M* ; *f* — traductor compensator cu miez mobil.

Traductorii inductivi pot fi construiţi în dimensiuni foarte mici, ajungînd uneori la mase de 1 g, ceea ce îi face potriviţi pentru măsurări pe piese uşoare, sau în locuri cu trepidaţii foarte puternice (de exemplu la

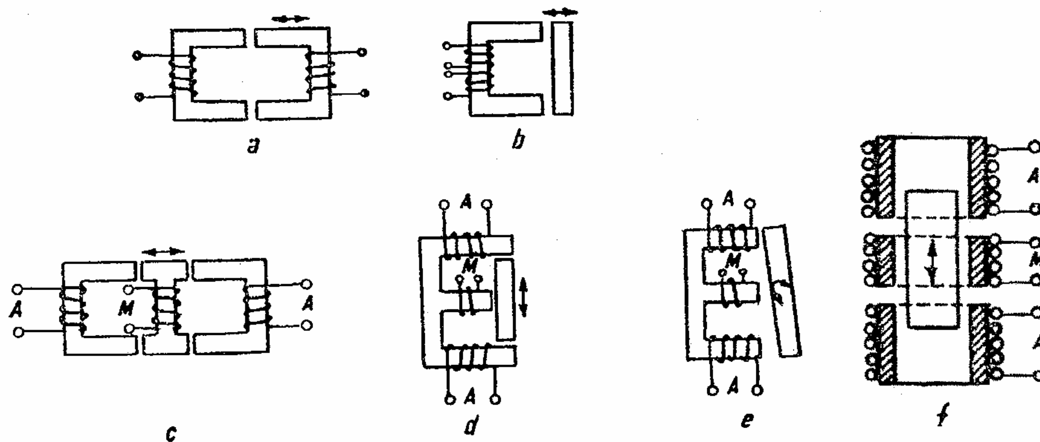


Fig. 4.11

pale de elice, la acceleraţii de 1000 *g*). Ei se pot construi din materiale care să anuleze sau să compenseze efectul variaţiilor de temperatură ; de asemenea nu sînt influenţaţi de umiditate, fapt care îi situează înaintea celor rezistivi. Ei nu au histerezis, ceea ce permite a fi folosiţi la măsurarea de vibraţii cu frecvenţe de mai multe sute de Hertzi.

O variantă de traductori inductivi sînt *traductorii magnetostrictivi*, bazaţi pe proprietatea materialelor feromagnetice de a-şi schimba permeabilitatea magnetică sub efectul unei acţiuni mecanice. Dacă firul de permalloy 2 din fig. 4.12 este supus unei forţe *F*, el îşi modifică permeabilitatea, iar bobina 1 îşi schimbă inductanţa *L*. Astfel de captori se folosesc în special la măsurarea forţelor de aşchiere sau a presiunilor în cilindrii motoarelor.

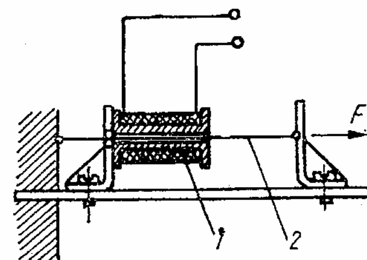


Fig. 4.12

4.1.2. Traductori energetici

Dintre traductorii energetici, vor fi prezentaţi cei *piezoelectrici* şi *electrodinamici*, foarte răspîndiţi în construcţia captorilor de vibraţii.

4.1.2.1. *Traductori piezoelectrici.* Anumite materiale, naturale sau ceramice, au proprietatea că, sub efectul unor acţiuni mecanice, la suprafaţa lor apare o sarcină electrică, iar în interior are loc o polarizare electrică ; efectul dispare odată cu anularea acţiunii mecanice. Efectul se numeşte *piezoelectric*, iar materialele cu aceste proprietăţi sînt piezoelectrice.

Traductorul piezoelectric poate fi format din o serie de plăcuțe solicitate la compresiune, ca în figura 4.13 : plăcile de cuarț 1 sînt intercalate cu plăci metalice 2. În figura 4.14 s-a reprezentat o plăcuță de cuarț,

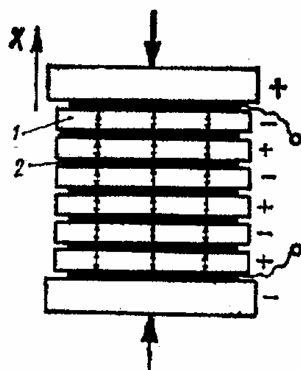
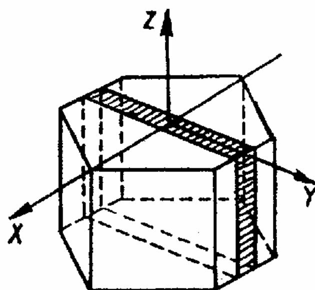


Fig. 4.13



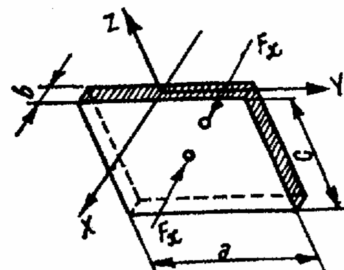


Fig. 4.14

de dimensiuni a, b, c, tăiată printr-un plan paralel cu YZ, unde Z este axa optică a cristalului. Sub efectul unei forțe F_x, paralelă cu axa X, sarcina electrică produsă de cristal este

$$q_x = kF_x \tag{4.12}$$

iar dacă forța este paralelă cu axa Y

$$q_y = k\frac{a}{b}F_y. \tag{4.13}$$

Este preferabilă aplicarea forței pe direcția X, efectul fiind independent de dimensiunile plăcuței. *Constanta piezoelectrică* a cuarțului are valoarea

$$k = 2{,}1 \times 10^{-11}\ [\mathrm{C/daN}].$$

Alte materiale — sare Seignette, titanat de bariu — au constante piezoelectrice mult mai mari decît a cuarțului.

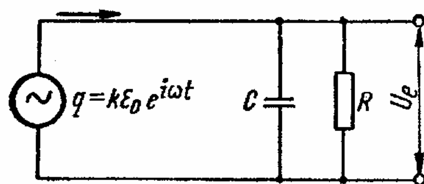


Fig. 4.15

Pentru a înțelege limitele în care poate fi folosit un traductor piezoelectric, în figura 4.15 s-a reprezentat circuitul electric echivalent al sistemului format din traductor, cabluri și aparatul de măsură. Traductorul este reprezentat ca un generator de sarcină, proporțională și în fază cu deformația armonică $\varepsilon_0 e^{i\omega t}$ aplicată asupra sa. Capacitatea C cuprinde pe cea a traductorului și a cablurilor de legătură, iar R este rezistența (la masă a) traductorului, a cablurilor și a impedanței de intrare a aparatului, legate în paralel.

Curentul produs în circuit de către sarcina q este

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{u_e}{R} - C\frac{du_e}{dt}, \tag{4.14}$$

unde u_e este tensiunea variabilă de ieşire. Luînd $u_e = U_e\,e^{i\omega t}$, rezultă

$$u_e = \frac{i\omega q}{\frac{1}{R} + iC\omega} = \frac{1}{1 - \frac{i}{RC\omega}}\frac{k\varepsilon_0}{C}e^{i\omega t},$$

respectiv

$$U_e = \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}\frac{k\varepsilon_0}{C}, \tag{4.15}$$

unde s-a notat

$$\theta = \text{arc tg}\frac{1}{RC\omega}. \tag{4.16}$$

La frecvenţe înalte, $\omega \to \infty$, $\theta \to 0$ şi $U_e \to \frac{k\varepsilon_0}{C} = U_{if}$; cu această notaţie, relaţia (4.15) se scrie

$$\frac{U_e}{U_{if}} = \frac{e^{i\theta}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}. \tag{4.17}$$

Modulul acestei relaţii $\left|\frac{U_e}{U_{if}}\right|$ şi faza θ sînt reprezentate, în funcţie de ω, în figura 4.16.

Se vede că frecvenţa limită de utilizare a unui traductor piezoelectric depinde de constanta de timp RC. Aceasta este influenţată puternic de cablurile de conexiune. Deci, la frecvenţe joase, tensiunea U_e este funcţie de lungimea cablurilor folosite. Frecvenţa limită poate fi coborîtă mărind pe R, deci folosind amplificatori cu impedanţă de intrare ridicată.

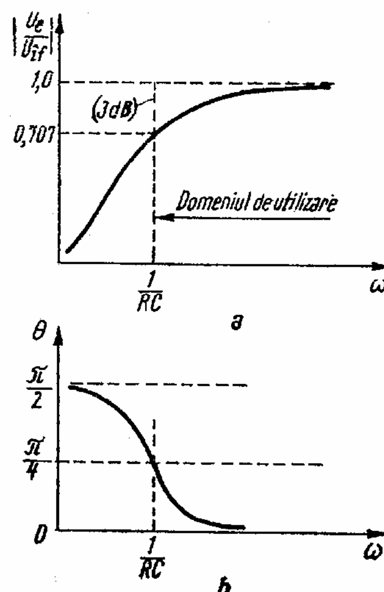


Fig. 4.16

4.1.2.2. *Traductori electrodinamici.* La aceşti traductori (fig. 4.17), o bobină se deplasează alternativ în cîmpul magnetic produs de un magnet permanent sau un electromagnet. Într-un conductor de lungime l, m, care se deplasează cu viteza v, m/s, perpendicular pe liniile de forţă ale unui cîmp de inducţie B, T, se induce o tensiune

$$e = -Blv \text{ [V]}. \tag{4.18}$$

Traductorii electrodinamici produc tensiuni de ieşire mari, fapt care face să poată fi folosiţi şi fără amplificatoare. Întrucît tensiunea de ieşire este proporţională cu viteza, ei se folosesc curent la construcţia captorilor de viteze.

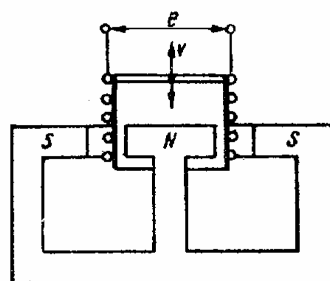


Fig. 4.17

Traductorii electrodinamici sînt reversibili :dacă bobina este străbătută de un curent i, asupra ei acţionează o forţă

$$F = B\,l\,i \text{ [N]}. \qquad (4.19)$$

Din relaţiile (4.18) şi (4.19) rezultă

$$Bl = \left|\frac{e}{v}\right| = \frac{F}{i}, \qquad (4.20)$$

ceea ce arată posibilitatea unei etalonări statice a traductorului în V/cm/s, măsurînd forţa F, N, la diferite valori i, A, deci folosind un dinamometru şi un ampermetru (v. cap. 8).

Reversibilitatea traductorului electrodinamic îl face potrivit pentru construcţia *vibratoarelor*.

4.2. Captori pentru măsurarea vibraţiilor

Se vor descrie, pe scurt, principalele construcţii de captori pentru măsurarea deplasărilor, vitezelor, acceleraţiilor, ca şi pentru forţe, cupluri şi presiuni.

4.2.1. Teoria aparatelor seismice

Aparatele de măsurat vibraţii — deci şi captorii de vibraţii — sînt de două feluri :

— *aparate cu punct fix* sau *cuasistatice*, care măsoară mişcarea vibratorie în raport cu un element imobil ;

— *aparate seismice*, funcţionînd pe principiul unui sistem oscilant format dintr-o masă , un arc şi un amortizor.

La aparatele cu punct fix, elementul mobil urmează mişcarea sistemului ce se măsoară, erorile putînd fi cauzate numai de deformaţiile produse de către forţele de inerţie în diferitele pîrghii ale aparaturii.

Modul de funcţionare a aparatelor seismice va fi descris în cele ce urmează.

4.2.1.1. *Principiul de lucru.* Aparatul seismic (fig. 4.18) are următoarele părţi componente : *suportul S*, legat rigid de corpul a cărui vibraţie se măsoară, *masa m*, legată de suport prin intermediul *arcului k* şi *amortizorului c*. S-a notat cu T traductorul, care, legat de masa m,transformă mişcarea într-un semnal electric.

Se consideră că obiectul de studiat, deci şi suportul aparatului, execută o mişcare armonică

$$x_1 = X_1 \sin \omega t. \qquad (4.21)$$

Deplasarea relativă a masei m, față de suportul S, este

$$x_r = X_r \sin(\omega t - \theta) \tag{4.22}$$

şi ea este preluată de traductorul T.

Față de un reper imobil, masa m are deplasarea

$$x = x_1 + x_r$$

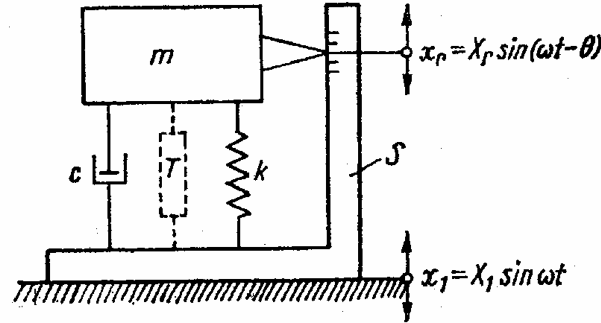


Fig. 4.18

respectiv accelerația

$$\ddot{x} = \ddot{x}_1 + \ddot{x}_r.$$

Se scrie ecuația mişcării masei m

$$m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_r) + c\dot{x}_r + kx_r = 0 \tag{4.23}$$

sau

$$m\ddot{x}_r + c\dot{x}_r + kx_r = -m\ddot{x}_1 = mX_1\omega^2 \sin \omega t. \tag{4.24}$$

Se ştie că această ecuație are soluția de forma (2.52), astfel că se poate scrie

$$\frac{X_r}{X_1} = \frac{\left(\frac{\omega}{p}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{p}\right)^2}} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\zeta\eta)^2}}, \tag{4.25}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{2\zeta\frac{\omega}{p}}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} = \operatorname{arctg}\frac{2\zeta\eta}{1-\eta^2} \tag{4.26}$$

cu notațiile cunoscute

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ;\ \zeta = \frac{c}{c_c}\ ;\ c_c = 2\sqrt{km}\ ;\ \eta = \frac{\omega}{p}.$$

Relaţia (4.25) s-a reprezentat grafic în figura 4.19, pentru două valori ale lui ζ; relaţia (4.26) a fost reprezentată în figura 4.20.

Pe figura 4.19 se pot observa trei zone: În zona III, cînd $\omega \gg p$, se observă că $X_r \approx X_1$, deci mişcarea relativă X_r între masă şi suport, preluată de traductorul T, este aceeaşi cu mişcarea de studiat X_1. Figura 4.20 arată că, în această zonă, la amortizări slabe, $\zeta \to 0$, defazajul este $\theta = \pi$, deci suportul şi masa m vibrează în opoziţie de fază. Faţă de un reper

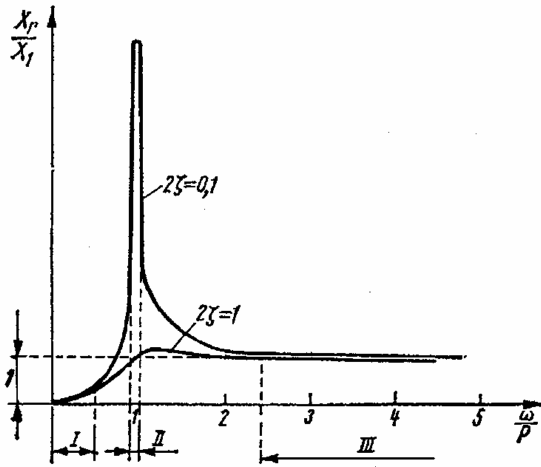


Fig. 4.19

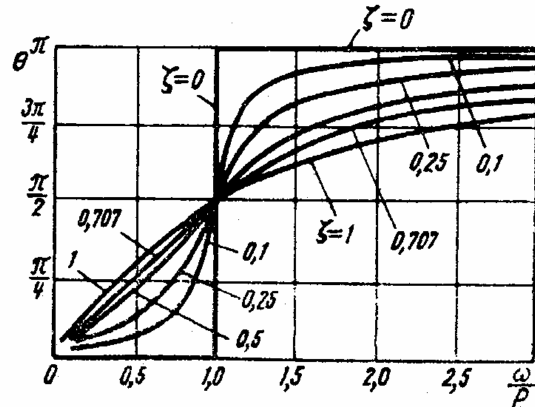


Fig. 4.20

imobil, masa m devine un punct fix, care măsoară deplasarea suportului în raport cu ea. Dacă T este un traductor de deplasări, aparatul are funcţie de *vibrometru seismic*. Dacă T este traductor de viteze, aparatul devine *captor de viteze*. Se demonstrează acest lucru derivînd relaţiile (4.21) şi (4.22) în raport cu timpul

$$\dot{x}_1 = X_1\omega \cos \omega t; \quad \dot{x}_r = X_r\omega \cos(\omega t - \theta)$$

$$\frac{|\dot{x}_r|}{|\dot{x}_1|} = \frac{X_r}{X_1}. \tag{4.27}$$

În funcţionarea ca vibrometru, captorul trebuie să aibă o frecvenţă proprie $p/2\pi$ joasă, ceea ce se obţine cu valori mici ale lui k, deci cu o *suspensie moale* a masei seismice, respectiv cu mase m destul de mari. Acest lucru are drept consecinţă că dimensiunile şi greutăţile captorilor de deplasări sînt relativ mari, în comparaţie cu cei pentru acceleraţii.

În zona I, la $\omega \ll p$, relaţia (4.25) devine

$$\frac{X_r}{X_1} \approx \left(\frac{\omega}{p}\right)^2$$

sau

$$X_r \approx \frac{1}{p^2}(X_1\,\omega^2), \tag{4.28}$$

unde $X_1\,\omega^2$ este acceleraţia obiectului care se studiază.

În acest caz, aparatul măsoară o mărime proporţională cu accelerația structurii (factorul de proporţionalitate este constanta p^2 a aparatului), deci are funcţie de *accelerometru seismic*. De această dată frecvenţa proprie este mare, arcul este *tare* (constanta k este mare), iar masa m este mică. Ca urmare, captorii accelerometrici pot avea dimensiuni foarte mici, fapt ce prezintă interes atunci cînd masa lor poate influenţa vibraţiile unei structuri ușoare.

În zona II, la $\omega \approx p$, captorul dă un răspuns de amplitudine foarte mare, proprietate folosită în construcţia *frecvenţmetrelor*. Aşezînd, una lîngă alta, o serie de lamele ale căror frecvenţe proprii diferă cu cîte 1 Hz, se realizează frecvenţmetrul multilamelar, aparat de măsurat frecvenţele.

4.2.1.2. *Distorsiunile de amplitudine*. S-a arătat că în afara domeniului de liniaritate, semnalul de ieşire este distorsionat, în comparaţie cu cel de intrare. Acest lucru este cu atît mai neplăcut cînd se măsoară vibraţii periodice, constituite din mai multe armonice. Dacă diferitele armonice sînt distorsionate în mod neuniform, semnalul de ieşire poate diferi mult de cel de intrare, deci măsurarea este falsă. Din acest motiv, se impun zone de frecvenţe în care poate lucra un captor, aşa ca distorsiunile să rămînă între anumite limite.

Se consideră un aparat seismic lucrînd ca *vibrometru* şi se admite o distorsiune de maximum 5%. Semnalul de ieşire trebuie să fie cuprins între limitele $X_r = (1 \pm 0{,}05)\ X_1$. În figura 4.21 s-a reprezentat o parte din figura 4.19, mărită, limitată la ordonatele $1 \pm 0{,}05$, pentru patru valori ale amortizării $\zeta = 0$; 0,6; 0,65; 0,7. Se vede că pentru aparatul lipsit de amortizare, distorsiunea rămîne între limitele de $\pm 5\%$ cînd $\frac{\omega}{p} \geqslant 5$. La aparatul cu amortizoare $\zeta = 0{,}6$, se poate coborî pînă la $\frac{\omega}{p} = 1{,}2$, iar la $\zeta = 0{,}7$, pînă la $\frac{\omega}{p} = 1{,}75$.

Pentru un *captor de acceleraţii*, în figura 4.22 s-a reprezentat o parte din curba $\frac{p^2 X_r}{\omega^2 X_1}$, pentru distorsiuni de $\pm 5\%$. Se vede că accelerometrul fără amortizare poate lucra pentru $0 \leqslant \frac{\omega}{p} \leqslant 0{,}2$, pe cînd la amortizarea $\zeta = 0{,}6$ poate lucra pînă la $\frac{\omega}{p} = 0{,}84$.

În concluzie, distorsiunile determină o frecvenţă limită superioară de lucru a accelerometrului, respectiv o limită inferioară de lucru a vibrometrului.

4.2.1.3. *Distorsiunile de fază*. În figura 4.23 s-a redat o parte din figura 4.20, pentru captorul lucrînd ca *vibrometru*.

La aparatul fără amortizare, $\theta = \pi$ pentru orice $\frac{\omega}{p} > 1$, deci nu există distorsiuni de fază. Pentru $\zeta = 0{,}6$ şi $\zeta = 0{,}7$, distorsiunile de fază sînt destul de apropiate, iar la $\frac{\omega}{p} \geqslant 5$ au o valoare practic constantă, apropiată de π.

Rezultă că frecvenţa limită de lucru a vibrometrului este impusă de distorsiunile de fază.

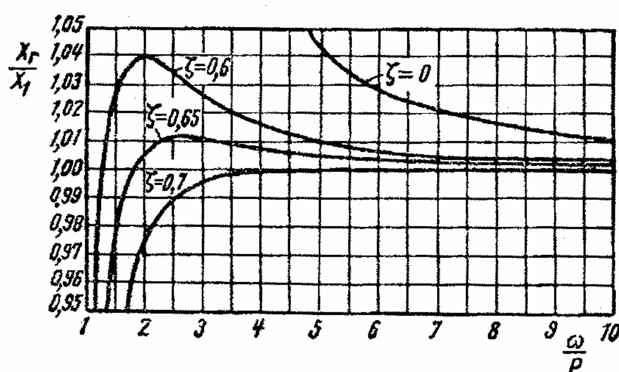


Fig. 4.21

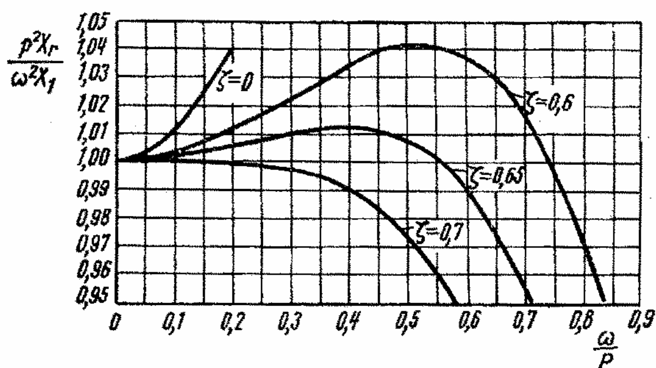


Fig 4.22

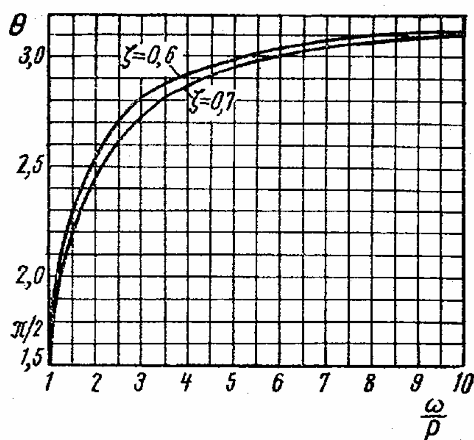


Fig. 4.23

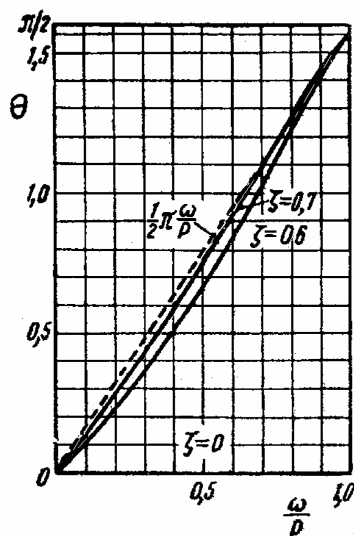


Fig. 4.24

La funcţionarea ca *accelerometru* (fig. 4.24), se observă că aparatul fără amortizare ($\zeta = 0$) nu are distorsiuni de fază ; în schimb, el nu convine din cauza distorsiunilor de amplitudine. Curba corespunzătoare la $\zeta = 0,7$ este foarte apropiată de linia dreaptă cu ecuaţia

$$\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega}{p}. \tag{4.29}$$

Măsurînd armonica de ordin i a unei vibrații periodice, pentru care ecuația (4.22) se scrie

$$x_{ri} = X_{ri} \sin \omega_i \left(t - \frac{\theta}{\omega_i}\right) \tag{4.30}$$

și înlocuind pe θ cu expresia (4.29), rezultă

$$x_{ri} = X_{ri} \sin \omega_i \left(t - \frac{\pi}{2p}\right). \tag{4.31}$$

În acest caz, pentru orice armonică, diferența de fază în timp $\Delta t = \pi/2p$ este aceeași. Ca urmare, amortizarea $\zeta = 0{,}7$ este valoarea optimă. În acest caz, distorsiunile de fază sînt foarte mici, iar cele de amplitudine rămîn sub 5%, pînă la $\frac{\omega}{p} = 0{,}58$.

4.2.2. Captori pentru deplasări și accelerații

Acești captori pot fi *seismici* și în acest caz corespund schemei de principiu din figura 4.18, iar funcționarea lor a fost descrisă mai sus. În ce privește *elementul elastic*, el poate fi : o bară solicitată la întindere-compresiune, încovoiere sau răsucire, un tub cilindric, un arc elicoidal, o membrană elastică. Traductorul este pus în legătură fie cu masa seismică, fie cu elementul elastic, lucrînd pe baza mișcărilor ce i se imprimă de elementul mobil. În funcție de traductorii folosiți, captorii seismici pot fi : inductivi, rezistivi, capacitivi, piezoelectrici, electrodinamici. În funcție de mărimea măsurată, captorii pot fi : *cinematici* — pentru deplasări, viteze, accelerații — sau *mecanici* — pentru forțe, cupluri, presiuni.

În proiectarea unui captor seismic, frecvența proprie se determină cu relațiile arătate în cap. 2.

Se vor prezenta și unii captori care lucrează pe principiul aparatului cu punct fix.

4.2.2.1. *Vibrografe.* Sub acest nume — sau variante ale lui — se cunosc aparatele servind la măsurarea *deplasărilor liniare.* Pentru deplasările de răsucire, aparatele iau numele de *torsiografe.*

a. Dintre aparatele *inductive*, se citează :

Captorul de vibrații B3, construit de firma Hottinger — Baldwin Messtechnik, arătat schematic în figura 4.25, are aceleași elemente de bază ca și la schema din figura 4.18. Traductorul este inductiv, diferențial, avînd două bobine, cu bornele *1,2*, respectiv *1, 3*. Captorul are frecvența proprie de 5 Hz și poate măsura deplasări pînă la 2 mm, la frecvențe între 7 și 100 Hz. Ca orice captor seismic, el poate funcționa și ca accelerograf, pentru frecvențe între 0 și 3 Hz.

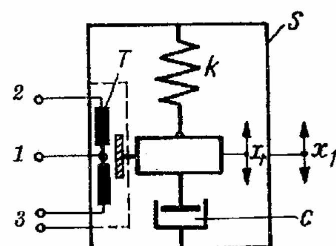


Fig. 4.25

În figura 4.26 se dă o fotografie a acestui captor, a cărui masă este de 1,2 kg. Montînd un „convertor de deplasări", domeniul de liniaritate al captorului se mărește, el putînd măsura deplasări începînd de la 0,7 Hz,

deci sub frecvența sa proprie. Captorii din seria B, ai firmei HBM se construiesc cu frecvențe proprii joase — între 0,7 și 5 Hz, servind ca vibrograf sau accelerograf — sau cu frecvențe proprii ridicate, de 170 ... 3000 Hz, măsurînd numai accelerații.

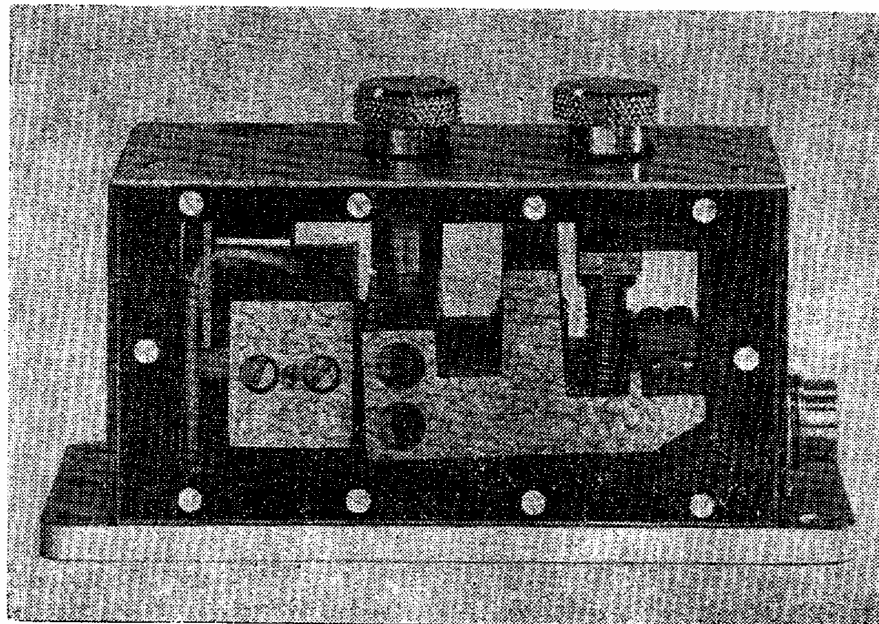


Fig. 4.26

Captorii inductivi de tip IWT, construiți de VEB Funkwerk Dresden, au traductori compensatori cu miez mobil. În figura 4.27 este arătat captorul IWT 201 : carcasa cu bobinele se poate fixa de un suport, iar tija care comandă miezul mobil se leagă de obiectul care vibrează. Caracteristicile captorilor din seria IWT sînt arătate în tabela 4.3.*) O altă variantă o constituie *captorii fără atingere*, care pot măsura vibrațiile unor corpuri feromagnetice așezate în apropierea lor. Captorii pot avea cele două bobine fie în două carcase (fig. 4.28), fie în una singură. Tabela 4.3 arată caracteristicile acestor captori. La măsurare, ei trebuie etalonați, funcție de depărtarea obiectului studiat și de dimensiunile acestuia.

TABELA 4.3

Caracteristicile unor captori inductivi de deplasări, fabricați de VEB Funkwerk Dresden

Denumirea	Captori de deplasări IWT				Captori de deplasări fără atingere IWB	
	IWT 102	IWT 202	IWT 302	IWT 402	IWB 102	IWB 202
Frecvența de lucru, Hz	0..1000	0..1000	0..1000	0..400	0..1000	0..1000
Deplasarea minimă, μm	0,15	0,15	1,5	15	0,1	0,2
Deplasarea maximă, mm	1	1	10	100	×	×
Masa, g	65	20	90	1500	20	40

*) Captori similari sînt fabricați în prezent de I.A.U.C. — București.

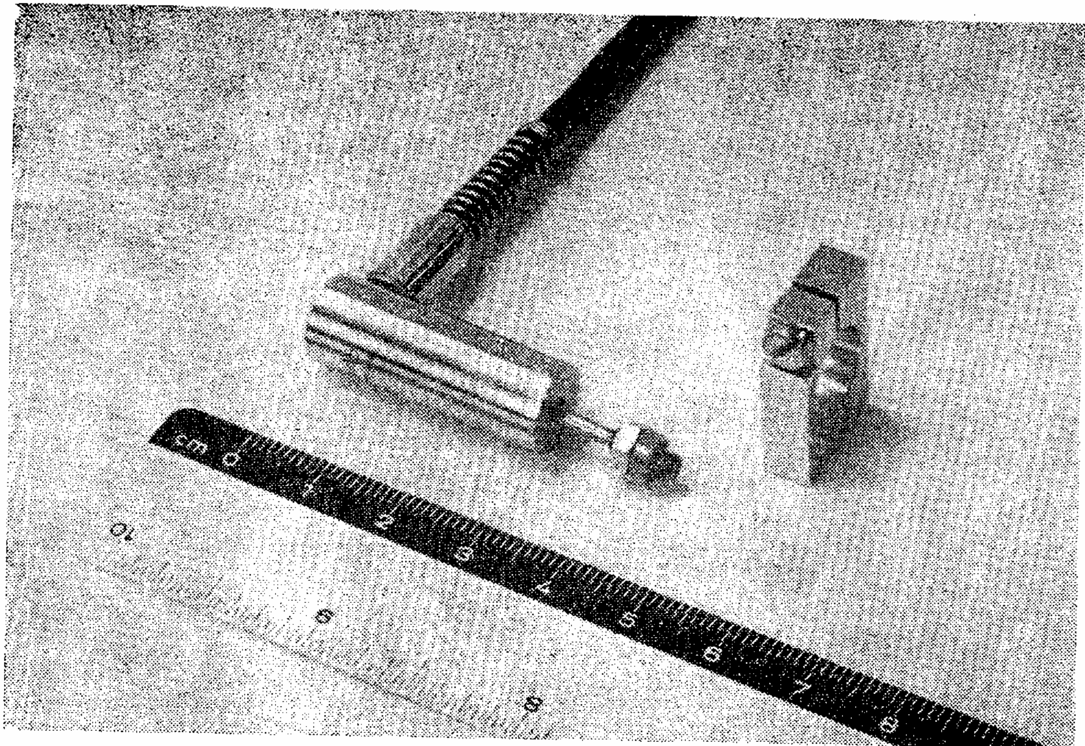


Fig. 4.27

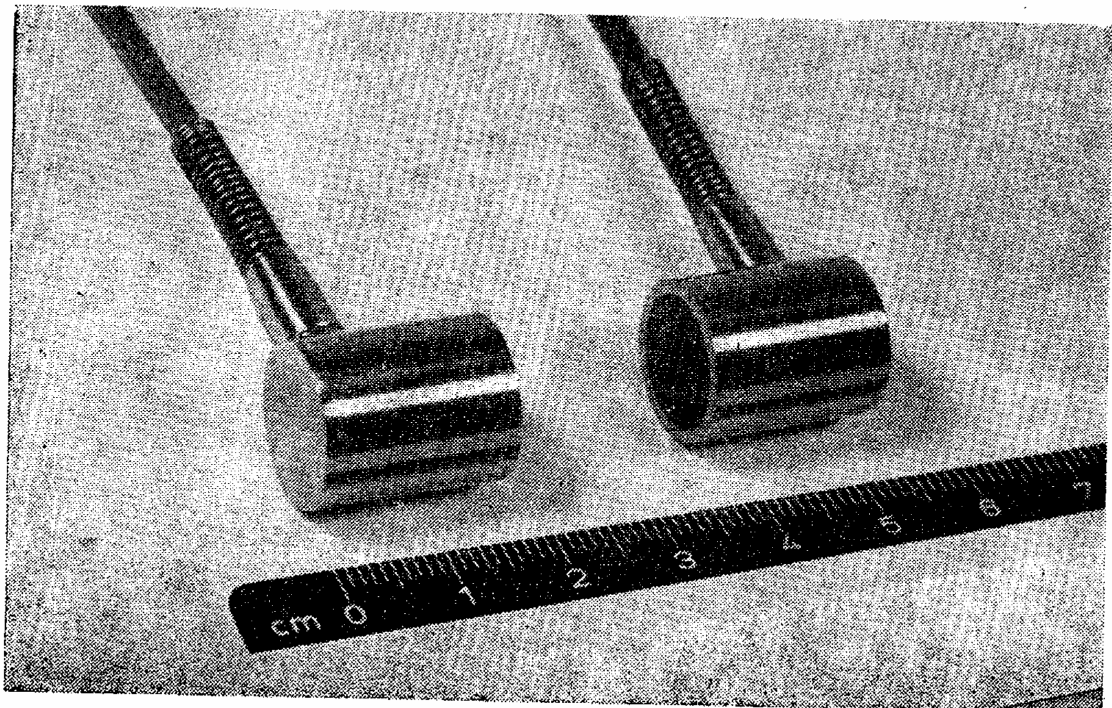


Fig. 4.28

ACB (Ateliers de Construction de Bagneux) construieşte 4 tipuri de captori *inductivi cu traductori transformatori* (corespunzînd schemei din figura 4.11, a) avînd mase de 50 ... 70 g şi domenii de măsurare de 0,025 ... 1 mm, lucrînd pînă la frecvenţe de 200 Hz.

b. *Captorii rezistivi* au traductori tensometrici rezistivi lipiţi pe arcul aparatului seismic sau pe un alt element elastic. La captorul din figura 4.29 se disting: *1* — cadrul aparatului; *2* — şuruburi pentru

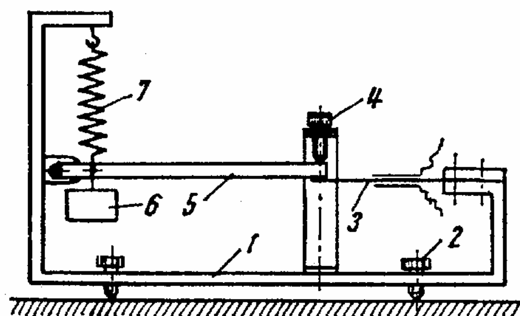


Fig. 4.29

nivelare, *3* — lamela elastică — suport al traductorilor tensometrici, *4* — şurub de etalonare, *5* — pîrghia pendulului, *6* — masa seismică a pendulului, *7* — arcul aparatului seismic. Astfel de captori au fost realizaţi la Laboratorul de rezistenţa materialelor al Institutului politehnic din Bucureşti.

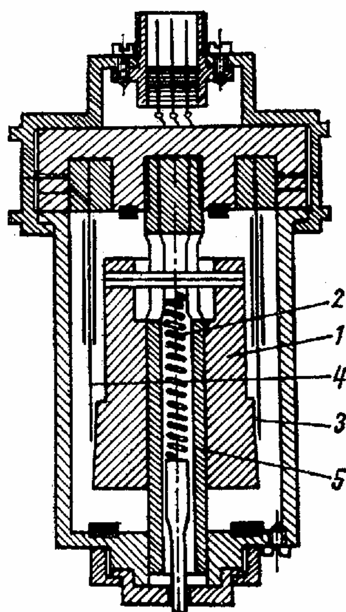


Fig. 4.30

În figura 4.30 se arată captorul vibrometrului SEXTA. Masa seismică *1* este suspendată elastic de arcul elicoidal *2*. Capătul masei seismice este conic şi se reazemă pe arcurile lamelare *3* şi *4*, putîndu-le încovoia în timpul vibraţiei. Pe aceste lamele sînt lipiţi patru traductori tensometrici, legaţi în punte. Axul *5* serveşte la ghidarea mişcării masei seismice, aşa ca ea să aibă un singur grad de libertate, asigurînd, prin frecare, şi amortizarea necesară. Frecvenţa proprie este de 5,4 Hz.

c. *Captorul capacitiv* Brüel & Kjaer, tip MM 0004 este schiţat în figura 4.31. Sensibilitatea sa este invers proporţională cu distanţa d_0 între captor şi piesa metalică în vibraţie; pentru $d_0 = 0{,}5$ mm şi o amplitudine dublă a vibraţiei de 0,01 cm, se obţine o tensiune de ieşire în valoare eficace de 0,9 V. Se foloseşte în special la măsurări relative, unde nu se cere valoarea absolută a deplasării.

d. *Pentru vibraţii torsionale*, se construiesc captori seismici inductivi sau rezistivi. În figura 4.32 se arată o secţiune prin captorul torsiometric inductiv diferenţial Hottinger tip BD. S-au notat: *1* — masa seismică în rotaţie, *2* — arcuri, *3* — traductorul inductiv fără contact, *4* — întrefierul variabil, *5* — carcasa. Captorul măsoară deplasarea unghiulară relativă $\alpha = \beta - \gamma$ între carcasă şi masa seismică. Aparatul se montează, cu o flanşă, în capătul arborelui care se studiază, iar legăturile electrice se fac

prin contactor cu inele. Captorul are frecvența proprie de 3 Hz și lucrează în gama 5 ... 1000 Hz ca torsiograf, sau între 0 ... 2 Hz ca accelerograf. Amplitudinile maxime sînt de 3° la deplasări, respectiv 18,6 rad/s² la accelerații.

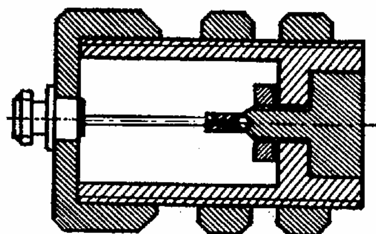


Fig. 4.31

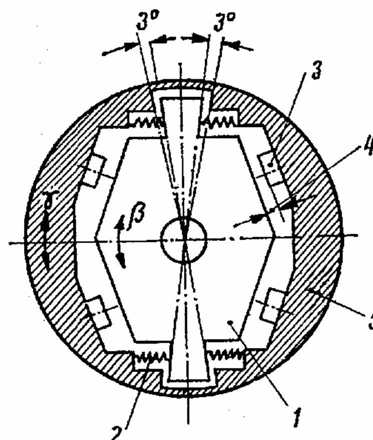


Fig. 4.32

Captorul cu traductori tensometrici rezistivi din figura 4.33 are următoarele elemente: *1* — cutia aparatului; *2* — masa seismică de formă cilindrică; *3* — piesă solidară cu masa seismică, acționînd asupra lamelei *5* pe care sînt lipiți doi traductori; *4* — suportul lamelei elastice; *6* — axul aparatului; *7* — șurubul de reglare a pivoților masei seismice. Captorul se fixează cu axul *6* în capătul arborelui de studiat, iar mișcarea relativă între masa seismică și suportul *4* este măsurată de către traductorii tensometrici. Un astfel de captor se numește *torsiometru* sau *torsiograf*.

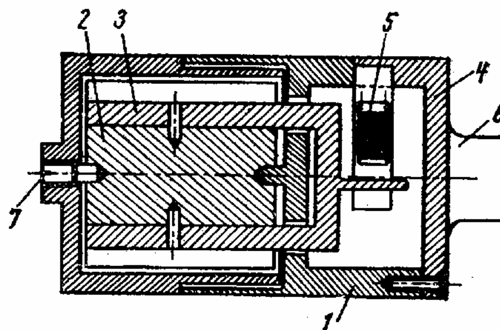


Fig. 4.33

4.2.2.2. *Accelerometre.* Datorită numeroaselor calități — greutate mică, robustețe, domeniu de frecvență mare — captorii de accelerații sînt astăzi cele mai răspîndite dispozitive de măsurare a vibrațiilor. În majoritatea cazurilor ei se realizează pe principiul seismic.

Un *accelerometru seismic*, cu *traductor piezoelectric*, corespunde schemei din figura 4.34, pe care se văd: *1* — arcul de pretensionare; *2* — masa seismică; *3* — discurile din material piezoelectric; *4* — baza captorului; *5* — legăturile electrice; *6* — capacul.

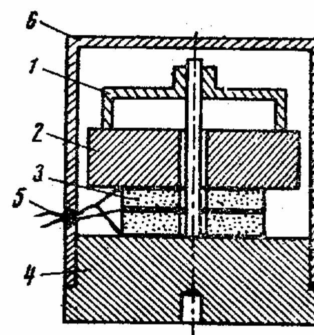


Fig. 4.34

Curba de răspuns în frecvență a unui astfel de captor este redată în figura 4.35. Frecvența limită superioară f_s este determinată de rezonanța mecanică a sistemului, iar cea inferioară, f_i, de cabluri și preamplificator. Dacă se caută a se evita total și distorsiunile de fază, frecvența f_i se ridică la $f_i' \approx 10\,f_i$, iar cea superioară coboară la $f_s' \approx 0{,}1\,f_s$, obținînd domeniul de lucru ideal arătat pe figură.

Limita inferioară a domeniului dinamic este determinată de raportul semnal/zgomot din siste-

mul de măsură, care trebuie să fie $\geqslant 10$ dB. Zgomotul provine din circuitele electronice, din cablul de legătură, din accelerometru.

În *alegerea* unui accelerometru piezoelectric, criteriul fundamental este *sensibilitatea*, care poate fi exprimată :

— ca sarcină

$$S_q = q/\ddot{x}, \tag{4.32}$$

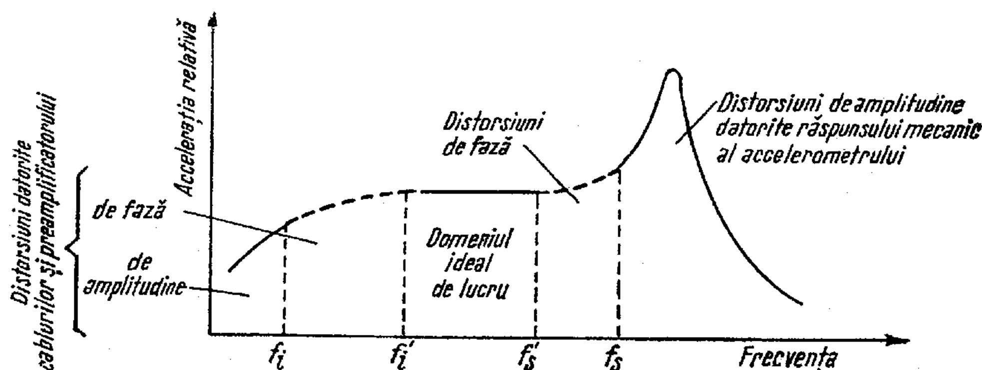


Fig. 4.35

unde q este sarcina dezvoltată la o accelerație $\ddot{x}$;

— ca tensiune

$$S_e = u/\ddot{x}, \tag{4.33}$$

unde u este tensiunea semnalului la ieşirea din traductor.

Între acestea există relația

$$S_e = S_q/C, \tag{4.34}$$

unde C este capacitatea elementului piezoelectric.

Sensibilitatea depinde de proprietățile materialului piezoelectric şi de mărimea masei seismice. Accelerometrele de dimensiuni mai mari au sensibilitate mai mare pentru acelaşi material piezoelectric, dar au frecvența superioară mai redusă şi sînt mai sensibile la zgomote.

Un captor bun trebuie să aibă o *sensibilitate transversală* (la mişcări pe direcție perpendiculară față de cea de sensibilitate maximă) sub 5% din cea principală, iar sensibilitatea la condițiile de mediu (temperatură, umiditate, presiune acustică) să fie cunoscută.

La alegerea unui accelerometru, trebuie să se aibă în vedere următoarele :

— greutatea lui să fie cel mult 10% din a piesei pe care se aplică ;

— gama de frecvențe a accelerometrului să corespundă cu cea de măsurat ;

— domeniul dinamic (v. § 5.1) al accelerometrului să fie corespunzător ;

— să nu se depăşească temperatura maximă admisibilă a accelerometrului ;

— accelerometrul să suporte celelalte condiții de mediu : umiditate, zgomot, cîmpuri magnetice, radiații.

Captorii accelerometrici piezoelectrici se construiesc în diferite variante. Unele dintre acestea sînt arătate în figura 4.36 [3] şi anume:

a. Montajul cu element solicitat la compresiune, avînd prestrîngere periferică este robust, cu rezonanţă înaltă, dar este sensibil la agenţi externi.

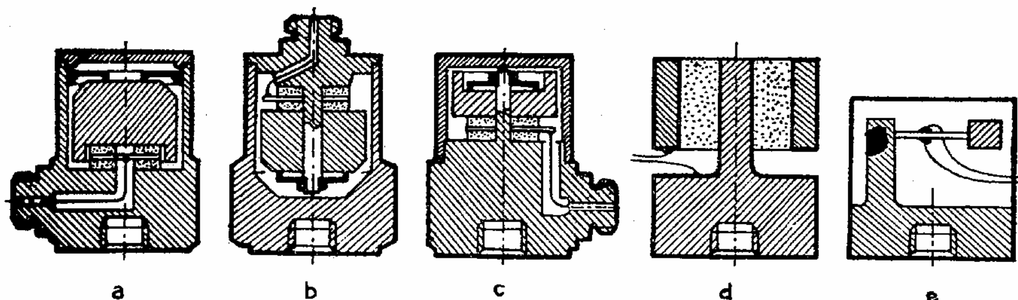


Fig. 4.36

b. Montajul cu compresiune şi prestrîngere axială inversată este mai bine izolat contra deformaţiilor suportului, dar are o frecvenţă de rezonanţă mai redusă.

c. Montajul cu compresiune şi prestrîngere axială este robust, are rezonanţă ridicată, izolare bună, fiind azi cel mai răspîndit.

d. Montajul cu element piezoelectric solicitat la forfecare este bine izolat, are rezonanţă ridicată, este indicat pentru miniaturizări.

e. Montajul cu element piezoelectric solicitat la încovoiere are sensibilitate foarte mare, rezonanţă relativ joasă.

O serie de firme sînt specializate în fabricarea captorilor piezoelectrici de acceleraţii. Firma METRA — Radebeul (R.D.G.) construieşte o gamă de accelerometre, ale căror caracteristici sînt redate în tabela 4.4. Se observă că aceşti captori, cu mase de la cîteva grame la zeci de grame, lucrează pînă la frecvenţe de mai multe mii de hertzi. Captorii din grupa KB au element piezoelectric solicitat la încovoiere, pe cînd cei cu notaţii KD au lamele solicitate la compresiune.

Firma Brüel & Kjaer — Naerum (Danemarca) construieşte o gamă variată de accelerometre, corespunzînd tipurilor din figurile 4.36 *a*, *b*, *c*, ale căror caracteristici sînt arătate în tabela 4.5. Aceeaşi firmă mai construieşte accelerometre cu cristal de cuarţ, accelerometre pentru temperaturi pînă la 400°C, capete de impedanţă.

În figura 4.37 se arată un accelerometru — etalon Brüel & Kjaer, avînd două găuri filetate — una pentru fixarea pe masa vibratoare, alta pentru fixarea accelerometrului ce se verifică. Cifrele au aceleaşi semnificaţii ca la figura 4.34.

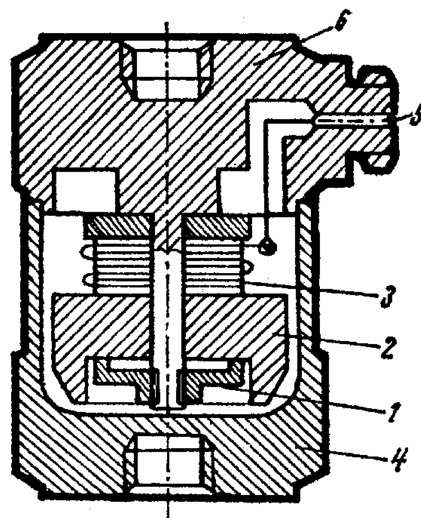


Fig. 4.37

Recent Brüel & Kjaer construieşte accelerometre Delta, la care plăcuţele piezoelectrice sînt lipite pe feţele laterale ale unei prisme triunghiulare, fiind solicitate la forfecare.

TABELA 4.4

Caracteristicile captorilor piezoelectrici Metra-Radebeul

Caracteristica \ Denumirea captorului		KB 2	KB 10	KB 11	KB 12	KD 10	KD 11	KD 12	KD 13	KD 20	KD 21	KD 22	KD 23	KD 31	KD 32	KD 35	KD 91
Sensibilitatea	$\frac{mV}{ms^{-2}}$	1,5	1	10	100... ...300	4	4	4	4	10	10	10	10	1	2	5	0,4
Capacitatea cu cabluri	nF	1,2	1	2	2	1	1	1	1	2,5	2,5	2,5	2,5	1	2	5	0,65
Frecvența de rezonanță, montat	kHz	8	10	2	0,4	25	25	25	25	15	15	15	15	40	20	20	50
Frecvența de lucru, la 100 MΩ	Hz	16... 5000	5... 2000	2,5.. 500	2... 120	5... 7000	5... 7000	5... 7000	5... 7000	2... 3000	2... 3000	2... 3000	2... 3000	3... 10000	4... 7000	5... 5000	20... 15000
Accelerația minimă măsurată	$\frac{m}{s^2}$	—	0,03	0,003	0,0003	0,01	0,01	0,01	0,01	0,004	0,004	0,004	0,004	0,04	0,02	0,01	0,1
Accelerația maximă sinusoidal/șoc	$10^3 \frac{m}{s^2}$	1	1/1	1/1	0,03/0,03	10/100	10/100	10/100	10/100	3/30	3/30	3/30	3/30	50/—	25/—	3/—	10/100
Sensibilitatea transversală	%	5	10	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10
Masa	g	5	5	15	180	32	32	21	21	70	70	50	50	18	20	28	1,8
Ieșirea cablurilor		sus	sus	sus	lateral	sus	lateral	sus	lateral	sus	lateral	sus	lateral	lateral	lateral	lateral	lateral
Carcasa			metal ușor	metal ușor	metal ușor	oțel aliat	oțel aliat	metal ușor	metal ușor	oțel aliat	oțel aliat	metal ușor	metal ușor	oțel aliat	oțel aliat	metal ușor	metal ușor
Răcirea		—	—	—	—	da	nu	da	nu	da	nu	da	nu	—	—	—	—
Domeniul de temperaturi	°C	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80	−20.. ..+80
Domeniul de temperaturi, cu cabluri speciale	°C	—	—	—	—	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	−20 +200	—

TABELA 4.5

Caracteristicile accelerometrelor piezoelectrice Brüel & Kjaer

Caracteristica	Tipul accelerometrului	4338	4332	4334	4333	4335	4339	8301	4343	8302	4344	8303	4340
Sensibilitatea	$\frac{mV}{g}$	100	45..65	45..65	14..24	14..24	10	10	10	10	1,7..2,6	1,7..2,6	14..24
Frecvența de rezonanță, montat	kHz	12	25	25	35	35	40	25	40	25	70	45	23
Capacitatea, cu cabluri	pF	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	900	1000	1000
Sensibilitatea transversală	%	<3	<4	<4	<4	<4	<3	<3	<3	<3	<4	<4	<4
Temperatura maximă	°C	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260
Șocul maxim	g $\left(9{,}81\ \frac{m}{s^2}\right)$	1000	7000	7000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	14000	10000	5000
Frecvența de lucru	Hz	2...2500	2...5000	2...5000	2...7000	2...7000	2...8000	2...5000.	2...8000	2...5000	2...14000	2...9000	2...5000
Masa	g	60	30	30	13	13	16	21	16	21	2	3,5	35
Materialul carcasei	—	Inox	Inox	Inox	Titan	Titan	Inox	Inox	Inox	Inox	Titan	Titan	Titan
Răcirea	—	da	nu	da	nu	da	nu	da	nu	da	nu	nu	da

Se construiesc şi *captori accelerometrici cu traductori rezistivi.* Astfel, dacă pe lamelele elastice ale captorilor seismici din figura 4.38 se lipesc doi sau patru traductori tensometrici, s-au realizat captori accelerometrici, cînd frecvenţa proprie este mare. În figura 4.39 se arată schema captorilor

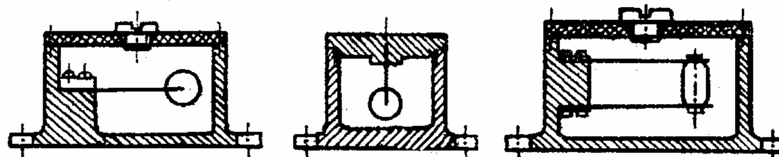


Fig. 4.38

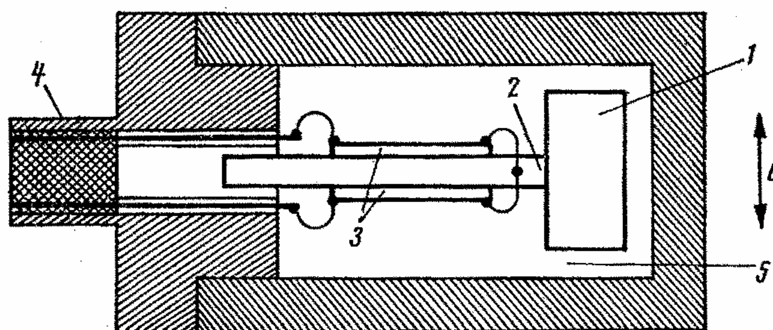


Fig. 4.39



Fig. 4.40

de tip BWH, fabricaţi de VEB Schwingungstechnik und Akustik Dresden. S-au notat: *1* — masa seismică; *2* — arcul de încovoiere; *3* — traductori cu semiconductori; *4* — cablul electric; *5* — spaţiu umplut cu ulei de silicon; *6* — direcţia mişcării măsurate. Aceşti captori (construiţi în 4 modele) măsoară acceleraţii maxime de 20 ... 10 000 m/s^2, în gama de frecvenţe de la zero pînă la 30 ... 900 Hz. Masa lor este de 35 ... 125 grame. SFIM — Massy (Franţa) construieşte captori accelerometrici rezistivi cu potenţiometru, pentru acceleraţii maxime între 0,6 *g* şi 24 *g*, la frecvenţe pînă la 90 Hz.

Şi *traductorii inductivi* sînt folosiţi în construcţia accelerometrelor. Firma Hottinger—Baldwin Messtechnik construieşte captori accelerometrici inductivi, corespunzînd schemei de principiu din figura 4.25, cu frecvenţe de lucru de 0 ... 100 Hz, 0 ... 250 Hz, 0 ... ... 500 Hz şi 0 ... 1000 Hz, respectiv pentru acceleraţii maxime de 200, 1000, 2000, 2500 m/s^2. În figura 4.40 se arată o vedere a unui captor de acest tip.

Firma *ACB* construieşte captori inductivi transformatori, pentru acceleraţii maxime de la 1,5 *g* pînă la 25 *g*, respectiv frecvenţe de la 0 pînă la 100 ... 300 Hz.

S-a arătat anterior că torsiograful Hottinger BD, inductiv, lucrează şi ca accelerograf, pentru frecvenţe în gama 0 ... 2 Hz.

4.2.3. Captori de viteze

Aceşti captori lucrează fie pe principiul aparatului seismic, fie pe al celui cu punct fix, fiind dotaţi cu traductori electrodinamici. La captorul tip DGA 101, construit de către VEB Schwingungstechnik und Akustik — Dresden, arătat în figura 4.41, se disting: *1* — magnetul permanent; *2* — bobina mobilă; *3*—arcuri în formă de membrană; 4 — cilindru amortizor de cupru; *5* — carcasa; *6* — legături electrice. Captorul lucrează pe principiul seismic. Caracteristicile captorului sînt arătate în tabela 4.6.

În figura 4.42 se arată captorul de viteze Schenck, electrodinamic, lucrînd pe principiul aparatului cu punct fix. Cifrele de pe figură reprezintă: *1* — magnetul permanent; *2* — întrefierul; *3* — — carcasa; *4* — bobina mobilă; *5, 6* — — arcuri-membrană; *7* — tija palpatorului. Aparatul se fixează pe un suport, iar contactul cu obiectul în vibraţie se face prin palpator.

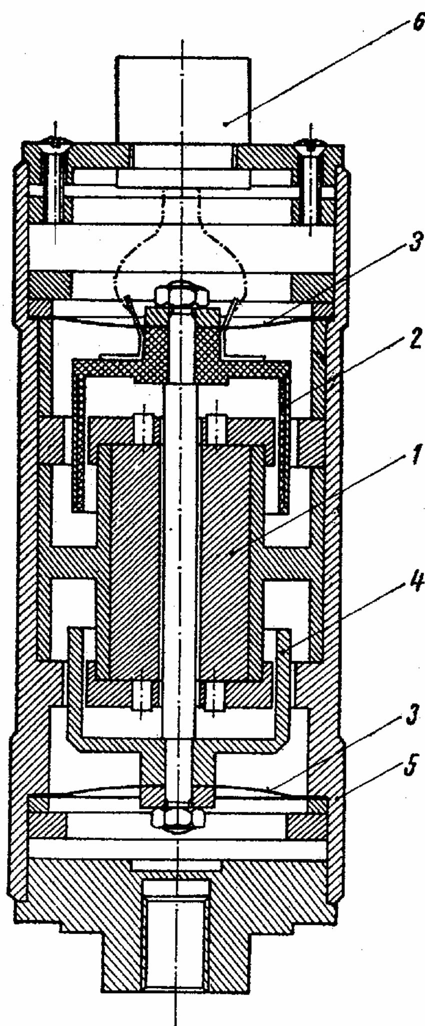


Fig. 4.41

4.2.4. Captori de forţe şi cupluri

Printre cei mai cunoscuţi captori de forţe sînt cei piezoelectrici, de felul celui din figura 4.43. Captorul are un element elastic, montat în serie cu forţa care se măsoară şi care acţionează asupra traductorului piezoelectric. El se etalonează aplicînd forţe de valoare cunoscută.

Pentru măsurarea impedanţelor mecanice, se construiesc *capete de impedanţă* (fig. 4.44) care au, în aceeaşi carcasă, doi captori — unul de forţe şi altul de acceleraţii.

Captorii de forţe se pot construi şi cu *traductori rezistivi*. Astfel, la schema din figura 4.45, se disting: *1* — elementul elastic, în formă de cilindru; *2* — traductori tensometrici rezistivi; *3* — membrană pentru preluarea forţelor transversale F_Q.

Un alt captor rezistiv, cu semiconductori, este arătat în figura 4.46. Pe schiţa, reprezentînd captorul HLW, construit de VEB RFT Messelektronik Dresden, se văd: *1* — carcasa, *2* — capacul, *3* — elementul elastic, *4* — traductori cu semiconductori, *5* — locul de aplicare a forţei, *6* — inel de transmitere a forţei, *7* — membrană din material sintetic,

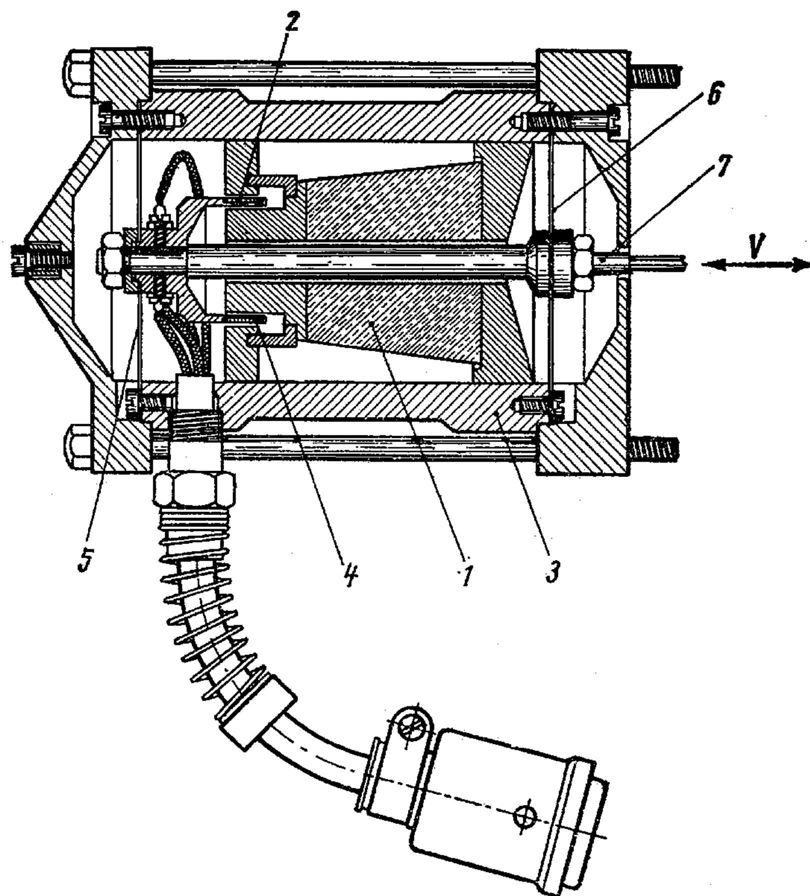


Fig. 4.42

TABELA 4.6

Caracteristicile captorilor de viteze DGA

Caracteristica	Unitatea de măsură	DGA 101	DGA 401/411	DGA 501
Frecvenţa proprie	Hz	10	16	25
Frecvenţa de lucru	Hz	10...1000	15...3000	25...3000
Sensibilitatea	mV/mm/s	30	30	10
Solicitare maximă: deplasare	mm	±1 la $f < 25$ Hz	±1 la $f < 110$ Hz	±1 la $f < 110$ Hz
Solicitare maximă: acceleraţie	m/s²	30 la $f > 25$ Hz	500 la $f > 110$ Hz	500 la $f > 110$ Hz
Temperatura	°C	−20...+100	−20...+100	−20...+100

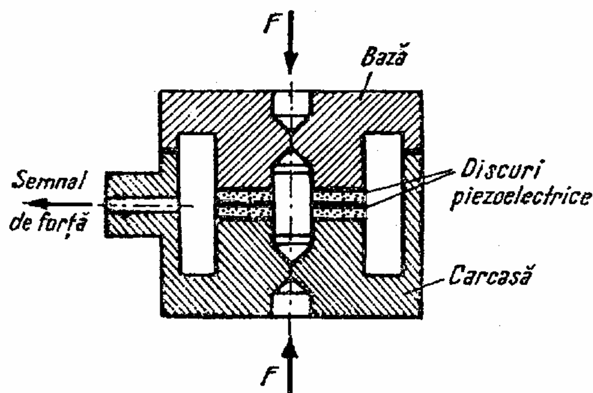


Fig. 4.43

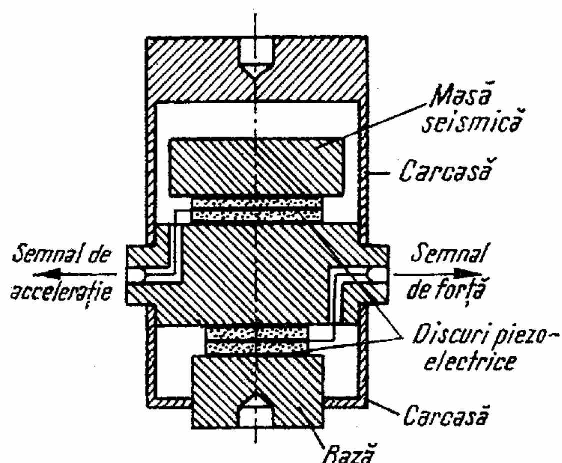


Fig. 4.44

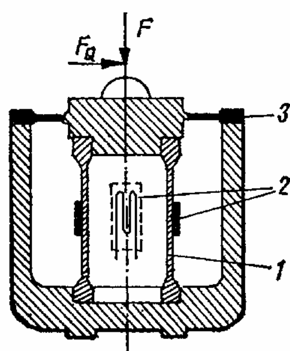


Fig. 4.45

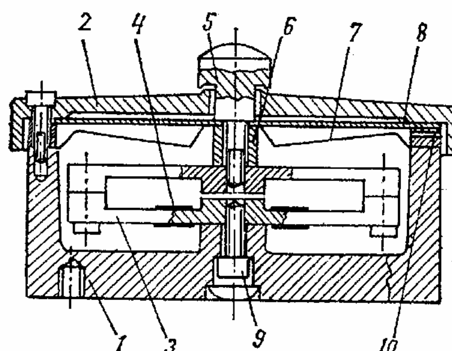


Fig. 4.46

8 — membrană din oțel, *9* — șurub de fixare, *10* — orificiu de echilibrare a presiunii uleiului amortizor.

Se construiesc și captori inductivi, de exemplu pentru măsurarea cuplului de răsucire la arbori (captorii *ACB*, cu traductor inductiv transformator).

4.2.5. Captori de presiuni

Acești captori, jucînd rolul de manometre dinamice, se pot construi cu traductori de toate tipurile, descriși anterior.

Captorii rezistivi au traductorii tensometrici lipiți pe elementul elastic, care este fie un tub cilindric, fie o membrană.

La captorul inductiv, diafragma sau tubul Bourdon, prin deformare, deplasează miezul mobil al traductorului transformator diferențial.

Pe cele trei schițe din figura 4.47, reprezentînd captori ACB, se văd : *a* — captor de presiune cu tub Bourdon, *b* — captor cu capsulă elastică, *c* — captor diferențial, cu capsulă.

În figura 4.48 este arătat un captor de presiuni cu traductor capacitiv. S-au notat pe desen : *1* — membrana exterioară, *2* — membrana interioară, *3* — electrod izolat, *4* — interstițiu de aer, *5* — placă de mica, *6* — izolant, *7* — garnitură de cauciuc, *8* — racorduri pentru circuitul de răcire. Membrana exterioară este solidară, printr-o tijă, cu cea interioară,

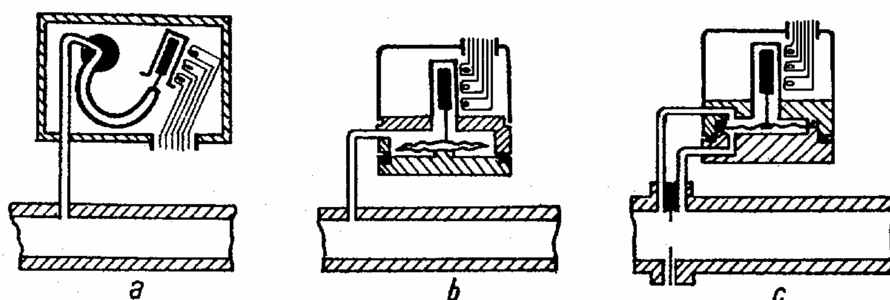


Fig. 4.47

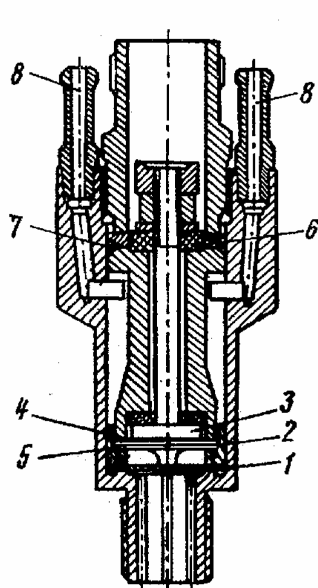


Fig. 4,48

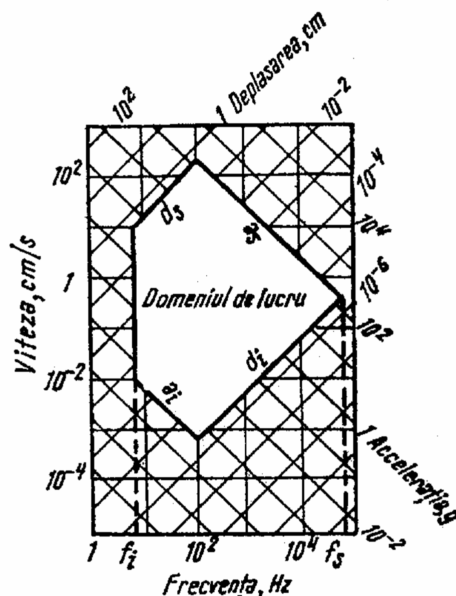


Fig. 4.49

care formează elementul mobil al condensatorului, ale cărui plăci sînt *2* şi *3*. Un captor de presiune de acest tip lucrează pe principiul accelerometrului, funcţionînd pînă la 30% din frecvenţa sa proprie. Membranele *1*, *2* şi tija care le reuneşte joacă rol de masă seismică.

4.2.6. Domeniul de lucru al captorilor de vibraţii

Se obişnuieşte a reprezenta domeniul de funcţionare al captorilor de vibraţii pe o diagramă „amplitudinea vitezei — frecvenţă", de felul celei din figura 4.49. Pe diagramă se mai trasează liniile de amplitudine constantă a deplasării şi a acceleraţiei, avînd pante de ±6 dB/octavă (±20 dB/decadă). Liniile limită închid un contur numit *domeniul de lucru al aparatului*. Limitele superioare de pe această diagramă sînt funcţie de rezonanţa captorului şi de rezistenţa părţilor mecanice, iar cele inferioare — de caracteristicile electrice ale traductorului şi amplificatorului.

4.2.7. Montarea captorilor

La montarea captorilor trebuie să se ţină cont de o serie de factori de natură mecanică şi electrică. Din punct de vedere mecanic, interesează ca traductorul să urmărească precis mişcarea corpului de care este fixat

şi să nu o influenţeze apreciabil; din punct de vedere electric, interesează ca semnalul de ieşire să nu fie influenţat de mişcarea cablului de conexiune sau de scurgeri la masă datorită izolării electrice necorespunzătoare.

În figura 4.50 se dau cîteva exemple de montare a unui accelerometru piezoelectric [4]. Montajul cu prezon de oţel (fig. 4.50*a*) este adecvat pentru măsurări la frecvenţe înalte, iar cel cu magnet (fig. 4.50*b*) pentru măsurări la frecvenţe joase. Între aceste extreme, rezultate bune se

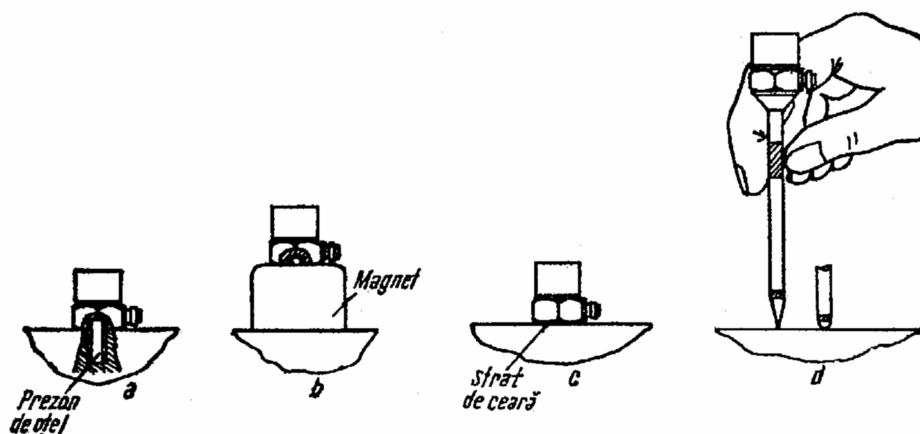


Fig. 4.50

obţin prin lipirea captorului pe un strat de ceară (fig. 4,50*c*), clei de tensometrie sau pe o bandă adezivă pe ambele părţi. La prinderea cu prezon se recomandă folosirea unei şaibe de mică pentru izolarea electrică faţă de piesă, iar în cazul măsurărilor la frecvenţe înalte — introducerea unui film de ulei între baza captorului şi suprafaţa piesei pe care se montează. Indiferent de metoda de fixare, precizia măsurărilor la frecvenţe înalte este influenţată de rigiditatea prinderii.

Ultima metodă (fig. 4.50*d*) este folosită la măsurări de scurtă durată, pentru explorarea structurii în vederea stabilirii ordinului de mărime al vibraţiei şi pentru determinarea „hărţilor modale" (liniile de egală amplitudine a vibraţiei). Palpatorul este o bară de aluminiu apăsată cu capătul conic de piesa măsurată, avînd accelerometrul montat la celălalt capăt.

Multe accelerometre sînt deosebit de sensibile la deformare. Un accelerometru piezoelectric montat în dreptul nodului unei structuri în vibraţie poate indica o acceleraţie relativ mare, deşi amplitudinea mişcării este foarte mică. Analog, amplasarea accelerometrului la un ventru poate duce la măsurări eronate.

Captorii de gabarit mare, fixaţi pe o porţiune mai elastică a structurii, pot mări rigiditatea locală a structurii, pe lîngă efectul de încărcare datorită greutăţii proprii. În fine, cînd mişcarea nu este perfect liniară (ca vibraţia capătului unei bare în consolă), semnalul dat de captor este influenţat de componentele transversale ale mişcării.

O atenţie specială trebuie acordată ancorării sau limitării deplasării cablurilor electrice ale accelerometrelor piezoelectrice, ale căror mişcări pot produce un zgomot de fond de origine triboelectrică. Acesta se datoreşte capacităţilor parazite locale ce apar între conductorul metalic şi izolaţia

exterioară, în cazul îndoirii sau tensionării repetate a cablului. De asemenea trebuie evitată solicitarea mecanică a accelerometrului, datorită inerției cablurilor sau fixării lor prea strînse.

O altă sursă de zgomot o constituie „buclele la masă", a căror formare este ilustrată în figura 4.51*a*. Căderea de tensiune ΔV produce un zgomot de fond la frecvența rețelei, care se adaugă semnalului util. Bucla la

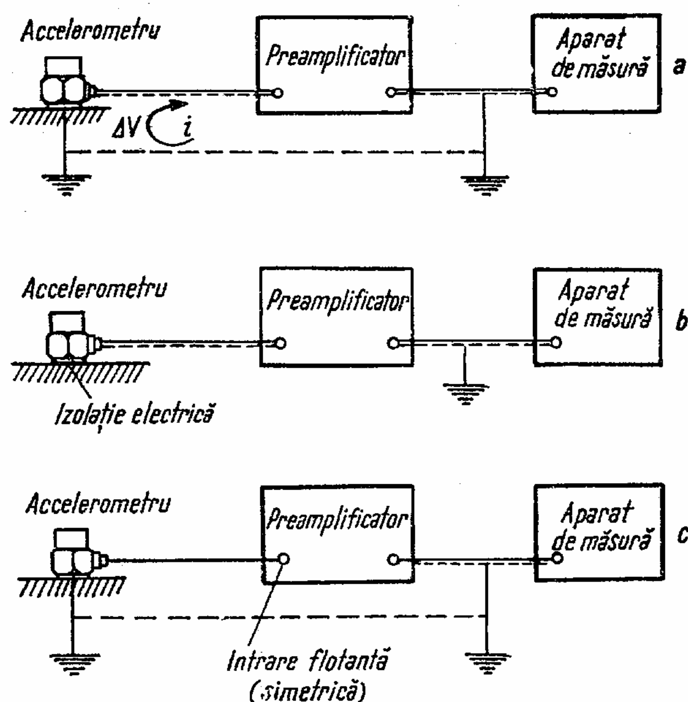


Fig. 4.51

pămînt se elimină punînd instalația la masă într-un singur punct (fig. 4.51*b*), deci izolînd accelerometrul. Punerea la masă se face preferabil lîngă aparatul de măsură. Se poate astfel folosi un preamplificator cu intrare flotantă, adică fără cuplaj direct între intrare și ieșire (fig. 4.51*c*). În acest caz nu mai este necesară izolarea electrică a accelerometrului de suprafața de măsură.

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 4

1. NEUBERT, H.K.P., *Instrument Transducers*, Clarendon Press, Oxford, 1963.
2. BUZDUGAN, GH., BLUMENFELD, M., *Tensometria electrică rezistivă*, Editura tehnică, București, 1966.
3. * * * *Transducers for Vibration Measurements*, Brüel & Kjaer Lecture 90 E, 1974.
4. BROCH, J.T., *Application of Brüel & Kjaer Equipment to Mechanical Vibration and Shock Measurements*, Brüel & Kjaer, Naerum, 1972.

CAPITOLUL 5

APARATE PENTRU MĂSURAREA VIBRAȚIILOR

5.1. Proprietățile generale ale aparatelor de măsură

Considerînd în ansamblu un *sistem de măsură* (fig. 5.1), cu o mărime de intrare $x_i(t)$ și una de ieșire $x_e(t)$, se poate stabili o *funcție de transfer* sau o *funcție de răspuns în frecvență*, definită prin *spectrul amplitudinilor* (fig. 5. 2 *a*) și *spectrul fazelor* (fig. 5.2*b*). Aceste spectre arată modul cum semnalul de intrare este modificat, la trecerea sa prin sistemul de măsură : pe porțiunea orizontală a celor două spectre se află zona de funcționare normală a sistemului de măsură.

Pe porțiunea unde spectrul amplitudinilor are o valoare constantă, aparatul de măsură are *comportare liniară:* relația între x_e și x_i este liniară (fig. 5.3*a*), raportul lor numindu-se *sensibilitate.* Pe porțiunile unde caracteristica x_i — x_e este neliniară, apar *distorsiuni de amplitudine;* unui semnal de intrare sinusoidal x_i (fig. 5.3 *b*) nu îi mai corespunde unul de ieșire sinusoidal x_e (fig. 5.3 *c*). În cazul figurii 5.3 distorsiunea se datorește faptului că semnalul de intrare x_i are amplitudine prea mare, depășind domeniul de liniaritate al sistemului de măsură.

De obicei, orice aparat de măsură are o *amplitudine maximă* ce poate fi măsurată — curba *A* din figura 5.4 — determinată de nivelul distorsiunilor admisibile, precum și o *amplitudine minimă* — curba *B* — impusă de zgomotul de fond de natură electrică (sau de sensibilitatea aparaturii mecanice), amplificat uneori de captarea unor cîmpuri electromagnetice exterioare.

Raportul între amplitudinea maximă și cea minimă (exprimat în decibeli) ale semnalelor ce pot fi măsurate, poartă numele de *domeniu dinamic* al sistemului, sau al aparatului de măsură. Un semnal al cărui nivel se află în afara acestui domeniu este fie distorsionat peste limita admisibilă, fie ascuns în zgomotul electric al aparaturii.

La aparatele moderne, domeniul dinamic este de ordinul a 60 dB, ceea ce corespunde unui raport 1000 : 1 al amplitudinilor extreme măsurate. La aparatele indicatoare, *lungimea scalei* este o caracteristică legată direct de domeniul dinamic.

Exactitatea unei măsurări mai depinde de alte proprietăți ale componentelor sistemului de măsură ca : precizia, rezoluția, sensibilitatea, instabilitatea, distorsiunile, histerezisul, interferența, jocul, frecările, precum și răspunsul dinamic (capacitatea sistemului de măsură de a urmări variațiile mărimii măsurate).

Rezoluția este cea mai mică variație a semnalului de intrare care poate fi sesizată de un aparat. Aceasta determină valoarea minimă a raportului semnal/zgomot cu care se poate lucra.

Instabilitatea se referă la variațiile necontrolate ale sensibilității. În aparatele electronice, ea este determinată de îmbătrînirea componentelor, iar la cele mecanice — de fenomene de relaxare a deformațiilor, avînd ca efect lunecarea punctului de zero.

Sensibilitatea secundară este o măsură a dependenței semnalului de ieșire, de mărimi fizice diferite de semnalul de intrare (ex. temperatură, umezeală, componente transversale ale mișcării, zgomote). Efectul principal este tot lunecarea punctului de zero. Singurul mijloc eficace de a ține cont de aceste efecte este etalonarea repetată.

Distorsiunile indică în general abateri de la liniaritatea relației $x_i - x_e$. Prin *neliniaritate* se indică de obicei deviația maximă a curbei $x_i - x_e$ față de o linie dreaptă (exprimată în procente din lungimea scalei sau din amplitudinea mărimii de intrare). *Distorsiunile armonice* se exprimă prin raportul între amplitudinile armonicilor superioare și cea a fundamen-

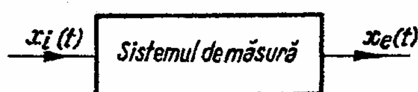


Fig. 5.1

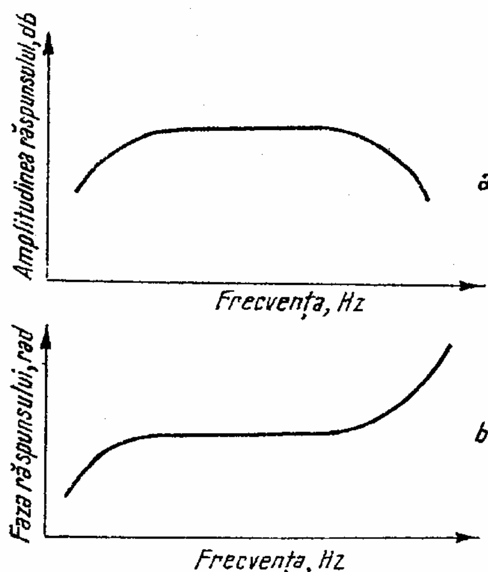


Fig. 5.2

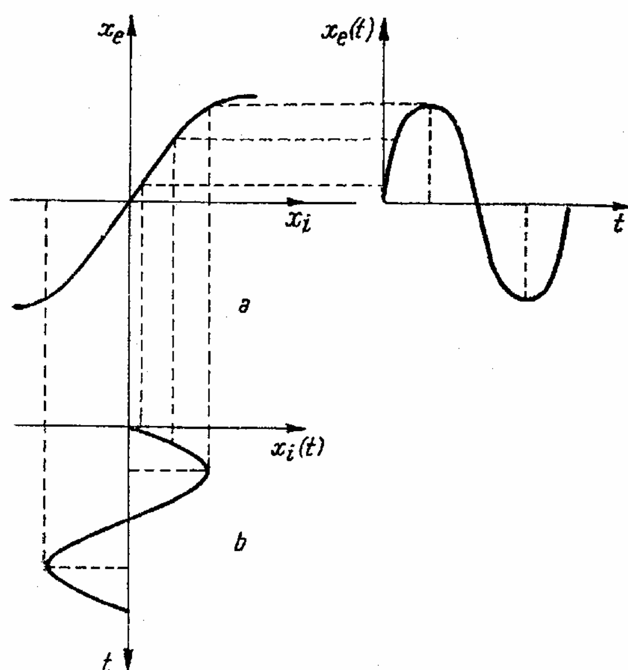


Fig.5.3

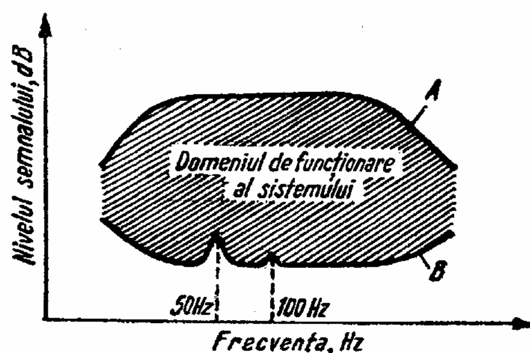


Fig. 5.4

talei, la aparate proiectate să lucreze cu semnale sinusoidale pure. Ele apar la aparate magnetice (de ex. : transformatoare şi generatoare electrice) şi sînt atenuate prin filtrarea ieşirii surselor de curent alternativ, ca şi a semnalelor de intrare la multiplicatoare folosite ca analizoare armonice.

Jocul defineşte domeniul de contact necorespunzător între părţile mecanice de acţionare şi cele conduse. Eliminarea lui la articulaţii se face cu arcuri de pretensionare, iar la angrenaje—folosind dantura înclinată.

Histerezisul este o variaţie a relaţiei „x_i — x_e" dependentă de punctul ultimei schimbări a direcţiei de mişcare. La aparatele electrice este legat de saturaţia magnetică, la cele mecanice — de solicitarea peste limita elastică. Efectele sînt repetabile, astfel că pot fi îndepărtate printr-o etalonare îngrijită şi măsurări în condiţii similare (de ex : la deplasarea în acelaşi sens). În fişele tehnice ale aparatelor, histerezisul se indică prin distanţa maximă între curbele „x_i — x_e", trasate pornind în sens contrar de la punctele extreme ale scalei, exprimată în funcţie de amplitudinea semnalului de intrare.

Interferenţa se referă la efectul aparatului de măsură asupra cantităţii măsurate, fiind atenuată prin alegerea şi montarea corespunzătoare a captorilor şi vibratorilor pe structura în vibraţie, prin ecranarea cablurilor etc.

În fine, o serie de *erori dinamice*, ca întîrzieri în „aşezarea pe măsură", sînt determinate de frecvenţa vibraţiei, amortizarea din aparatul de măsură şi frecvenţa proprie a elementelor mobile ale acestuia.

Un aparat de măsură de calitate trebuie să prezinte o *impedanţă de intrare* de valoare ridicată şi stabilă. Această condiţie se realizează folosind ca circuite de intrare montaje cu tuburi electronice sau circuite speciale cu amplificatoare de curent continuu.

Pentru micşorarea curenţilor de scurgere, ce se închid prin *rezistenţa de izolaţie* dintre borna de intrare a aparatelor şi masă, se urmăreşte ca această rezistenţă să aibă o valoare ridicată, de ordinul a 10^{10} ohmi.

5.2. Aparate mecanice pentru măsurarea vibraţiilor

Se vor descrie, în cele ce urmează, trei dintre aparatele mecanice pentru măsurarea vibraţiilor, care prin simplitate, robusteţe şi precizia suficient de ridicată, continuă să fie utilizate şi în prezent la măsurări orientative de vibraţii.

5.2.1. Tastograful

Acesta este un aparat de măsură *cvasistatic*, înregistrînd vibraţiile în mod analog unor măsurări statice, deci fără distorsiuni. Aparatul —portativ sau aşezat pe un stativ — corespunde schemei din figura 5.5.

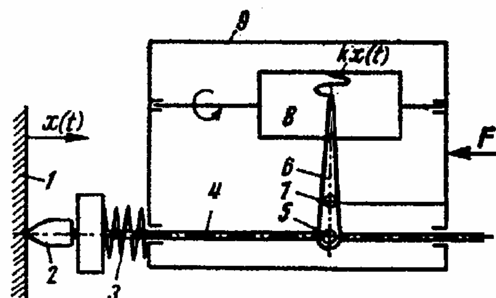


Fig. 5.5

Cifrele de pe desen reprezintă următoarele : *1* — structura în vibraţie, cu mişcarea $x(t)$, *2* — palpatorul, *3* — arcul care menţine contactul între palpator şi structură, *4* — tija

de comandă, *5* — articulaţie, *6* — acul înregistrator, *7* — punctul fix al acului, *8* — tamburul de înregistrare, *9* — carcasa aparatului. Cît timp frecvenţa vibraţiei măsurate este sensibil inferioară frecvenţelor proprii ale diferitelor elemente mobile, aparatul reproduce fidel mişcarea măsurată.

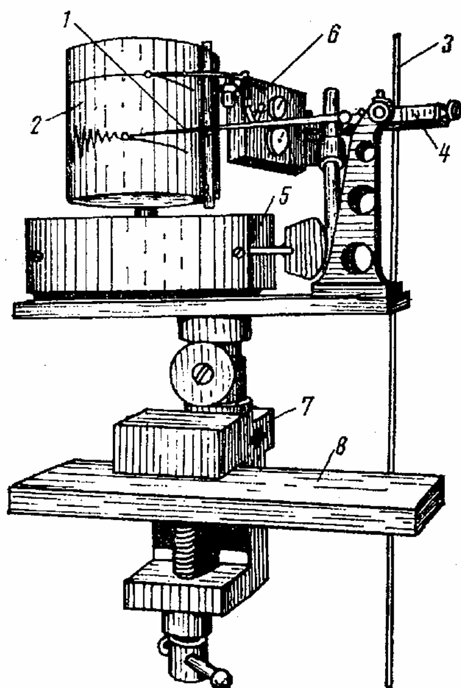


Fig. 5.6

5.2.2. Vibrograful Stoppani

Aparatul cu punct fix din figura 5.6 este compus din : *1* — acul înregistrator, *2* — tamburul de înregistrare, *3* — firul metalic care leagă obiectul mobil de acul înregistrator, *4* — dispozitivul de fixare a firului, *5* — mecanismul sincron pentru rotirea tamburului, *6* — mecanismul pentru baza de timp, *7* — menghina care fixează aparatul pe suportul *8* (punctul fix). Aparatul poate lucra şi aşezat pe obiectul mobil, *firul 3 fiind legat de punctul fix.*

5.2.3. Vibrometrul Geiger

Aparatul universal Geiger este astfel construit încît, prin transformări rapide, poate îndeplini diferite funcţiuni : vibrograf seismic, torsiograf, tahograf, accelerograf, vibrograf cuasistatic, tensometru, înregistrator *p-v*. În esenţă, este format din două părţi : *captorul*, adecvat măsurării respective şi *receptorul* sau *înregistratorul*.

În funcţionarea ca *vibrograf seismic*, aparatul corespunde schemei cinematice din figura 5.7. Masa seismică *2* oscilează în jurul axului *1*, fiind menţinută în poziţia dorită, conform sensului deplasării măsurate, de către arcul *3*. Lanţul cinematic 4—9 transformă oscilaţiile pendulului *2* în mişcare alternativă a peniţei înregistratoare, asigurînd şi o demultiplicare. În figura 5.8 se arată vederea şi secţiunea aparatului, în montaj pentru măsurarea de vibraţii orizontale. Se observă masa seismică *M*, precum şi cutia *R* cu banda *K*, servind la fixarea masei în poziţia dorită. În funcţie de arcul montat, aparatul are frecvenţe proprii de 2—333 Hz, permiţîndu-i a lucra ca vibrograf sau accelerograf. Amplitudinile vibraţiilor măsurate pot fi cuprinse între 0,01 şi 15 mm.

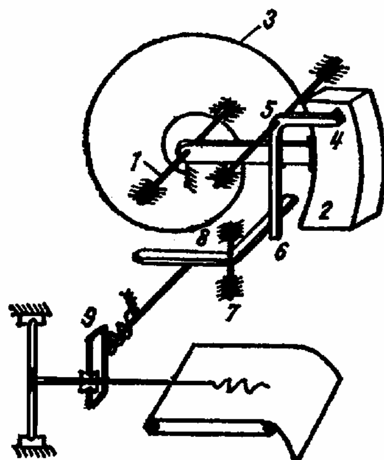


Fig. 5.7

În funcţionarea ca *torsiograf*, captorul aparatului Geiger este redat în figura 5.9. Cifrele de pe desen reprezintă : *1* — volantul, avînd rol de masă seismică în rotaţie, *2* – axul aparatului, *3* — discul de antrenare, pe care

se așează cureaua, *4* — arcul spiral ce leagă volantul de ax, *5*, *6*, *7* — sistem de pîrghii care transmite mișcarea relativă dintre tambur și volant la o tijă aflată în interiorul axului. Cînd mișcarea este uniformă, tamburul și volantul se rotesc la fel. Dacă există vibrații torsionale, tamburul se rotește neuniform, pe cînd masa seismică își păstrează, datorită inerției, mișcarea

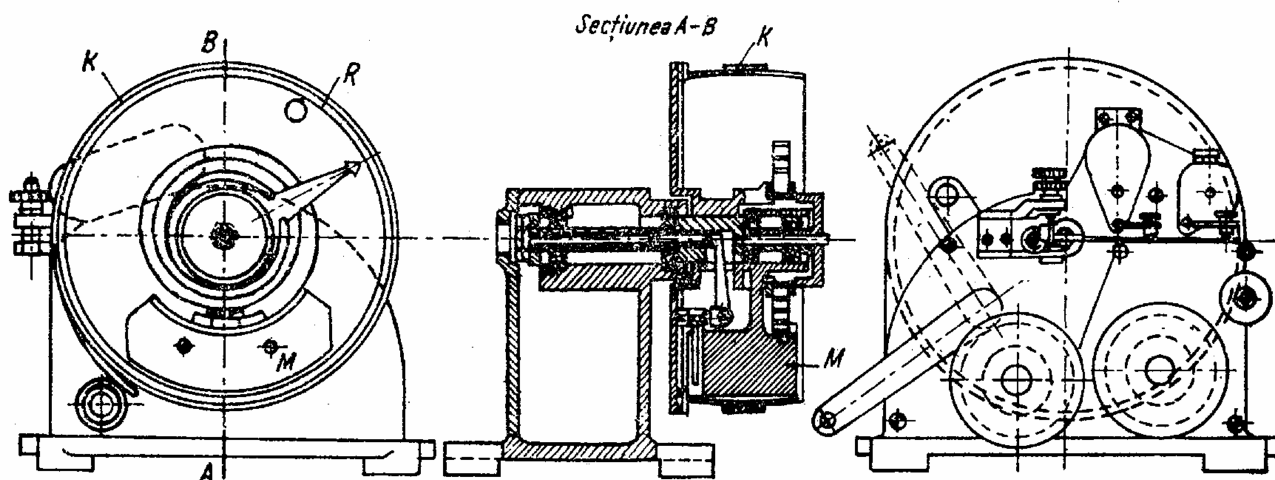


Fig. 5.8

uniformă. Din aceasta rezultă mișcarea relativă, transmisă la mecanismul de înregistrare.

Pentru a funcționa ca *vibrograf cuasistatic*, se separă legătura între masa seismică și penița înregistratoare, aceasta din urmă fiind pusă în mișcare, printr-o tijă, direct de către obiectul care vibrează. În funcționarea ca *tensometru*, aparatul lucrează de asemenea fără masa seismică, deplasarea relativă între două puncte fiind transmisă direct la înregistrator. Aparatul devine *indicator p-v*, cînd este echipat cu un cilindru și piston cu arc, drept captor al vibrațiilor de presiune.

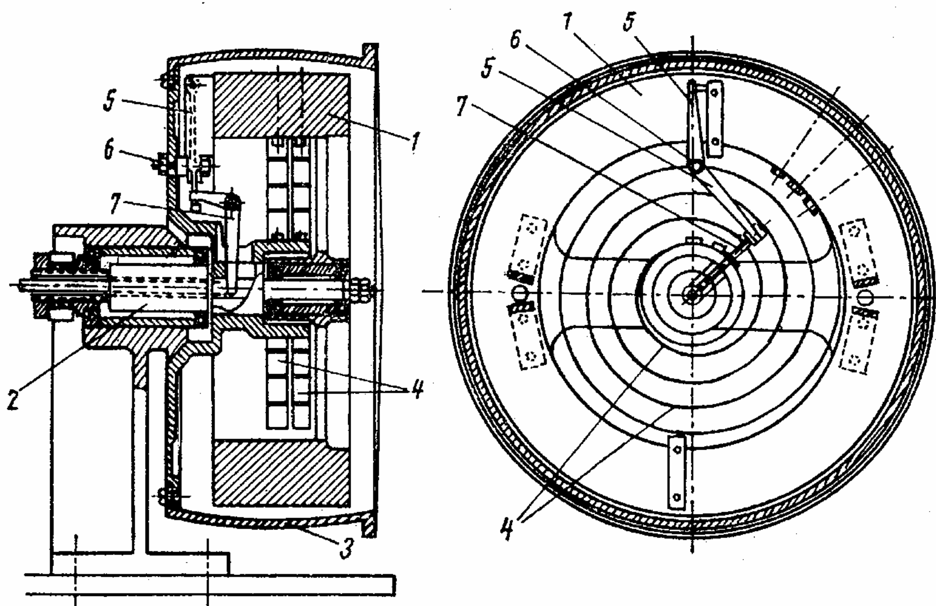


Fig. 5.9

5.3. Aparate pentru prelucrarea semnalelor

5.3.1. Punți de măsură

5.3.1.1. *Circuite în punte.* În montaje cu traductori pasivi, variația rezistenței sau reactanței acestora datorită vibrațiilor se poate măsura cu *circuite în punte*, alimentate în curent continuu (doar pentru rezistențe) sau alternativ.

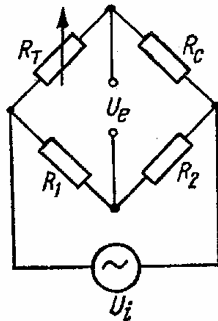


Fig. 5.10

În figura 5.10 se prezintă puntea Wheatstone cu un singur traductor rezistiv activ R_T, lipit pe piesa în vibrație sau pe elementul sensibil al captorului de vibrații. De obicei R_C este un traductor rezistiv identic cu R_T, lipit însă pe o piesă (din același material) nesolicitată mecanic, amplasată în aceleași condiții de mediu ambiant, compensînd astfel variațiile lui R_T cu temperatura. Rezistențele R_1 și R_2, împreună cu sursa de tensiune alternativă de frecvență purtătoare și cu un voltmetru conectat la bornele de ieșire, fac parte din aparatul denumit *punte tensometrică*.

Înainte de măsurare, după conectarea traductorilor R_T și R_C la puntea tensometrică, se realizează condiția

$$\frac{R_T}{R_1} = \frac{R_C}{R_2}. \tag{5.1}$$

În acest caz, tensiunea de ieșire $U_e = 0$ și se spune că „puntea este echilibrată".

Cînd structura studiată este în vibrație, se produce o variație ΔR_T a rezistenței traductorului activ, care determină apariția unei tensiuni la ieșire $U_e = U_i \dfrac{(R_T + \Delta R_T)R_2 - R_C R_1}{(R_T + \Delta R_T + R_C)(R_1 + R_2)}$.
Dacă variația ΔR_T este mică în comparație cu R_T, astfel încît să nu afecteze valoarea curentului din circuit, se poate stabili relația

$$U_e = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \frac{\Delta R_T}{R_T} U_i, \tag{5.2}$$

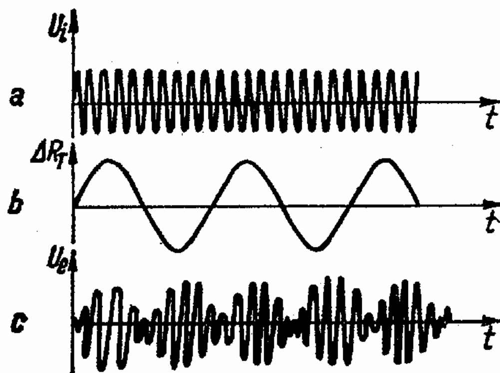


Fig. 5.11

care arată că semnalul dat de punte este proporțional cu produsul $\Delta R_T \cdot U_i$, deci puntea lucrează ca un *multiplicator*.

Dacă tensiunea de alimentare U_i este alternativă (fig. 5.11, *a*), atunci U_e este tot alternativă și de aceeași frecvență (fig. 5.11, *c*), amplitudinea ei fiind modulată de variația ΔR_T a rezistenței traductorului activ (fig. 5.11, *b*). Semnalul U_i se numește *undă purtătoare*. O variație de tensiune similară variației rezistenței ΔR_T

se poate obţine din tensiunea de ieşire U_e prin demodulare şi filtrare (eliminarea frecvenţei purtătoare).

Modulaţia de amplitudine este *o multiplicare* a semnalului purtător de informaţie cu o undă purtătoare, de frecvenţă şi amplitudine constantă.

Procesul poate fi explicat cel mai uşor pentru o undă sinusoidală $u_s(t) = U_s \sin \omega_s t$, care modulează o purtătoare sinusoidală

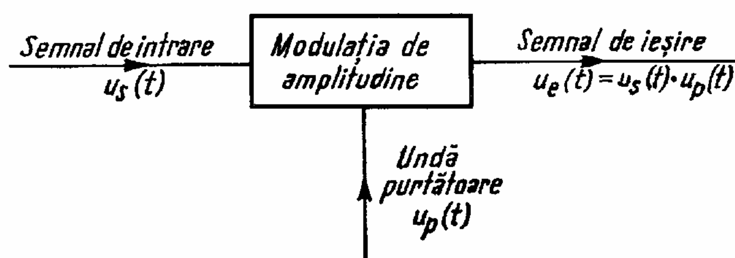


Fig. 5.12

$u_p(t) = U_p \sin \omega_p t$ (fig. 5.12.) De obicei $\omega_p \gg \omega_s$. Semnalul de ieşire este $u_e(t) = (U_s \sin \omega_s t)\ (U_p \sin \omega_p t)$. Transformînd produsul de sinusuri în diferenţă, rezultă

$$u_e(t) = \frac{U_s U_p}{2} [\cos(\omega_p - \omega_s)t - \cos(\omega_p + \omega_s)t] =$$
$$= \frac{U_s U_p}{2} \sin [(\omega_p - \omega_s)t + 90°] + \frac{U_s U_p}{2} \sin [(\omega_p + \omega_s)t - 90°]. \quad (5.3)$$

În figura 5.13 s-au reprezentat spectrele amplitudinilor celor trei semnale. Se observă că spectrul de frecvenţe al semnalului de ieşire este un spectru discret, care există doar la pulsaţiile $\omega_p \pm \omega_s$, numite *pulsaţii laterale* *.

În cazul unui semnal de intrare tranzitoriu, avînd un spectru continuu limitat de ω_s' (fig. 5.14*a*), multiplicarea cu unda purtătoare de pulsaţie $\omega_p > \omega_s'$ (fig. 5.14*b*) produce o „translaţie" a spectrului la pulsaţii mai înalte, de o parte şi de alta a valorii ω_p, sub forma unor *benzi laterale* (fig. 5.14*c*). Semnalul modulat în amplitudine poate fi amplificat, folosind un *amplificator de curent alternativ*, al cărui răspuns în frecvenţă este reprezentat cu linie întreruptă în figura 5.15 [1]. Rezultă că acesta nu amplifică tensiuni constante sau cu variaţie lentă în timp, deci folosit direct este necorespunzător pentru măsurarea şocurilor sau a vibraţiilor de joasă frecvenţă. Cuplat însă la un circuit în punte, alimentat cu o tensiune alternativă de pulsaţie ω_p şi al cărui traductor rezistiv activ măsoară o vibraţie avînd un spectru de frecvenţe ca în figura 5.14 *a*, la intrare i se aplică semnalul U_e modulat în amplitudine, avînd spectrul ca în figura 5.14*c*, şi care este cuprins în zona răspunsului liniar al amplificatorului de curent alternativ. Deşi amplificatorul nu are răspuns în curent continuu, el poate amplifica componenta statică (valoarea medie) a undei modulate.

* S-a considerat cazul particular al oscilaţiei modulate în amplitudine avînd ambele benzi laterale iar purtătoarea suprimată.

În cazul cînd cablurile dintre punte şi amplificator captează un semnal parazit, cu frecvenţa reţelei (50 Hz), care în anumite condiţii poate fi mai puternic decît semnalul util, eliminarea lui se face proiectînd amplificatorul de curent alternativ astfel încît să aibă răspuns minim la frecvenţe în jurul celei de 50 Hz (v. fig. 5.15).

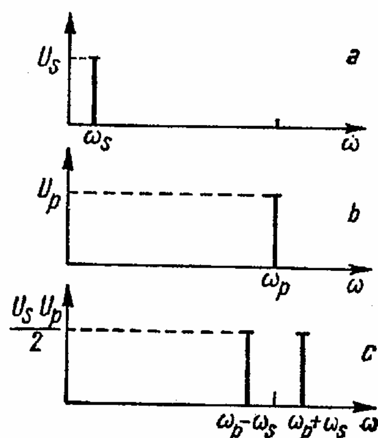


Fig. 5.13

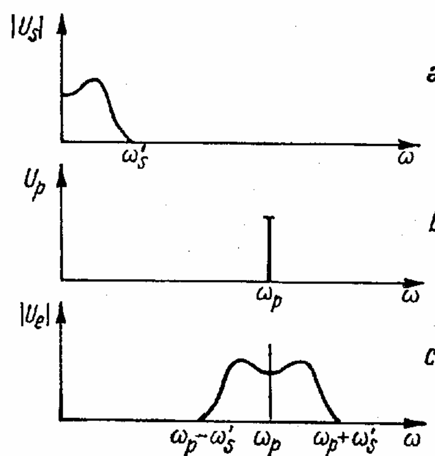


Fig. 5.14

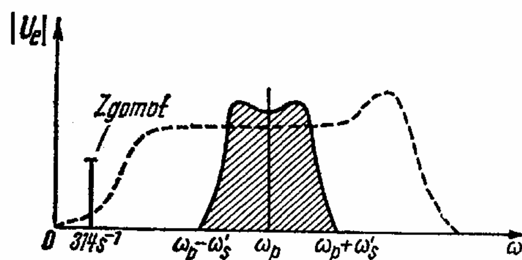


Fig. 5.15

În general, amplificatoarele de curent alternativ sînt mai stabile decît cele de curent continuu, la care tendinţa de lunecare a punctului de zero (deriva) denaturează semnalul, iar raportul semnal/zgomot nu este totdeauna corespunzător.

5.3.1.2. *Circuite detectoare.* Atunci cînd modulaţia de amplitudine este introdusă intenţionat, pentru a facilita prelucrarea datelor, ea joacă rolul unei trepte intermediare. Semnalul modulat în amplitudine nu este util pentru înregistrare şi trebuie adus, după amplificare, la forma iniţială a semnalului modulator. Acest proces se realizează prin *rectificare* şi *filtrare* (fig. 5.16).

Schema unui *redresor monoalternanţă* cu diodă este reprezentată în figura 5.17 *a*. Cînd tensiunea de intrare U_i este pozitivă în punctul *M*, dioda permite trecerea curentului prin rezistenţa *R*, iar tensiunea de ieşire U_e este pozitivă în punctul *O*. Cînd U_i este pozitivă în *N*, dioda împiedică stabilirea curentului şi $U_e = 0$. Dacă U_i este un semnal sinusoidal, circuitul din figura 5.17 *a* taie alternanţele negative, lăsînd să treacă doar cele pozitive (fig. 5.17 *b*).

Un circuit care realizează detectarea ambelor alternanțe este *redresorul în punte* (fig. 5.18 *a*). Indiferent de polaritatea punctului M, semnalul de ieșire este totdeauna pozitiv în punctul 0, avînd forma din figura 5.18 *b*.

Cea mai fidelă reproducere a datelor originale se obține prin procesul de *demodulare sensibilă la fază a ambelor alternanțe*. În figura 5.19 se arată circuitul cu diode al unui demodulator sensibil la fază folosit cu un traductor tansformator, iar în figura 5.20 se dau diagramele tensiunii de ieșire U_e pentru diferite poziții ale miezului mobil [1].

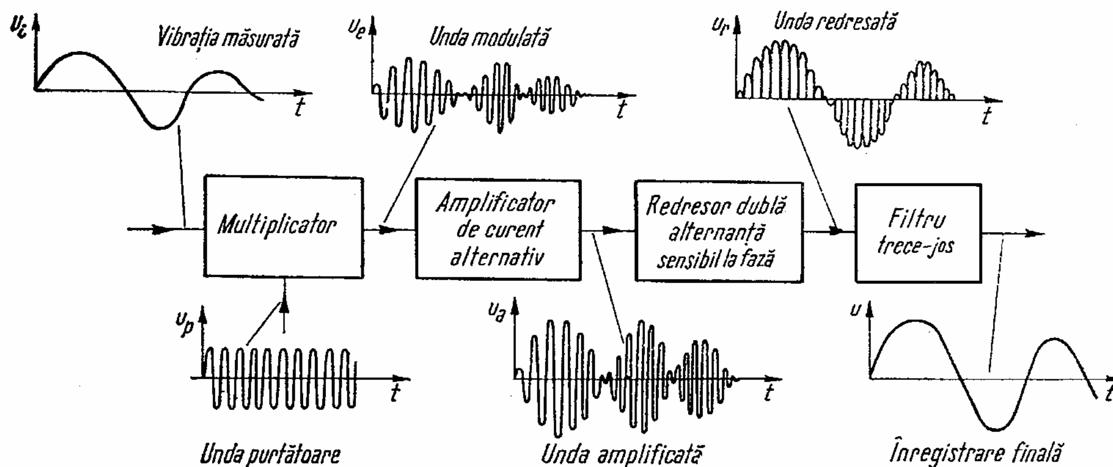


Fig. 5.16

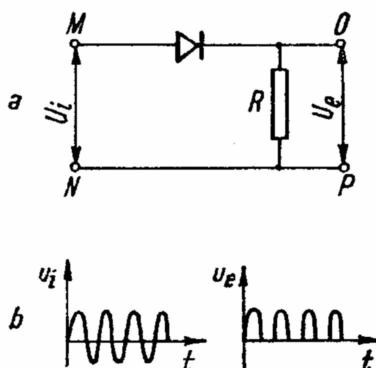


Fig. 5.17

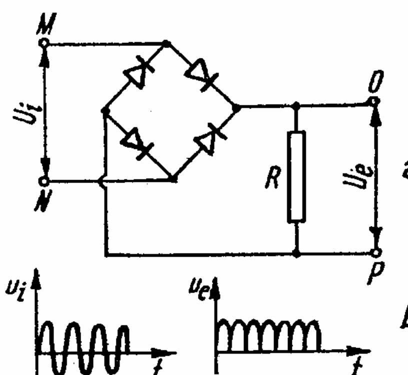


Fig. 5.18

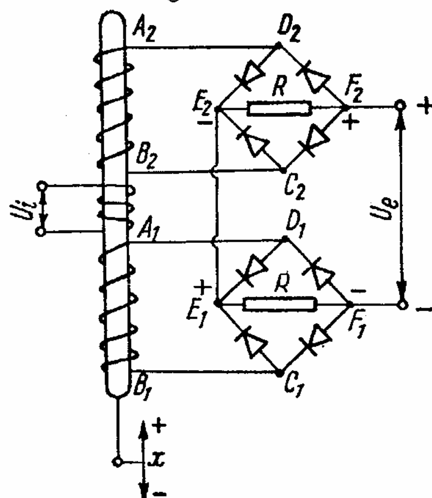


Fig. 5.19

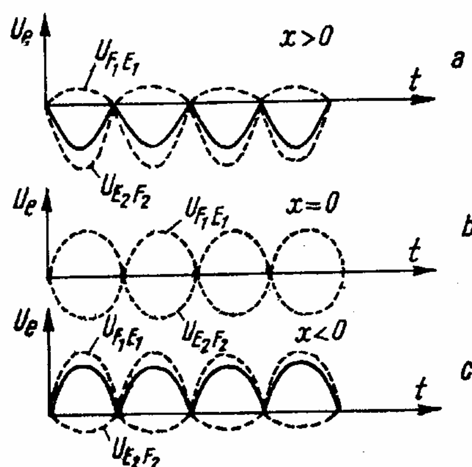


Fig. 5.20

Cînd tensiunea indusă în bobina secundară inferioară este astfel încît potențialul în A_1 este mai mare decît în B_1, curentul indus parcurge traseul $B_1A_1D_1E_1F_1C_1B_1$. Cînd potențialul lui B_1 este mai mare decît al lui A_1, curentul parcurge traseul $B_1C_1E_1F_1D_1A_1B_1$, deci rezistența R este parcursă de la E_1 la F_1 în ambele cazuri. O situație similară există în puntea superioară de diode, astfel că atunci cînd miezul se află în poziția mediană (fig. 5.20 *b*) $U_{F_1E_1} = | U_{E_2F_2} |$ iar $U_e = U_{F_1E_1} + U_{E_2F_2} = 0$. Deplasarea miezului din poziția mediană induce în bobinele secundare tensiuni electromotoare de valori diferite și de semne contrare, astfel că faza tensiunii de ieșire U_e depinde de sensul de deplasare al miezului, obținîndu-se demodulația sensibilă la fază.

Demodulația dublă alternanță sensibilă la fază poate fi explicată cel mai ușor tot pentru un semnal sinusoidal $u_s(t) = U_s \sin \omega_s t$ și o undă purtătoare sinusoidală $u_p(t) = U_p \sin \omega_p t$. La ieșirea din demodulator semnalul are forma $u_e(t) = (U_s \sin\omega_s t) \,|\, U_p \sin \omega_p t \,|$. Deoarece

$$| U_p \sin \omega_p t | = \frac{2}{\pi} U_p \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\, \omega_p t - \frac{2}{15} \cos 4\, \omega_p t + \ldots\right),$$

rezultă

$$\begin{aligned} u_e(t) &= \frac{2}{\pi} U_s U_p \sin \omega_s t - \frac{4}{3\pi} U_s U_p \sin \omega_s t \cos 2\, \omega_p t - \\ &- \frac{4}{15\pi} U_s U_p \sin \omega_s t \cos 4\, \omega_p t + \ldots = \frac{2}{\pi} U_s U_p \sin \omega_s t - \\ &- \frac{2}{3\pi} U_s U_p [\sin(2\omega_p + \omega_s)t - \sin(2\omega_p - \omega_s)t] - \\ &- \frac{2}{15\,\pi} U_s U_p [\sin(4\,\omega_p + \omega_s)t - \sin(4\,\omega_p - \omega_s)t] + \ldots \end{aligned} \tag{5.4}$$

Spectrul de frecvențe al semnalului dat de expresia (5.4) este prezentat în figura 5.21. Dacă semnalul este introdus într-un filtru trece-jos (fig. 5.16), acesta trebuie să „taie" pulsațiile $2\omega_p \pm \omega_s$, $4\omega_p \pm \omega_s$, lăsînd să treacă doar componenta de pulsație ω_s.

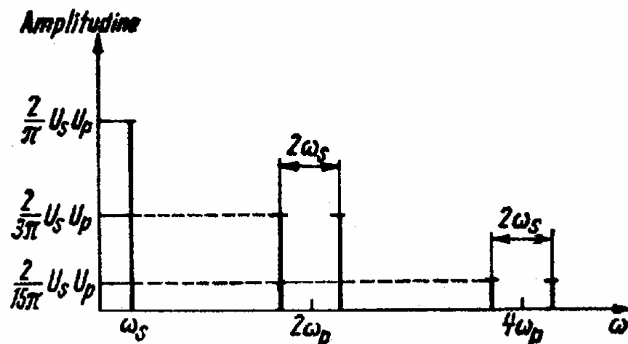


Fig. 5.21

Aplicarea modulației de amplitudine nu se limitează la traductorii tensometrici rezistivi, putînd fi folosită și cu traductori capacitivi sau inductivi.

5.3.2. Discriminatoare de frecvență

În modulația de frecvență, semnalul purtător de informație modifică frecvența instantanee a unei unde purtătoare (amplitudinea purtătoarei rămîne constantă). Metoda se folosește, de exemplu, în cazul înregistrării datelor pe bandă magnetică, avînd față de înregistrarea directă o serie de avantaje ca : posibilitatea stocării unor semnale cu componente spectrale de frecvențe foarte joase, micșorarea distorsiunilor de fază și îmbunătățirea raportului semnal/zgomot (cu o micșorare corespunzătoare a lățimii de bandă).

De asemenea modulația de frecvență este uneori preferată modulației de amplitudine atunci cînd se folosesc traductori capacitivi. În acest caz, vibrația structurii măsurate produce variația capacității traductorului, care controlează frecvența unui circuit oscilant. Demodularea se realizează cu un *discriminator de frecvență,* la intrarea căruia se aplică oscilația modulată în frecvență, iar la ieșire se obține o tensiune proporțională cu variația frecvenței instantanee.

Un exemplu de astfel de aparat este discriminatorul de bandă largă M 4082, fabricat de Southern Instruments Ltd. din Anglia [2]. Funcționarea lui se bazează pe proprietățile circuitului din figura 5.22 *a*. Semnalul de intrare U_i, de pulsație ω, este aplicat unui circuit acordat LC, avînd pulsația de rezonanță $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

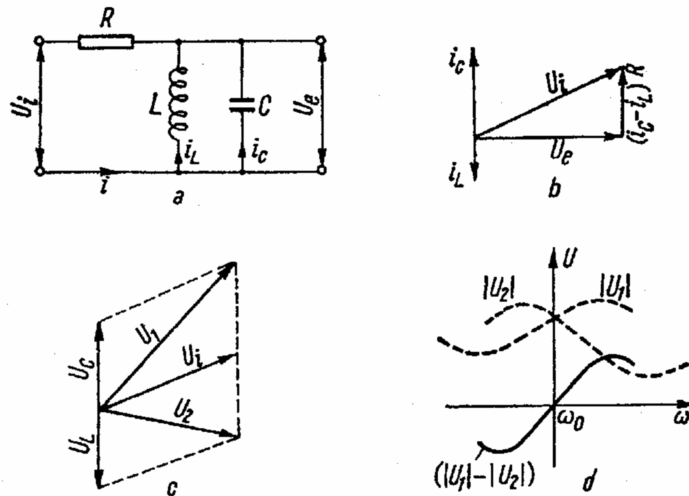


Fig. 5.22

Cînd $\omega = \omega_0$, reactanța capacitivă $\frac{1}{\omega C}$ este egală cu cea inductivă ωL, astfel încît curentul i_C este egal și în antifază cu i_L. Curentul total $i = i_C - i_L = 0$, deci prin rezistența R nu trece curent, astfel că $U_e = U_i$.

La pulsații $\omega > \omega_0$, i_C crește iar i_L scade, astfel că apare un curent rezultant, în fază cu i_C, care trecînd prin R produce o diferență în amplitudine și fază între U_i și U_e (fig. 5.22*b*). Variația de fază este transformată într-o variație de amplitudine, după cum urmează.

Tensiunea U_i este adunată separat mai întîi cu o tensiune U_C, proporțională cu i_C, pentru a produce o tensiune U_1 și apoi cu o tensiune U_L,

proporţională cu i_L, pentru a produce o tensiune U_2 (fig. 5.22 c). Evident, cînd $\omega = \omega_0$, amplitudinile tensiunilor U_1 şi U_2 sînt egale, însă pentru $\omega \neq \omega_0$ acestea variază diferit cu pulsaţia, ca în figura 5.22 *d*.

Dacă U_1 şi U_2 sînt rectificate separat şi apoi se face diferenţa $(|U_1| - |U_2|)$, caracteristica discriminatorului de frecvenţă are alura curbei continue din figura 5.22 *d*.

5.3.3. Amplificatoare

În sistemul de măsură, amplificatoarele sînt dispuse între captorii de vibraţii şi aparatele de analiză sau cele de vizualizare şi înregistrare a semnalelor. În general, ele au rolul de a amplifica semnalul de ieşire relativ slab (ca tensiune şi/sau putere) al traductorilor , pînă la valoarea cerută de aparatele de măsură. Pe lîngă aceasta, în montaje cu traductori capacitivi sau piezoelectrici (cu impedanţă de ieşire mare) se folosesc tipuri speciale de preamplificatoare, care prin impedanţa de intrare foarte mare evită micşorarea sensibilităţii captorului şi a domeniului de utilizare la frecvenţe joase.

La alegerea amplificatorului trebuie avute în vedere următoarele caracteristici generale :

— răspunsul dinamic al amplificatorului să fie mai mare sau egal cu cel al traductorului conectat la intrare ;

— impedanţa de intrare a amplificatorului să fie suficient de mare faţă de impedanţa de ieşire a traductorului, pentru a nu consuma mult din curentul acestuia, producînd micşorarea sensibilităţii sau chiar a liniarităţii ;

— impedanţa de ieşire a amplificatorului să fie inferioară celei de intrare a aparatului următor (ex : înregistratorul) pentru a evita efectele de „încărcare" ;

— deriva punctului de zero (variaţia lentă a tensiunii de ieşire, cînd intrarea este scurtcircuitată) şi zgomotul de natură electronică să fie minime, chiar după perioada de încălzire ;

— pentru limitarea captării de semnale parazite şi a formării de bucle la masă este necesar să se folosească cabluri ecranate, iar amplificatorul să fie prevăzut cu o intrare diferenţială sau „flotantă" (puternic izolată de masă).

5.3.3.1. *Amplificatoare de tensiune*. Elementul de bază al unui etaj dintr-un amplificator de tensiune este reprezentat în figura 5.23. Tensiunea de intrare U_i este aplicată (uneori printr-un circuit *RC*) grilei tubului electronic, care, pe baza energiei primite de la bateria E_B, produce un semnal U_e amplificat, de aceeaşi formă cu semnalul de intrare.

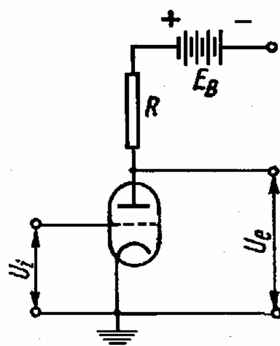


Fig. 5.23

Raportul $\frac{U_e}{U_i} = A$ reprezintă funcţia de transfer (cîştigul) a etajului respectiv. Deoarece semnalul U_e este defazat cu 180° faţă de U_i, această funcţie este negativă.

Amplificatoarele se construiesc prin cuplarea mai multor astfel de etaje. Cuplajele prin rezistenţă, impedanţă sau transformator se folosesc la *amplificatoarele de curent alternativ* (denumite astfel deoarece cuplajul blochează componenta

continuă a semnalului). După cum s-a arătat, acestea sînt în general lipsite de derivă sau alte tipuri de instabilitate caracteristice amplificatoarelor de curent continuu, dar nu pot amplifica direct semnale de joasă frecvență. În schimb, folosite cu traductori parametrici, în sisteme cu modulație de amplitudine, ele pot amplifica mărimi fizice cu variație lentă în timp, ce acționează asupra unor traductori alimentați cu tensiuni alternative, avînd frecvența purtătoare de cel puțin 5—10 ori mai mare ca frecvența maximă a semnalului purtător de informație.

5.3.3.2. *Amplificatoare cu circuite de reacție*. Caracteristicile unui amplificator pot fi modificate substanțial folosind un circuit de reacție (fig. 5.24), prin care o fracțiune β din tensiunea de ieșire este reaplicată la intrare.

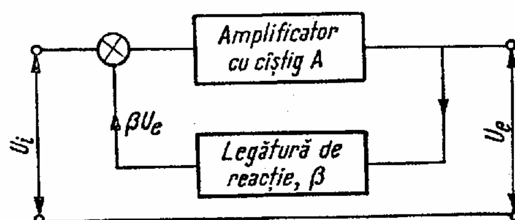


Fig. 5.24

Dacă în lipsa legăturii de reacție cîștigul este A, cîștigul cu reacție este

$$A_r = \frac{A}{1 - \beta A}, \qquad (5.5)$$

deoarece în acest caz $(U_i + \beta U_e) A = U_e$ și $A_r = \frac{U_e}{U_i}$.

Amplificatorul este stabil doar în cazul reacției negative, cînd βA este negativ. Cînd $|\beta A| \gg 1$, $A_r \approx -\frac{1}{\beta}$ și este teoretic independent de valoarea absolută a lui A, deci depinde doar de elementele pasive ce compun circuitul de reacție. Reacția negativă contribuie la îmbunătățirea domeniului de răspuns uniform în frecvență, reduce zgomotul și distorsiunile produse de amplificator.

Prin folosirea unor *amplificatoare operaționale* [1] împreună cu astfel de circuite de reacție se pot construi ușor filtre, integratoare și diferențiatoare, amplificatoare de sarcină etc.

5.3.3.3. *Amplificatoare de sarcină*. Aceste aparate sînt utilizate în montaje cu captori de vibrații cu traductori piezoelectrici (fig. 5.25). Prin construcție acestea au o funcție de transfer negativă de valori *mari* și un condensator C_A de *mare* capacitate, introdus pe o buclă de reacție. Se poate stabili relația

$$\frac{U_e}{Q} = \frac{A}{C_T + C_C - C_A(A-1)} \cong \qquad (5.6)$$

$$\cong \frac{A}{-C_A A} = -\frac{1}{C_A},$$

unde C_T este capacitatea traductorului, iar C_C — capacitatea cablurilor de legătură.

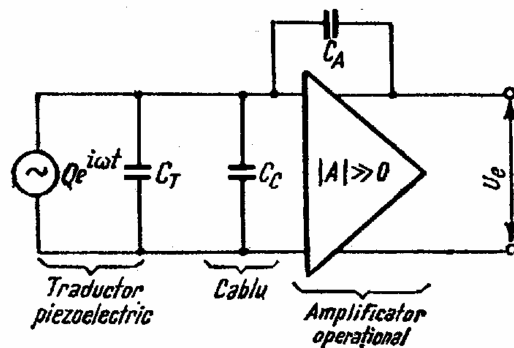


Fig. 5.25

Rezultă că semnalul de ieşire al amplificatorului este proporţional cu sarcina Q dezvoltată de traductorul piezoelectric, fiind independent de capacitatea traductorului şi a cablurilor (cu condiţia ca $C_T + C_C \leqslant C_A A$). Amplificatorul de sarcină permite folosirea captorilor piezoelectrici cu cabluri de orice lungime, fără să fie micşorată sensibilitatea sistemului, pentru măsurări la frecvenţe relativ joase (de ex: măsurări de şocuri).

5.3.3.4. *Repetorul catodic.* Acest tip de „preamplificator" se foloseşte cu traductori de tip capacitiv, fără a produce însă o amplificare propriu-zisă a tensiunii semnalului ($A = 0,8 \ldots 0,9$) ci doar o micşorare a impedanţei sursei, deci o creştere a curentului ce se transmite aparatelor de măsură. Este deci un *transformator de impedanţă.*

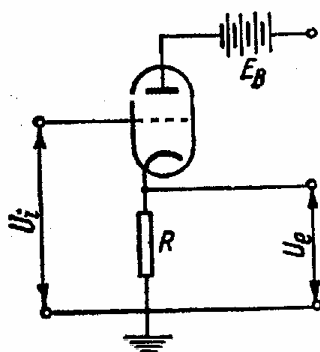


Fig. 5.26

La măsurarea semnalului dat de un traductor capacitiv, folosit într-un circuit de polarizare în curent continuu, impedanţa de intrare a aparatului de măsură reprezintă o rezistenţă de şuntare, prin care există posibilitatea scurgerii la masă a sarcinii electrice, deci deformarea semnalului. Repetorul catodic (fig. 5.26) este un circuit cu rezistenţă de intrare foarte mare, care împiedică această scurgere, impedanţa de ieşire fiind în schimb mai mică, deci corespunzătoare aparatului de măsură. Toată sarcina se află în circuitul anodic.

Repetorul catodic nu elimină efectul cablurilor de legătură, astfel că se montează direct pe captor sau foarte aproape de acesta, fapt favorizat şi de gabaritul redus.

5.3.4. Reţele de integrare şi de diferenţiere. Filtre trece-jos şi trece-sus

De multe ori, în cadrul sistemului de măsură este necesar să se obţină integrarea sau derivarea în raport cu timpul a unui semnal. În acest scop se folosesc circuite speciale de integrare sau diferenţiere. În general se preferă integrarea, deoarece diferenţierea accentuează zgomotul nedorit (care conţine în special frecvenţe înalte).

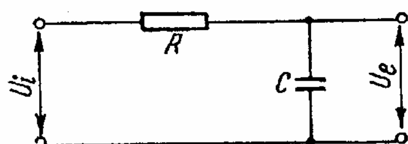


Fig. 5.27

Un circuit de integrare RC ca cel din figura 5.27 are o funcţie de răspuns în frecvenţă

$$\frac{U_e}{U_i} = \frac{1}{1 + i\omega RC}. \tag{5.7}$$

Dacă $\omega RC \gg 1$, $U_e \cong \frac{1}{RC} \frac{U_i}{i\omega}$, deci tensiunea de ieşire este proporţională cu integrala în raport cu timpul a tensiunii de intrare (dacă $u_i = U_i e^{i\omega t}$, atunci $\int u_i \, dt = \int U_i e^{i\omega t} dt = \frac{U_i}{i\omega} e^{i\omega t}$). Circuitul lucrează ca *integrator.*

Dacă $\omega RC \ll 1$, $U_e \cong U_i$, tensiunea de ieşire este aceeaşi cu cea de intrare, semnalele de joasă frecvenţă trec nealterate prin circuit, care este deci un *filtru „trece-jos"*. Pentru valori foarte mari ale constantei

de timp RC, circuitul lasă să treacă nemodificată numai componenta continuă a tensiunii U_i.

În figura 5.28 s-a reprezentat (în coordonate logaritmice) variaţia cu frecvenţa a modulului funcţiei (5.7) şi s-au indicat zonele în care circuitul lucrează ca filtru, respectiv ca integrator. Rezultă că totdeauna există o

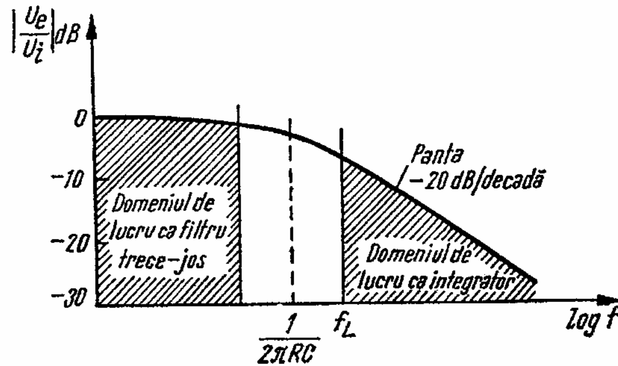


Fig. 5.28

frecvenţă limită inferioară f_L sub care integrarea nu se mai face corect, observaţie ce trebuie avută în vedere la măsurarea şocurilor şi vibraţiilor de joasă frecvenţă. Pentru înlăturarea acestui inconvenient se folosesc integratoare operaţionale (fig. 5.29) [3].

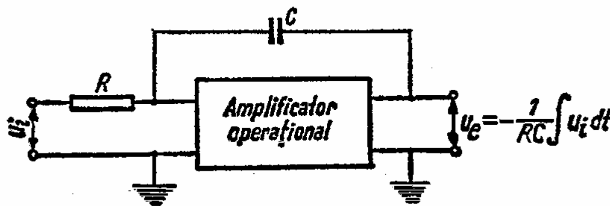


Fig. 5.29

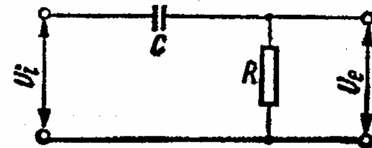


Fig. 5.30

În figura 5.30 se prezintă un *circuit de diferenţiere RC*, folosit şi ca *filtru „trece-sus"*. Funcţia de răspuns în frecvenţă este

$$\frac{U_e}{U_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\mathrm{i}\omega RC}}, \tag{5.8}$$

variaţia modulului ei cu frecvenţa fiind reprezentată grafic în figura 5.31, împreună cu zonele de lucru ale circuitului.

Pentru $\omega RC \ll 1$, $U_e \cong RC\mathrm{i}\omega\, U_i$, deci tensiunea de ieşire este proporţională cu derivata în raport cu timpul a tensiunii de intrare (dacă $u_i = U_i \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$, atunci $\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} U_i \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \mathrm{i}\omega U_i\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$). Pen-

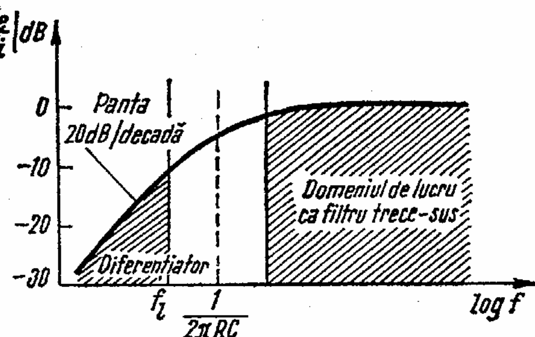


Fig. 5.31

tru $\omega RC \gg 1$, $U_e \approx U_i$, iar semnalele de înaltă frecvență trec nemodificate prin circuit. Circuitele de diferențiere au deci o limită superioară de frecvențe f_l. Fiind foarte sensibile la zgomotul de înaltă frecvență, acestea sînt influențate de răspunsul la frecvențe înalte al traductorului folosit.

În general, se preferă folosirea captorilor de accelerații împreună cu circuite de integrare.

5.3.5. Convertoare analog-numerice

Prelucrarea datelor experimentale pe calculatoare numerice impune eşantionarea şi codificarea semnalelor analogice furnizate de captorii de vibrații.

Conversia semnalelor trebuie făcută cît mai aproape de ieşirea din traductor, pentru a reduce la minimum alterarea lor datorită zgomotului, distorsiunilor şi impreciziei aparatelor analogice.

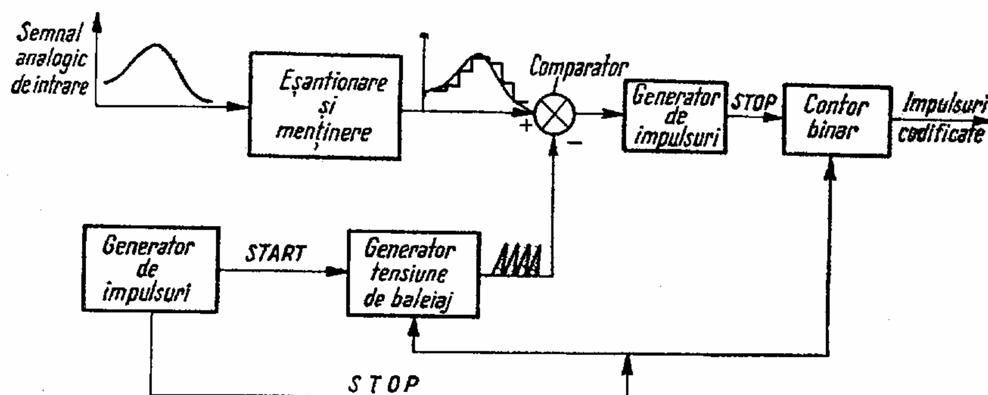


Fig. 5.32

Conversia analog-numerică, cuprinzînd două procese de bază — eşantionarea şi codificarea — se poate realiza conform schemei simplificate din figura 5.32 [1]. Semnalul de intrare analogic este comparat cu un semnal periodic, în formă de dinți de ferăstrău (fig. 5.33), a cărui tensiune maximă trebuie să depăşească cea mai mare valoare a tensiunii semnalului de intrare.

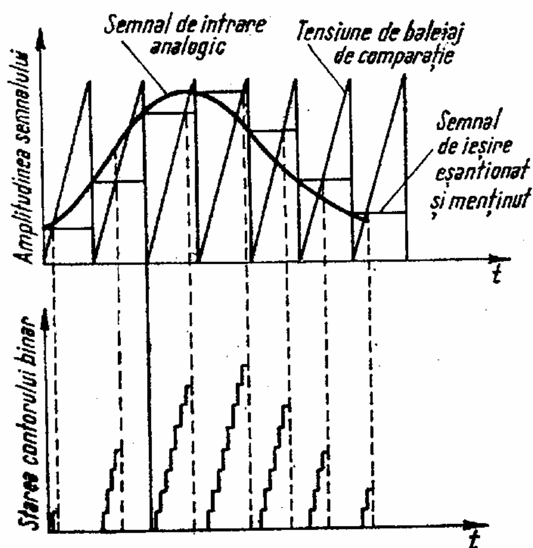


Fig. 5.33

Eşantionarea se realizează reținînd, pe durata unui ciclu de baleiaj, ca valoare discretă, mărimea semnalului $x(t)$ la începutul fiecărui impuls, corespunzător unei tensiuni de baleiaj nule.

Un contor binar este pornit la începutul fiecărui ciclu de baleiaj şi oprit atunci cînd tensiunea de baleiaj coincide cu tensiunea eşantionului semnalului. La ieşirea contorului se obțin impulsuri codificate, reprezentînd un număr binar a cărui valoare depinde de timpul cît este deschis contorul. Deoarece acest timp este

proporţional cu tensiunea eşantionului, rezultă că tensiunea analogică este convertită în echivalentul numeric. Contorul este adus la zero la sfîrşitul fiecărui ciclu, astfel că procesul se repetă, generîndu-se numere binare reprezentînd valorile tensiunii semnalului analogic la intervale egale de timp.

Componentele electronice ale calculatoarelor numerice se pretează cel mai bine la utilizarea codurilor binare. Dintre acestea, unul din cele mai folosite în echipamentele pentru *prelucrarea* semnalelor este codul BCD (Binary Coded Decimal). În acest cod, cele zece numere ale sistemului zecimal sînt codificate în echivalentele lor binare, aşa cum se arată în tabela 5.1.

De exemplu, numărul zecimal 537,8 se scrie în codul BCD sub forma 0101 0011 0111.1000 utilizîndu-se 16 biţi.

TABELA 5.1

Codificarea numerelor zecimale în sistemul BCD

Numere în sistemul zecimal	Numere în BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

5.3.5.1. *Teorema eşantionării*. Condiţia principală care stă la baza oricărui procedeu de eşantionare este cerinţa de a nu pierde şi de a nu denatura informaţiile cuprinse în forma analogică a semnalului.

În acest scop, în practică, trebuie respectată *teorema eşantionării* şi condiţiile referitoare la alegerea numărului de eşantioane statistic independente.

Intervalul de timp între două discretizări succesive se numeşte *perioadă de eşantionare*, notată în figura 5.34 prin T_e. Inversul acestei mărimi se numeşte *frecvenţă de eşantionare*, notată f_e.

Conform *teoremei eşantionării*, atribuită lui Shannon, pentru un semnal cu o bandă de frecvenţe limitată (O, B), frecvenţa de eşantionare trebuie să fie mai mare sau cel puţin egală cu dublul frecvenţei B, adică, $f_e = 2\alpha B$ cu $\alpha \geqslant 1$.

Numai în condiţiile respectării acestei inegalităţi, semnalul discretizat este complet determinat şi poate fi reconstituit ca funcţie continuă de timp, pornind de la eşantioane. Demonstraţia acestei teoreme este dată în lucrarea [4].

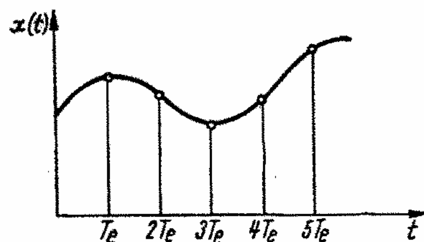


Fig. 5.34

Consecinţele nerespectării teoremei lui Shannon sînt ilustrate în figura 5.35. La exemplul din figura 5.35 *a*, frecvenţa de eşantionare fiind mai mare decît dublul frecvenţei semnalului eşantionat (raport 8 : 1), funcţia reconstituită este identică cu originalul. La exemplul din figura 5.35 *b*, deoarece frecvenţa de eşantionare este inferioară dublului frecvenţei semnalului eşantionat (raport 8 : 7), funcţia reconstituită diferă apreciabil de original.

Dată fiind frecvenţa de eşantionare, frecvenţa maximă a semnalului ce poate fi analizat, numită *frecvenţa lui Nyquist*, este $f_N = \frac{f_e}{2}$.

În cazul în care semnalul eşantionat este folosit pentru determinarea densităţii spectrale a mediei pătratice sau a spectrului de amplitudini, alegerea incorectă a frecvenţei de eşantionare duce la apariţia „erorii de

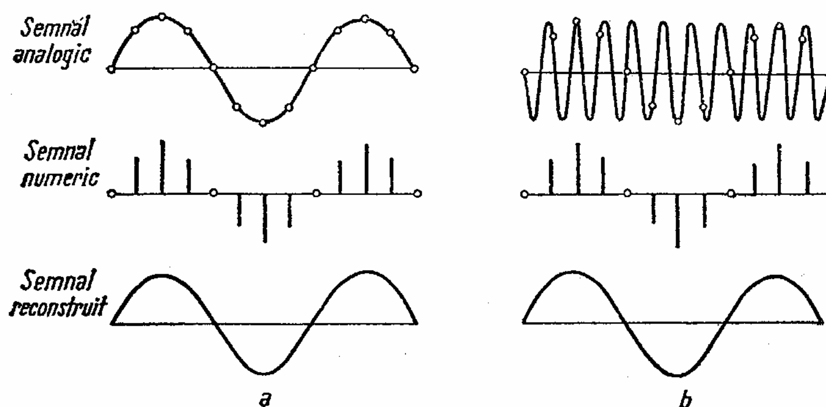


Fig. 5.35

suprapunere", fenomen cunoscut în literatura engleză sub numele de „aliasing". Fenomenul constă în aceea că amplitudinile sau valorile medii pătratice ale componentelor spectrale care au frecvenţa mai mare decît f_N se însumează cu cele ale componentelor cuprinse în intervalul (O, f_N).

Explicaţia matematică a acestui fenomen constă în faptul că funcţiile trigonometrice ($\sin 2\pi ft$, $\cos 2\pi ft$, $\sin^2 2\pi ft$, $\cos^2 2\pi ft$ etc.) care stau la baza descompunerii în spectre de frecvenţe, iau aceeaşi valoare pentru

$$f,\ 2f_N \pm f,\ 4f_N \pm f, \ldots,\ 2nf_N \pm f,$$

dacă timpul t devine egal cu perioada de eşantionare.

Prin f s-a notat o frecvenţă oarecare, cuprinsă în intervalul (O, f_N).

De exemplu, pentru $t = T_e = \dfrac{1}{f_e} = \dfrac{1}{2f_N}$:

$$\cos 2\pi ft = \cos 2\pi f \frac{1}{2f_N} = \cos \frac{\pi f}{f_N}$$

$$\cos 2\pi(2nf_N \pm f)t = \cos 2\pi(2nf_N \pm f)\frac{1}{2f_N} = \cos\left(2\pi n \pm \frac{2\pi f}{2f_N}\right) = \cos \frac{\pi f}{f_N}.$$

Eşantionarea poate fi considerată ca un proces de modulare, în care funcţia semnal (purtătoare de informaţie) este modulată de (înmulţită cu) o funcţie de eşantionare (fig. 5.36 *a*) care constă din o succesiune periodică de funcţii Dirac.

Spectrul Fourier al funcţiei de eşantionare (fig. 5.36 *b*) este format din o serie de linii la frecvenţele 0, f_e, $2f_e, \ldots$, deci o sumă de sinusoide de amplitudini egale şi de frecvenţe multipli de f_e. Modulaţia acestor sinusoide — considerate ca unde purtătoare — de către o funcţie semnal care are spectrul ca în figura 5.36 *c* (limitat superior de frecvenţa f_u), dă naştere la spectrul din figura 5.36 *d*, în care se recunoaşte spectrul purtător de

informaţie, centrat în jurul fiecărei linii spectrale a funcţiei de eşantionare. Se formează astfel „benzile laterale" de modulaţie ale fiecărei purtătoare.

Atît timp cît $f_u \leqslant \frac{1}{2} f_e$ ($f_e \geqslant 2f_u$), deci cît timp benzile laterale a două purtătoare adiacente nu se suprapun (fig. 5.36*d*), nu se pierde

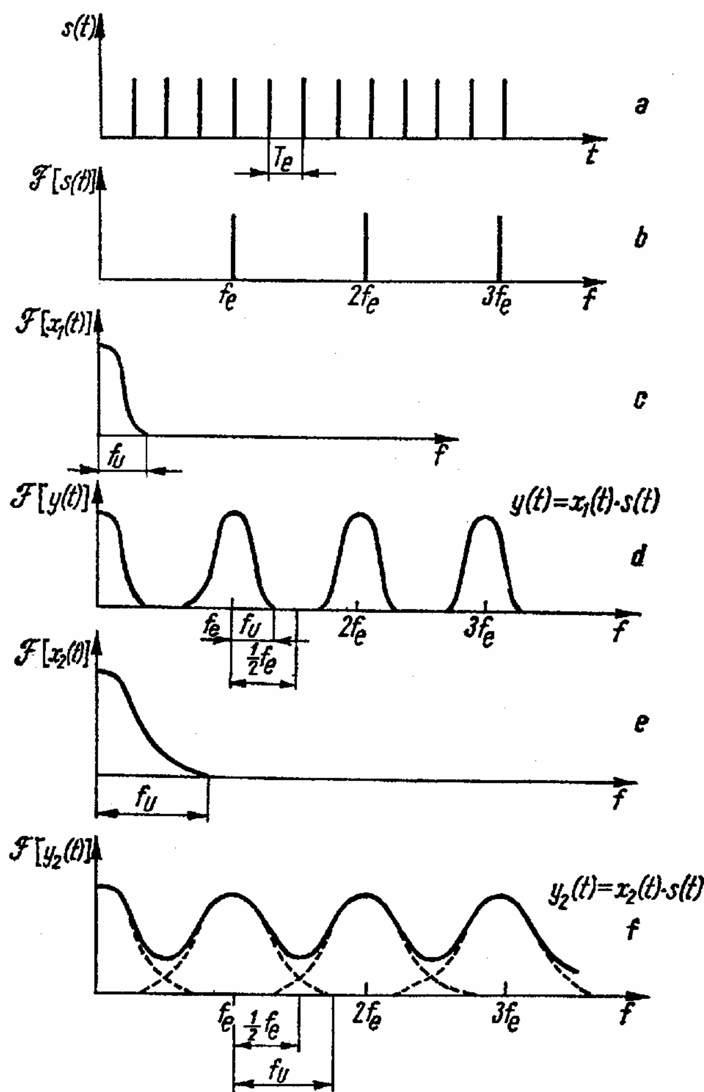


Fig. 5.36

informaţie şi funcţia originală poate fi reconstruită perfect prin trecerea semnalului modulat printr-un filtru „trece-jos" care înlătură armonicele lui f_e şi benzile laterale corespunzătoare.

Totuşi, dacă spectrul semnalului este ca în figura 5.36*e*, deci dacă $f_u > \frac{f_e}{2}$ ($f_e < 2f_u$), benzile laterale adiacente se suprapun (fig. 5.36*f*), spectrul purtător de informaţie (banda laterală superioară a purtătoarei de frecvenţă nulă) este distorsionat de componente care iniţial au avut alte frecvenţe. De aici denumirea de ***eroare de suprapunere***.

Deoarece, adesea, semnalele de intrare au componente spectrale superioare frecvenţei limită f_N a domeniului de frecvenţe analizat, acestea trebuie atenuate cu un filtru trece-jos, denumit *filtru „anti-aliasing"*, plasat înaintea etajului de eşantionare—codificare. Frecvenţa de tăiere, corespunzătoare unei atenuări de 3 dB, se alege egală cu f_N.

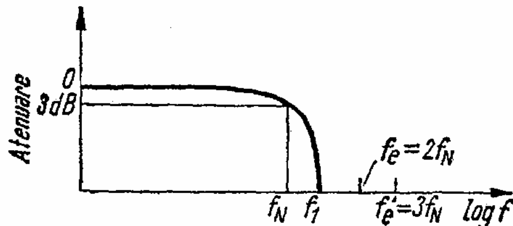


Fig. 5.37

Filtrele realizabile practic au însă o caracteristică cu pantă finită în zona de atenuare, astfel că nu pot „tăia" complet componentele spectrale superioare lui f_N (fig. 5.37). Alegînd o frecvenţă de eşantionare (conform teoremei lui Shannon) $f_e = 2f_N$, existenţa componentelor neatenuate complet cuprinse între f_e şi $f_1 (f_1 > f_N)$, duce la apariţia fenomenului de „aliasing".

Pentru eliminarea lui, trebuie aleasă o frecvenţă de eşantionare mai mare. În majoritatea analizoarelor numerice se alege

$$f_e' = 3f_N.$$

Eşantionarea la viteze mai mari măreşte cerinţele privind memoria numerică, ceea ce duce la soluţii neeconomice.

5.3.5.2. *Numărul de eşantioane.* O altă cerinţă de care trebuie ţinut cont în procesul de eşantionare este *alegerea numărului n de eşantioane* pentru o înregistrare finită.

Se consideră realizarea $x(t)$ a unui semnal de tip „zgomot alb" de bandă de frecvenţe (O, B), înregistrată pentru intervalul de timp (O, T). Limitarea în frecvenţe poate fi asigurată, aşa cum s-a arătat mai sus, printr-o filtrare adecvată. Densitatea spectrală a mediei pătratice a semnalului are o valoare constantă în banda de frecvenţe $(-B, B)$ şi este nulă în afara acestui interval. Funcţia de autocorelaţie (fig. 5.38) este de forma

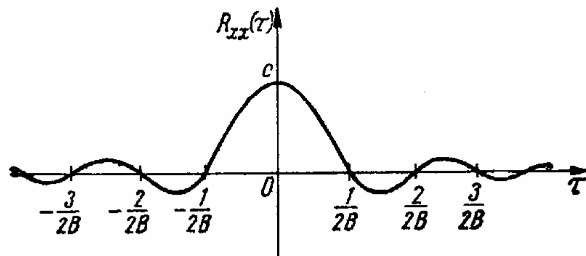


Fig. 5.38

$$R_{xx}(\tau) = c\frac{\sin \pi 2B\tau}{\pi 2B\tau},$$

c fiind o constantă.

Se observă că pentru $\tau = \frac{k}{2B}$ $(k = 1, 2, 3 \ldots)$, funcţia de autocorelaţie se anulează, ceea ce înseamnă că valorile discrete ale semnalului, plasate la intervalul de timp $\frac{1}{2B}$, sînt necorelate, adică statistic independente.

Întreaga durată a semnalului fiind T, rezultă numărul de eşantioane statistic independente

$$n = \frac{T}{\frac{1}{2B}} = 2BT.$$

În lucrarea [5] se arată că numărul de eşantioane necesare este acelaşi, fie că se lucrează cu reprezentarea în timp, fie că se lucrează cu reprezentarea în frecvență a semnalului.

Raportul $\frac{1}{2B}$ este incrementul fundamental de timp, cunoscut şi sub numele de *intervalul lui Nyquist*, iar $\frac{1}{T}$ este incrementul fundamental de frecvență, numit şi *cointervalul lui Nyquist*.

Trebuie subliniat că $n = 2\ BT$ reprezintă numărul de eşantioane statistic independente, numit şi „numărul gradelor de libertate" al semnalului aleator, pentru cazul special al unui „zgomot-alb" gaussian, de bandă de frecvențe $(O,\ B)$.

Pentru realizările aleatoare uzuale, ipoteza de „zgomot-alb" de bandă limitată nu este respectată. Din acest motiv se introduce noțiunea de „bandă-echivalentă" de frecvențe a semnalului [5], cu ajutorul căreia se calculează numărul n.

5.3.6. Aparate pentru efectuarea mediei

În prelucrarea semnalelor se folosesc două feluri de operații de mediere: pe ansamblu de înregistrări şi medierea în timp, folosind o singură înregistrare.

Medierea pe ansamblu este utilizată în special la „netezirea" spectrelor de frecvență. Analizoarele spectrale în timp real conțin un *bloc de mediere* care efectuează media aritmetică a mai multor spectre (înregistrate în memorie), eliminînd astfel componente spectrale datorite zgomotului şi accentuînd pe cele ale semnalului util.

Medierea în timp este definită prin relația

$$\bar{g} = \frac{1}{T}\int_0^T g(t)\,\mathrm{d}t$$

şi se efectuează în *etaje speciale de mediere* ale aparatelor. Funcția $g(t)$ poate reprezenta semnalul $x(t)$, pătratul acestuia $x^2(t)$ şi produsele $x(t)\cdot x(t-\tau)$ sau $x(t)\cdot y(t-\tau)$, după cum interesează valoarea medie, media pătratică, funcția de autocorelație sau cea de intercorelație.

Realizarea acestei operații diferă în cazul semnalelor analogice şi a celor numerice.

5.3.6.1. *Medierea semnalelor analogice.* Medierea în timp a semnalelor analogice se poate efectua pe diferite căi [6], toate implicînd operația de integrare realizată cu ajutorul unor amplificatoare operaționale (fig. 5.29) sau, cel mai des, cu circuite pasive RC (fig. 5.27). Se disting patru căi de realizare experimentală a medierii temporale:

a) *Medierea de lungă durată.* În acest caz timpul de mediere T se alege egal cu timpul total de observare a semnalului.

b) *Medierea în trepte.* Semnalul este integrat şi mediat pe un interval de timp T, după care se face o nouă mediere, pe un alt interval de timp T, măsurat de la sfîrşitul primului interval. Rezultatul medierii este dat la sfîrşitul fiecărui interval T.

c) *Medierea continuă*. Semnalul este integrat şi mediat pe ultimele T secunde ale înregistrării, memoria de integrare eliminînd continuu valorile semnalului ce au apărut înainte de momentul $(t-T)$.

d) *Medierea ponderată*. Se obţine cu reţele de integrare RC, care se spune că realizează o ponderare exponenţială.

Într-adevăr, pentru circuitul din figura 5.27, deoarece funcţia de răspuns în frecvenţă (5.7) este

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{1+\mathrm{i}\omega RC},$$

funcţia pondere este

$$h(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\mathrm{i}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\tau}}{1+\mathrm{i}\omega RC}\,\mathrm{d}\omega = \frac{1}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{\tau}{RC}}.$$

Dacă se aplică la intrare un semnal $x(t)$, semnalul la ieşire $y(t)$ este dat de integrala lui Duhamel

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)\,h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} x(t)\mathrm{e}^{-\frac{t-\tau}{RC}}\,\mathrm{d}\tau. \qquad (5.9)$$

Relaţia (5.9) se poate scrie sub forma

$$\overline{g(t)} = \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} g(t)\mathrm{e}^{-\frac{t-\tau}{RC}}\,\mathrm{d}\tau,$$

deci $\overline{g(t)}$ reprezintă o medie ponderată, funcţia de ponderare fiind exponenţială.

În timp ce medierea continuă („running averaging") dă pondere egală tuturor valorilor instantanee ale semnalului dintr-un interval T, medierea ponderată exponenţială dă pondere mai mare valorilor semnalului care apar în momentul măsurării.

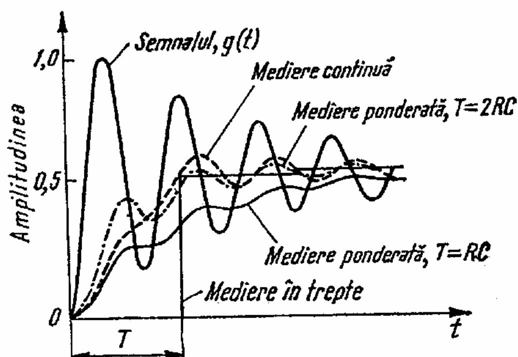


Fig. 5.39

La semnale analogice staţionare, rezultatul este teoretic acelaşi, indiferent de metoda de mediere folosită, iar în cazul *d*) cu condiţia ca $T \approx 2RC$. La semnale nestaţionare, medierea continuă permite evidenţierea unor fenomene de scurtă durată, importante pentru integritatea maşinilor. În figura 5.39 se compară rezultatele obţinute cu metodele *b*), *c*) şi *d*) în cazul unui semnal tranzitoriu [6]. În cazul şocurilor, metodele *c*) şi *d*) dau rezultate similare dacă $T \approx RC$.

5.3.6.2. *Medierea semnalelor numerice.* Medierea în timp a semnalelor numerice se poate face pornind de la relațiile de definiție și anume

— valoarea medie

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k ;$$

— valoarea medie pătratică

$$\overline{x^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (x_k)^2,$$

unde N este numărul de eșantioane corespunzător timpului de mediere iar x_k — valorile acestora.

Deoarece operațiile de mai sus necesită un spațiu mare în memoria blocului de mediere (pentru înmagazinarea valorilor tuturor eșantioanelor), se folosește medierea prin recurență.

În cazul *medierii liniare* se calculează media aritmetică pe un interval de timp fix — timpul de mediere.

Fiecare eșantion x_k care intră în blocul de mediere este împărțit la un factor N, egal cu numărul total de eșantioane ce apar în timpul de mediere.

Se calculează valoarea

$$m_k = m_{k-1} + \frac{x_k}{N},$$

unde

$$m_{k-1} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{k-1} x_j.$$

Cînd $k = N$, perioada de mediere se termină și m_N este media căutată.

În cazul *medierii exponențiale* se calculează o medie „mobilă" pe un interval de timp care se înnoiește cu fiecare nouă valoare x_k. În acest caz se calculează valoarea

$$m_k = m_{k-1} + \frac{x_k - m_{k-1}}{N}$$

în funcție de valoarea anterioară a mediei m_{k-1} și de cel mai nou eșantion x_k, valoarea lui k nefiind limitată la N.

La blocurile de mediere ale aparatelor moderne, dată fiind dificultatea de a împărți cu un număr întreg oarecare N, împărțirea se efectuează cu un număr egal cu o putere a lui 2. Algoritmul de calcul devine

$$m_k = m_{k-1} + \frac{x_k - m_{k-1}}{2^n}.$$

Inițial n este egal cu zero, apoi crește cu cîte o unitate imediat ce numărul eșantioanelor N ajunge egal cu 2^n. De exemplu, cînd N devine $64 = 2^6$, n crește de la 5 la 6. Valoarea finală a lui n este dată de constanta

de timp a etajului de mediere. După aceea, operația de mediere continuă cu această valoare a lui n.

Medierea prin recurență a semnalelor numerice s-ar asemăna cu medierea exponențial ponderată a semnalelor analogice dacă circuitul RC ar conține o capacitate a cărei valoare ar crește în timpul măsurării.

5.3.7. Aparate pentru măsurarea valorii medii pătratice sau a valorii eficace

Aceste aparate conțin (fig. 5.40) un bloc pentru ridicarea la pătrat a valorii instantanee a semnalului, un bloc pentru efectuarea operației de mediere (descris în paragraful 5.3.6) și un dispozitiv de citire, etalonat în funcție de mărimea cerută.



Fig. 5.40

Un etaj de ridicare la pătrat a semnalului $x(t)$ asigură o mărime de ieșire $y(t) = x^2(t)$. Aceasta se poate obține fie cu ajutorul unui multiplicator, fie cu ajutorul unui circuit cu caracteristică parabolică.

În practică, parabola se aproximează prin segmente de linie dreaptă (fig. 5.41*a*) și este realizată cu ajutorul unor circuite de tipul celui prezentat în figura 5.41*b*, format din punți cu diode [6].

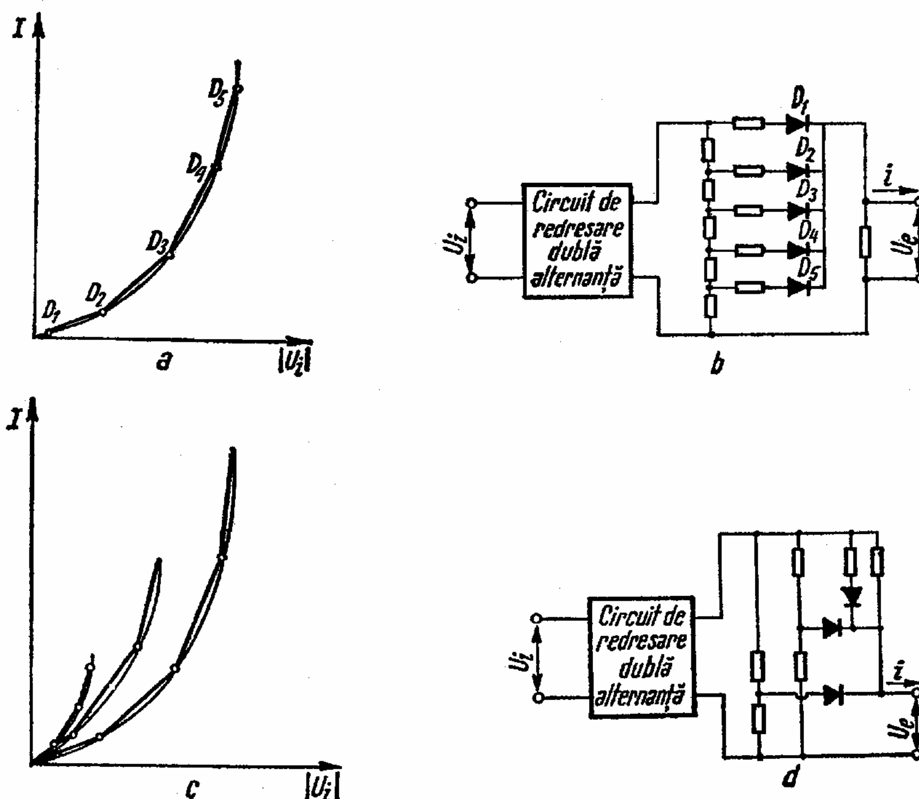


Fig. 5.41

Pe măsură ce tensiunea U_i crește, diodele încep, pe rînd, să conducă; punctele de variație bruscă a pantei caracteristicii corespund tensiunii pentru care fiecare diodă devine conducătoare. Fiecare punte are o caracteristică de funcționare liniară.

Atît tensiunea de „frîngere" cît și panta caracteristicii de funcționare, corespunzătoare fiecărei punți, se pot regla cu ajutorul rezistențelor din schemă.

Circuitul din figura 5.41b asigură realizarea unei singure caracteristici parabolice de răspuns, ceea ce ridică probleme în cazul în care semnalul de intrare este prea mare sau prea mic.

Din acest motiv, se preferă utilizarea caracteristicilor de forma unor fascicule de parabole (fig. 5.41 *c*), obținute cu ajutorul circuitelor cu reacție inversă, de tipul celui din figura 5.41*d*.

Fiecare parabolă (fig. 5.41 *c*) corespunde unui semnal de intrare cuprins între anumite limite indicate, în general, de firma constructoare.

În cazul măsurării valorii eficace, operația de extragere a rădăcinii pătrate nu necesită un etaj special al aparatului, ci se realizează prin gradarea convenabilă, neliniară, a scalei aparatului indicator.

Precizia de măsurare depinde evident de erorile fiecăruia dintre etajele componente.

Dacă în ce privește blocul de ridicare la pătrat trebuie asigurată o aproximare cît mai corectă a parabolei, pentru etajul de mediere trebuie asigurat un timp de integrare T cel puțin egal cu cel determinat din expresia erorii standard (v. tabela 2.4).

Pentru semnalele staționare, indicația voltmetrului se stabilizează după un timp egal cu de trei—patru ori constanta de timp a etajului de integrare RC, făcînd posibilă citirea valorii numerice căutate. Rezultă necesitatea de a avea realizări înregistrate pe durate de cîteva ori mai mari decît durata minimă de integrare T și decît constanta de timp a circuitului RC.

5.4. Aparate pentru analiza semnalelor

5.4.1. Corelatoare

Pentru obținerea funcției de corelație (definită în paragraful 2.3) trebuie efectuate următoarele operații:

— decalarea în timp a semnalului, prin care lui $x(t)$ îi corespunde $y(t - \tau)$;

— multiplicarea semnalelor $x(t)$ și $y(t - \tau)$;

— medierea produselor, adică, așa cum s-a arătat, integrarea pe durata (O, T) și împărțirea la T.

Realizarea acestor operații depinde de modul de prezentare al semnalelor — analogic sau numeric.

Schema de principiu a unui corelator este prezentată în figura 5.42. O descriere amănunțită a funcționării diferitelor tipuri de corelatoare se face în capitolul 12 al lucrării [7].

5.4.1.1. *Corelatoare punct cu punct.* Modul de lucru al corelatoarelor punct cu punct este următorul: se realizează decalajul de timp τ_k și se măsoară funcțiile $R_{xx}(\tau_k)$ sau $R_{xy}(\tau_k)$, apoi pentru τ_{k+1} se determină $R_{xx}(\tau_{k+1})$, respectiv $R_{xy}(\tau_{k+1})$ etc.

Realizarea luată în studiu este analizată în întregime pentru fiecare întîrziere τ_k, ceea ce impune existenţa unei înregistrări pe bandă magnetică a semnalului. Întîrzierea τ_k se poate realiza prin folosirea unui magnetofon cu distanţă reglabilă între capetele de citire a benzii [1].

Durata de analiză a unui semnal aleator depinde de eroarea standard acceptată pentru mărimea măsurată, aşa cum s-a arătat în paragraful 2.3.2.

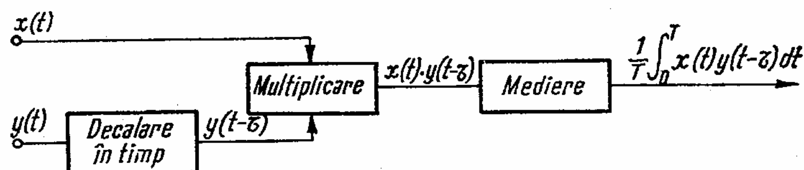


Fig. 5.42

Conform tabelei 2.4, eroarea standard a funcţiei de autocorelaţie, calculată în origine ($\tau = 0$) este

$$\varepsilon_0 = \varepsilon[R_{xx}(0)] = \frac{1}{\sqrt{BT}}. \tag{5.10}$$

Cunoscînd banda de frecvenţe B a semnalului supus corelării şi impunînd eroarea ε_0, se calculează durata T a realizării

$$T = \frac{1}{B\varepsilon_0^2}.$$

De exemplu, dacă $B = 20$ Hz şi $\varepsilon_0 = 5\%$ rezultă

$$T = \frac{1}{20 \times 0{,}05^2} = 20 \text{ s}.$$

Dacă funcţia de corelaţie se determină separat, pentru k valori distincte ale decalajului de timp τ, timpul de analiză va fi, proporţional, de k ori mai mare decît T.

Corelatoarele punct cu punct necesită un timp de lucru foarte lung, întrucît la timpul de analiză al celor n puncte considerate ale corelogramei se adaugă timpul necesar derulării înapoi a benzii magnetice şi reglării distanţei între capetele de citire.

Astăzi, corelatoarele punct cu punct nu se mai folosesc, ele prezentînd mai mult un interes istoric.

5.4.1.2. *Corelatoare automate în linie.* În cazul folosirii corelatoarelor automate, se obţin simultan cele n valori ale funcţiei de corelaţie

$$R_{xy}(0) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t)\,dt,$$

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t-\tau)\,dt,$$

$$R_{xy}(2\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t-2\tau)dt,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$R_{xy}(n\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t-n\tau)dt,$$

nemaifiind necesară reintroducerea semnalului în sistemul de analiză, pentru fiecare valoare a decalajului.

Corelatoarele automate lucrează cu semnale numerice.

În figura 5.43 se prezintă schematic modul de eşantionare a semnalelor şi ordinea de multiplicare. Fie T_e, perioada de eşantionare a semnalului $x(t)$; dacă n este numărul întîrzierilor $\tau = T_e$ pentru care se calculează funcţia de corelaţie, perioada de eşantionare a semnalului $y(t)$ este egală cu nT_e.

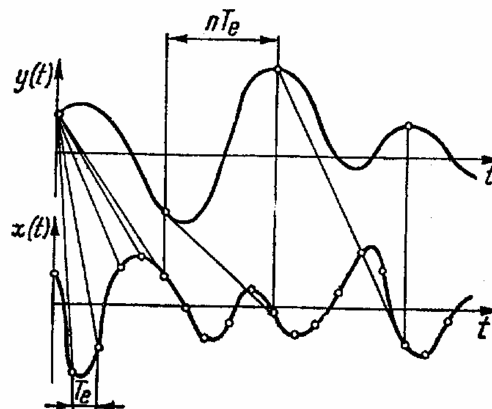


Fig. 5.43

Eşantionul $y(kT_e)$ este memorat într-un registru de calculator şi multiplicat succesiv cu n eşantioane ale semnalului $x(t)$

$$x(kT_e),\ x[(k+1)T_e],\ x[(k+2)T_e], \ldots$$
$$\ldots,\ x[(k+n-1)T_e].$$

Produsele obţinute sînt introduse în memorie, ordonate după mărimea întîrzierii

$x(kT_e) \cdot y(kT_e)$ . . . . întîrziere 0;

$x[(k+1)T_e] \cdot y(kT_e)$ . . . . . întîrziere T_e;

$x[(k+n-1)T_e] \cdot y(kT_e)$ . . . . întîrziere $(n-1)T_e$.

După terminarea acestor operaţii, se reia procedeul expus, cu eşantioanele $y(lT_e)$ şi respectiv $x(lT_e), x[(l+1)T_e], x[(l+2)T_e], \ldots x[(l+n-1)T_e]$.

Presupunînd că fiecare punct al funcţiei de corelaţie este calculat ca medie a N produse, secvenţa de calcul referitoare la efectuarea produselor şi aranjarea lor în memorie se reia de N ori. Lungimea realizării considerate este deci NnT_e.

Medierea produselor are loc pe măsura achiziţionării lor.

Se demonstrează [5] că, în cazul procedeului expus, eroarea standard în origine ($\tau = 0$) este

$$\varepsilon_0' = \sqrt{\frac{2nT_e}{nNT_e}} = \sqrt{\frac{2}{N}}, \qquad (5.11)$$

deci, odată cu creşterea numărului de produse mediate, eroarea estimării scade.

Lucrînd cu semnale analogice, eroarea standard în origine este dată de relaţia (5.10).

Dacă banda de frecvenţe a semnalului analizat este (O,B), conform teoremei eşantionării (v. § 5.3.5.1), perioada de eşantionare este:

$$T_e = \frac{1}{f_e} = \frac{1}{2\alpha B}, \quad \alpha \geq 1. \qquad (5.12)$$

Durata semnalului eşantionat supus analizei este

$$T' = nNT_e. \tag{5.13}$$

Introducînd (5.12) şi (5.13) în (5.11), se obţine

$$\varepsilon_0' = \frac{1}{\sqrt{BT'}}\sqrt{\frac{n}{\alpha}}. \tag{5.14}$$

Comparînd relaţiile (5.14) şi (5.10) se constată că, pentru aceeaşi durată a realizării luată în studiu ($T = T'$), eroarea obţinută în cazul folosirii corelatorului automat în linie este de $\sqrt{\frac{n}{\alpha}}$ ori mai mare decît în cazul corelării analogice, punct cu punct, a semnalului.

Pentru a obţine aceeaşi eroare standard în origine ($\varepsilon_0' = \varepsilon_0$) este necesar ca, în cazul corelării semnalelor eşantionate, lungimea realizării analizate să fie de $\sqrt{\frac{n}{\alpha}}$ ori mai mare decît în cazul corelării semnalelor analogice.

5.4.1.3. *Corelatoare automate în timp real.* Corelatoarele în timp real furnizează automat şi simultan, pe măsura desfăşurării fenomenului, n puncte ale funcţiei de corelaţie, pentru n întîrzieri diferite. Acest tip de corelatoare dau acelaşi volum de informaţii despre semnal ca şi n corelatoare „punct cu punct" care ar calcula fiecare funcţie de corelaţie corespunzătoare unei valori date a decalajului de timp.

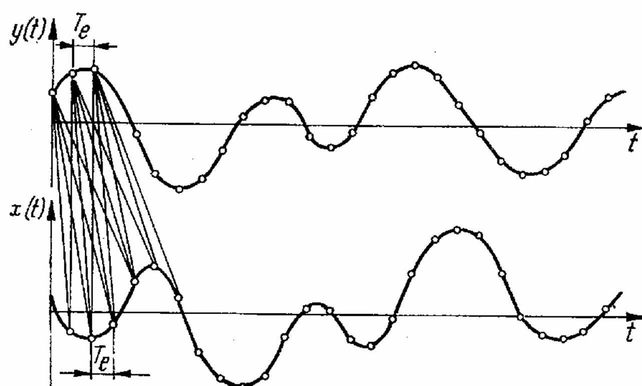


Fig. 5.44

În figura 5.44 se arată modul de eşantionare a semnalelor în vederea corelării în timp real; perioada de eşantionare $T_e = \tau$ este aceeaşi pentru ambele canale de intrare în etajul de multiplicare.

Operaţia de decalare în timp a semnalului, prin care lui $x(t)$ îi corespunde $x(t-\tau)$, se poate realiza cu uşurinţă numai pentru semnale exprimate numeric, în registre special concepute ale calculatoarelor numerice.

Dat fiind faptul că eroarea standard este invers proporţională cu produsul BT (T — timpul de integrare al produselor $x(t) \cdot x(t-\tau)$, B —

banda de frecvenţe a semnalului), în vederea obţinerii unei erori satisfăcătoare pentru semnalele de bandă îngustă ar fi necesar un timp de integrare prohibitiv, dacă s-ar folosi metode analogice.

Din acest motiv, pentru semnalele cu bandă îngustă de frecvenţă, se preferă integrarea sau medierea numerică.

Pentru semnalele cu bandă largă de frecvenţe, timpul de integrare analogică scade şi devin utilizabile filtrele „trece-jos".

5.4.2. Filtre de bandă

Filtrul „trece-bandă" este un circuit astfel proiectat încît să aproximeze cît mai bine răspunsul ideal reprezentat în figura 5.45 prin linie continuă. Componentele semnalului de intrare U_i, care au frecvenţe cuprinse între f_i şi f_s se regăsesc nealterate în semnalul de ieşire U_e, cele avînd frecvenţe în afara acestui interval fiind anulate complet (tăiate).

Răspunsul filtrelor realizabile practic are însă alura curbei întrerupte din figura 5.45. Ea se poate obţine prin suprapunerea curbelor de răspuns în frecvenţă a unui filtru trece-jos (fig. 5.28) şi a unui filtru trece-sus (fig. 5.31), deci prin legarea acestor filtre în serie. În banda de atenuare, panta caracteristicii unui astfel de filtru este de -20dB/decadă, fiind prea mică pentru necesităţile practice, unde se cer valori pînă la -120 dB/decadă [8].

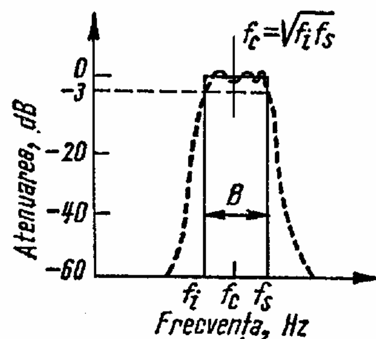


Fig. 5.45

În general se caută să se micşoreze variaţiile din banda de trecere şi să se obţină pante cît mai mari în banda de atenuare. Frecvenţele f_i şi f_s, la care atenuarea este 3 dB (puterea semnalului de ieşire este jumătate din valoarea medie în banda de trecere), se numesc *frecvenţe de tăiere*. Banda de trecere la -3 dB, $B = f_s - f_i$, se numeşte *lăţime de bandă* a filtrului. La unele filtre media geometrică $f_c = \sqrt{f_s f_i}$ a frecvenţelor de tăiere se numeşte *frecvenţă centrală*.

Se construiesc *filtre cu lăţime de bandă constantă*, la care $B =$ const. independent de frecvenţa centrală f_c pe care sînt acordate, şi *filtre cu lăţime de bandă procentuală constantă*, la care B este proporţională cu f_c.

5.4.2.1. *Filtre cu lăţime de bandă procentuală constantă.* Filtrele de octavă şi filtrele de o treime de octavă, utilizate la *sonometre* şi *spectrometre* fac parte din această categorie.

Octava este banda de frecvenţe ale cărei valori extreme sînt în raportul 2 :1. Benzile octavice recomandate de standarde (ex: ASA Standard S1.6—1960) sînt indicate în tabela 5.2 [9]. Se observă că

$$\frac{f_s}{f_i} = 10^{0,3} = 1,9952 \cong 2$$

deci, din punct de vedere practic, acestea sînt benzi octavice.

TABELA 5.2

Benzile octavice standardizate

f_i Hz	f_c Hz	f_s Hz	f_i Hz	f_c Hz	f_s Hz
1,41	2,0	2,82	178	250	355
2,82	4,0	5,63	355	500	709
5,63	8,0	11,2	709	1 000	1 410
11,2	16,0	22,4	1410	2 000	2 820
22,4	31,5	44,7	2820	4 000	5 630
44,7	63	89,2	5630	8 000	11 200
89,2	125	178	1 1200	16 000	22 400

TABELA 5.3

Benzile de 1/3 octavă standardizate

f_i Hz	f_c Hz	f_s Hz	f_i Hz	f_c Hz	f_s Hz
1,41	1,6	1,78	44,7	50	56,3
1,78	2,0	2,24	56,3	63	70,9
2,24	2,5	2,82	70,9	80	89,2
2,82	3,15	3,55	89,2	100	112
3,55	4,0	4,47	112,0	125	141
4,47	5,0	5,63	141	160	178
5,63	6,3	7,09	178	200	224
7,09	8,0	8,92	224	250	282
8,92	10,0	11,2	282	315	355
11,2	12,5	14,1	355	400	447
14,1	16,0	17,8	447	500	563
17,8	20,0	22,4	563	630	709
22,4	25,0	28,2	709	800	892
28,2	31,5	35,5	892	1 000	1 120
35,5	40,0	44,7	1 120	1 250	1 410

Frecvențele superioare recomandate (pînă la 20 000 Hz) se obțin prin înmulțire succesivă cu 1 000

TABELA 5.4

Caracteristicile spectrale ale funcțiilor de ponderare

Funcția de ponderare	Banda de trecere la - 3dB	Banda de trecere efectivă	Nivelul celui mai înalt lob lateral [dB]	Panta înfășurătoarei loburilor laterale [dB/octavă]
DREPTUNGHI ($w(t)$; $T=1/\beta$; t)	$0,85\beta$	1β	−13	6
TRIUNGHI ($w(t)$; t)	$1,25\beta$	$1,35\beta$	−26	12
COSINUS ($w(t)$; t)	$1,17\beta$	$1,26\beta$	−23	12
$(COSINUS)^2$ = HANNING ($w(t)$; t)	$1,4\beta$	$1,5\beta$	−32	18
$(COSINUS)^3$ ($w(t)$; t)	$1,61\beta$	$1,73\beta$	−39	24
$(COSINUS)^4$ ($w(t)$; t)	$1,88\beta$	$1,9\beta$	−48	30
HAMMING = $(COSINUS)^2$+ 8% DREPTUNGHI ($w(t)$; 8%; t)	$1,3\beta$	$1,36\beta$	−42	6 dB/octavă peste 5β
TRIPLET = $(COSINUS)^2$x EXPONENȚIALA ($w_1(t)$; t; $w_2(t)$; $T=1/\beta$; t)	$1,5\beta$	$1,6\beta$	nu există	18

$T = 1/\beta$ = lungimea funcției de ponderare

Deoarece

$$\frac{B}{f_c} = \frac{f_s - f_i}{\sqrt{f_s f_i}} = \frac{2f_i - f_i}{\sqrt{2f_i^2}} = \frac{f_i}{f_i\sqrt{2}} = 0{,}707, \tag{5.15}$$

rezultă $B = 0{,}707 f_c$, deci filtrele de octavă au o lăţime de 70,7%, fiind filtre cu lăţime de bandă procentuală constantă.

Practica a arătat că benzile octavice sînt adecvate pentru specificarea nivelului zgomotelor, dar sînt prea late pentru o analiză detaliată a surselor individuale de zgomot dintr-o maşină.

S-a recurs la divizarea spectrului în benzi de 1/3 octavă, adică benzi ale căror frecvenţe de tăiere sînt în raportul $2^{1/3} : 1 = 1{,}2599$. Benzile de 1/3 octavă recomandate de standarde (ANSI S1—1966, IEC 225—1966, DIN 45652) sînt indicate în tabela 5.3 [9]. Ele au fost astfel proiectate încît într-o bandă $\frac{f_s}{f_i} = 10^{0,1}$ iar raportul frecvenţelor centrale corespunzătoare la două benzi succesive să fie tot $10^{0,1}$.

Deoarece valoarea $\frac{f_s}{f_i} = 10^{0,1} = 1{,}2589$ este foarte apropiată de $2^{1/3} = 1{,}2599$, din punct de vedere practic ele pot fi considerate benzi de 1/3 octavă.

Deoarece teoretic

$$\frac{B}{f_c} = \frac{f_s - f_i}{\sqrt{f_s f_i}} = \frac{f_i(2^{1/3} - 1)}{f_i\sqrt{2^{1/3}}} = \frac{0{,}26}{2^{1/6}} = 0{,}231 \tag{5.16}$$

rezultă $B = 0{,}231 f_c$, deci filtrele de 1/3 octavă au o lăţime de 23,1%, fiind filtre cu lăţime de bandă procentuală constantă.

Se mai utilizează şi filtre de 1/10 octavă (8%), precum şi filtre de 5%, 3% sau chiar 1%. Acestea din urmă se realizează prin legarea în serie a două filtre Butterworth cu un pol. De obicei filtrele cu $f_c > 200$ Hz sînt filtre *LC* pasive, iar cele cu $f_c < 200$ Hz sînt filtre *RC* active.

Deoarece lăţimea de bandă B este proporţională cu frecvenţa centrală f_c, rezultă că cu cît filtrul este acordat pe o frecvenţă mai înaltă, cu atît lăţimea de bandă este mai mare, deci rezoluţia în măsurările la frecvenţe înalte scade. În figura 5.46 [10] se observă că un filtru de 1/3 octavă are $B = 46$ Hz cînd $f_c = 200$ Hz, respectiv $B = 184$ Hz cînd $f_c = 800$ Hz.

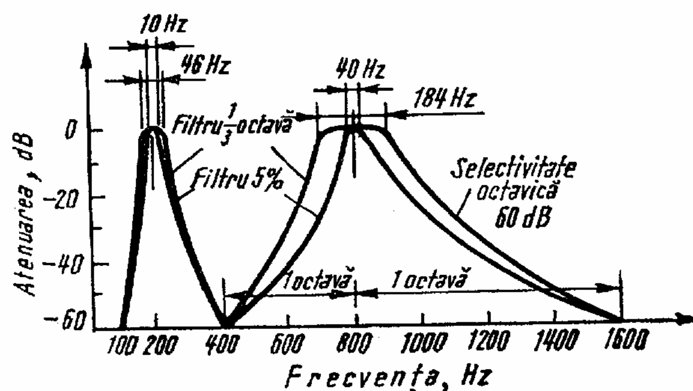


Fig. 5.46

Caracteristicile de atenuare ale filtrelor cu lățime de bandă procentuală constantă se definesc prin *selectivitatea octavică*, egală cu atenuarea la o octavă de frecvența centrală a filtrului. Astfel, un filtru de 5% (construit de firma Spectral Dynamics Corp.) are o selectivitate octavică de 60 dB (fig. 5.46). Acordat pe frecvența de 800 Hz acesta are o lățime de bandă de 40 Hz la — 3 dB și de 1 200 Hz la —60 dB [10]. *Factorul de formă* al acestui filtru (raportul între lățimea benzii de trecere la — 60 dB și cea la —3dB) este 30 : 1. Un filtru cu o valoare mare a factorului de formă nu este adecvat pentru o analiză spectrală detaliată.

5.4.2.2. *Filtre cu lățime de bandă constantă.* Aceste filtre se întîlnesc în aparate denumite *analizoare de undă* sau *analizoare heterodină* și au lățimi de bandă de 3, 10, 50, 100 și 1 000 Hz, care nu variază cu frecvența centrală pe care sînt acordate. Din acest motiv ele dau o rezoluție mai bună în măsurările la frecvențe înalte.

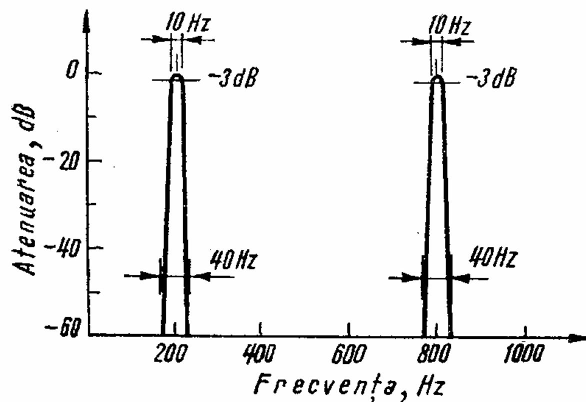


Fig 5.47

Caracteristicile de atenuare ale acestor filtre se dau prin *factorul de formă* definit mai sus. În figura 5.47 [10] se arată caracteristica unui filtru cu factor de formă 4 :1.

5.4.2.3. *Timpul de răspuns al filtrelor.* La analiza semnalelor deterministe continue, viteza de baleiaj este determinată de *timpul de răspuns al filtrului* T_R care este dat aproximativ de relația

$$T_R \cong \frac{1}{B} \text{ [s]},$$

unde B este lățimea benzii de trecere.

În figura 5.48 se arată răspunsul unui filtru de 1/3 octavă tip Butterworth cu 6 poli, la un semnal de intrare sinusoidal, de frecvență egală cu frecvența centrală a filtrului f_c [11].

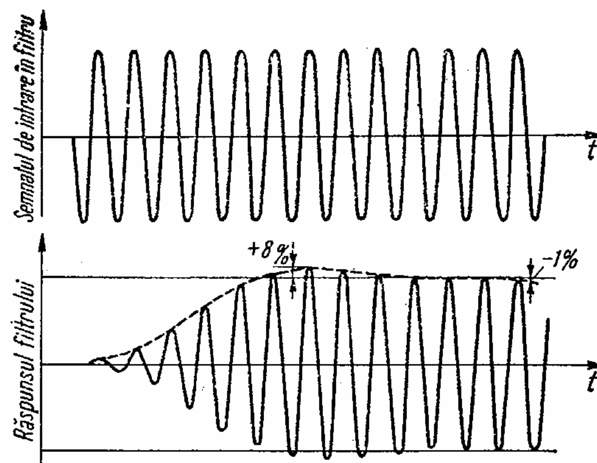


Fig. 5.48

Se observă că la cinci perioade ($t = 5/f_c$) după inițierea semnalului sinusoidal, amplitudinea răspunsului diferă doar cu 8% (0,67 dB) față de nivelul staționar, care este atins atins după 10 perioade cu eroare de ±1%.

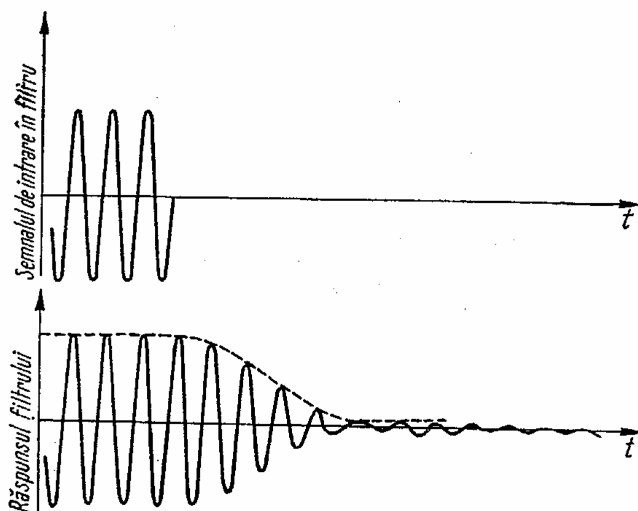


Fig. 5.49

În figura 5.49 se arată răspunsul aceluiași filtru la un semnal sinusoidal anulat brusc.

Se poate considera deci că timpul de răspuns al filtrului este

$$T_R = \frac{5}{f_c}.$$

Deoarece pentru filtrul de 1/3 octavă $B = 0{,}231 f_c$, rezultă

$$T_R = \frac{5 \times 0{,}231}{B} = \frac{1{,}155}{B} \cong \frac{1}{B}.$$

5.4.3. Analizoare spectrale

5.4.3.1. *Analizoare de zgomote.* Primele aparate folosite în filtrarea selectivă au fost *analizoarele de zgomote* cu filtre de octavă (70,7 %) și filtre de 1/3 octavă (23,1%). Fiecare filtru este acordat pe o frecvență centrală diferită, pentru a se acoperi întreg domeniul de frecvențe studiat. Semnalul de ieșire al fiecărui filtru conține doar acele componente ale semnalului de intrare ale căror frecvențe corespund benzii de trecere a filtrului. Filtrele sînt astfel proiectate încît limita superioară a unei benzi de frecvențe să coincidă cu limita inferioară a benzii următoare (fig. 5.50). Prin comutarea succesivă a filtrelor la un detector, se obține un „spectru de benzi" al semnalului analizat. Analizoarele de frecvență tip 2113 și 2114 ale firmei Brüel & Kjaer intră în această categorie.

De asemenea, *sonometrele* moderne sînt echipate cu seturi de filtre de octavă sau 1/3 octavă, ale căror frecvențe centrale corespund valorilor din tabelele 5.2 și 5.3. Astfel, setul de filtre octavice tip 1613 Brüel &

Kjaer conţine 11 filtre pasive, cu frecvenţe centrale între 31,5 Hz şi 31,5 kHz, iar setul de filtre de 1/3 octavă tip 1616 Brüel & Kjaer conţine 34 filtre active, cu frecvenţe centrale între 20 Hz şi 40 kHz. În aceeaşi categorie

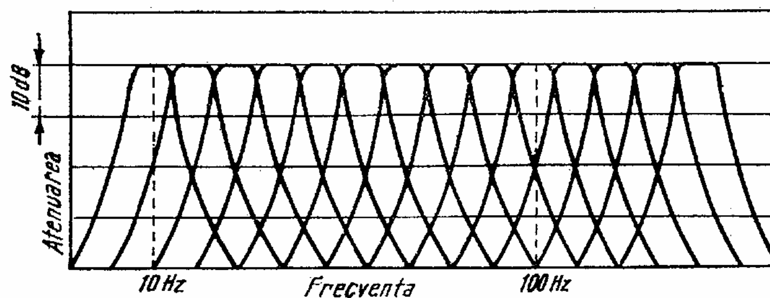


Fig. 5.50

intră analizoarele de zgomote tip 155A (benzi octavice) şi 1564 A (1/3 octavă) ale firmei General Radio, şi analizorul TOA 101 (1/3 octavă), fabricat de VEB RFT Messelektronik „Otto Schön" din Dresda.

5.4.3.2. *Analizoare cu filtru reglabil.* Pentru a obţine spectre continue (spre deosebire de spectrele de benzi, cu variaţie „în trepte") se folosesc analizoare cu un singur *filtru reglabil*, cu care se acoperă întregul domeniu al frecvenţelor de lucru. Astfel, analizorul tip 2121 Brüel & Kjaer conţine un filtru *RC* activ acordabil continuu, care lucrează cu benzi de trecere selectabile de 1%, 3%, 10% şi 1/3 octavă. Filtrul acordabil trece-bandă tip 1621 Brüel & Kjaer, de tip Butterworth cu un pol, are benzi de 3% şi 23% (1/3 octavă), acoperind domeniul de frecvenţe între 0,2 Hz şi 20 kHz. Cu cît filtrul are banda de trecere mai îngustă, cu atît rezoluţia în frecvenţă este mai bună.

5.4.3.3. *Analizoare heterodină.* O detaliere mai bună a porţiunii de frecvenţe înalte a spectrului de frecveuţe se obţine folosind un singur filtru cu lăţime de bandă constantă, în cadrul unui analizor acordabil continuu, denumit *analizor de undă* sau *analizor heterodină*, care funcţionează conform schemei din figura 5.51.

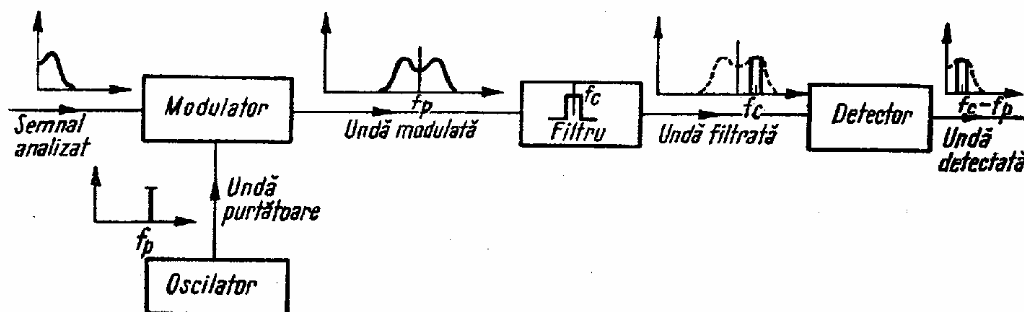


Fig. 5.51

Semnalul analizat modulează în amplitudine o undă purtătoare sinusoidală, produsă de un oscilator local. Spectrul undei modulate este centrat pe frecvenţa oscilatorului, iar informaţia este conţinută în „benzile laterale". Frecvenţa f_p se alege astfel încît filtrul cu f_c = const. să fie

acordat pe o frecvenţă dintr-o bandă laterală. Semnalul filtrat este apoi detectat, rămînînd doar componenta de joasă frecvenţă căutată.

Variind — manual sau automat — frecvenţa undei purtătoare, se face o „translaţie" în frecvenţă a spectrului, filtrul cu frecvenţa centrală constantă selectînd mereu alte componente ale semnalului analizat. Astfel, un întreg domeniu de frecvenţe poate fi explorat cu un singur filtru (acordat pe o frecvenţă fixă) doar prin variaţia frecvenţei oscilatorului.

Pe acest principiu funcţionează analizoarele tip 2010 Brüel & Kjaer, tip 1 900—A General Radio şi tip 302 A Hewlett-Packard.

5.4.3.4. *Filtre sincrone.* În analizoarele dinamice se folosesc *filtre urmăritoare* (sincrone) [12] iar variaţia frecvenţei oscilatorului local este comandată de un semnal exterior. Schema de funcţionare este dată în figura 5.52. Astfel, de exemplu, pentru măsurarea componentei de 50 Hz

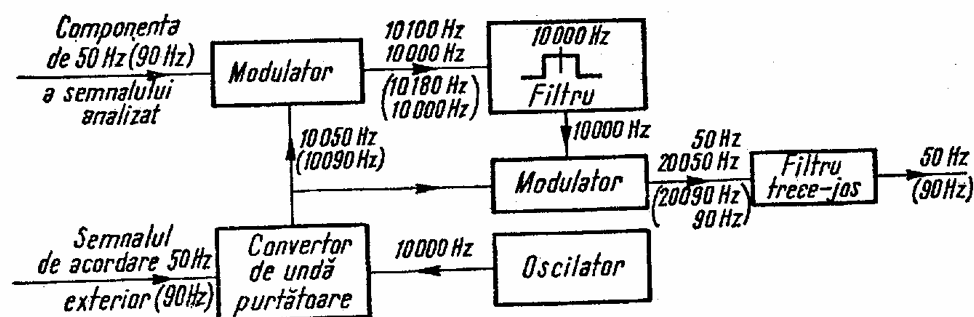


Fig. 5.52

din semnalul analizat, se acordează analizorul pe această frecvenţă printr-un semnal exterior de 50 Hz aplicat la a doua intrare. Semnalul de 10 000 Hz dat de oscilatorul local (avînd frecvenţa egală cu frecvenţa centrală a filtrului) este mixat cu semnalul de acordare, rezultînd o undă purtătoare de 10 050 Hz. Aceasta este modulată în amplitudine de semnalul analizat. Componenta de 50 Hz produce două frecvenţe laterale de 10 100 Hz şi 10 000 Hz, dintre care doar cea de 10 000 Hz trece prin filtru. Aceasta este multiplicată cu unda purtătoare de 10050 Hz, rezultînd frecvenţe laterale de 20050 Hz şi 50 Hz. Filtrul trece-jos elimină frecvenţa laterală superioară, lăsînd doar componenta căutată de 50 Hz. Analiza unei componente de 90 Hz este ilustrată prin valorile date în paranteze.

În general se face distincţie între *filtre urmăritoare* sau *trasoare* (tracking filters) şi filtre aservite (slave filters) [13].

Un filtru care se acordează pe o anumită frecvenţă, corespunzătoare unei anumite componente spectrale de interes şi urmăreşte variaţiile ei, datorită variaţiei parametrilor structurii studiate, se numeşte *filtru urmăritor*.

Un filtru care este acordat din exterior pentru un parametru cunoscut, proporţional cu frecvenţa de interes, se numeşte *filtru aservit.*

Exemple în acest sens sînt filtrele urmăritoare SD 101 A — Spectral Dynamics şi tip 1623 Brüel & Kjaer, precum şi filtrele aservite tip 2020 şi 2021 Brüel & Kjaer.

5.4.3.5. *Analizoare rapide în timp nereal.* Sub această denumire se fabrică analizoare la care vizualizarea nu se face cu ajutorul unui voltmetru, ci pe ecranul cu remanenţă al unui osciloscop catodic.

Dacă se folosesc filtre de 1/3 octavă, acestea sînt cuplate secvențial foarte rapid și repetat, iar ieșirea detectorului fiecărui filtru este introdusă pe un „canal" al osciloscopului, pe ecranul căruia apare un spectru de benzi. Viteza mare de baleiaj a spectrului face impresia unei analize în timp real. Totuși, semnalul este aplicat consecutiv fiecărui filtru (nu la toate filtrele deodată), deci analiza este în „timp nereal", dar remanența ecranului și viteza mare de lucru permit observarea simultană a nivelului în toate benzile de frecvențe. Aceasta facilitează analiza semnalelor nestaționare.

Dacă funcționarea analizorului se bazează pe principiul heterodinei, se obțin spectre continue, prin baleiajul rapid și repetat al frecvenței oscilatorului de acordare.

5.4.3.6. *Analizoare spectrale în timp real.* În general, dacă rezultatele unei analize (spectrale) pot fi prezentate cu aceeași viteză cu care sînt primite datele analogice, se spune că aceasta se face în *timp real.* Analiza spectrală în timp real realizează prelucrarea în timp minim a întregii cantități de informație conținute în semnalul analogic analizat.

Ținînd cont de faptul că timpul de răspuns al unui filtru, avînd banda de trecere B, este $\frac{1}{B}$, se consideră că o analiză se face în timp real dacă datele sînt astfel prelucrate încît întreg spectrul se obține în numai $\frac{1}{B}$ secunde. Acesta este cel mai scurt timp posibil în care poate fi „format" spectrul. Analizorul în timp real produce un spectru compus din N linii spectrale. Din acest motiv N se numește și *număr de canale.*

Pentru analiza secvențială (bandă după bandă) a celor N linii (canale) ale spectrului, ar fi necesar un timp minim egal cu de N ori timpul de răspuns $\frac{1}{B}$ al unui filtru cu lățimea de bandă B.

Pentru a micșora de N ori timpul de lucru al analizoarelor se pot utiliza următoarele metode:

a) folosirea a N filtre în paralel, astfel ca măsurarea în cele N canale să se facă simultan, în timpul minim $\frac{1}{B}$;

b) comprimarea de N ori a duratei semnalului analizat și analizarea spectrului cu un filtru avînd banda de trecere NB [Hz];

c) prelucrarea numerică a datelor, pe calculatoare numerice de mare viteză.

Un aspect semnificativ este legat și de durata de observare a semnalului. În cazul analizei secvențiale, fiecare din cele N canale lucrează doar $\frac{1}{N}$ din timpul t. Într-un baleiaj liniar de frecvență, se prelucrează doar $\frac{100}{N}$ [%] din informația corespunzătoare fiecărui canal, restul de $\frac{N-1}{N}100$[%] pierzîndu-se.

Într-un analizor secvențial cu 500 canale s-ar pierde deci $\frac{499}{500}\cdot 100\%$ din informație și numai 0,2% ar fi prelucrată.

Analiza în timp real permite prelucrarea integrală a informaţiilor cuprinse în semnal.

a) *Analizoare analogice (cu filtre în paralel)*. Acestea au pe fiecare canal un filtru distinct, urmat de propriul etaj de detecţie. Filtrele lucrează continuu şi în paralel. Ele primesc simultan întregul semnal analizat. Lăţimea de bandă a fiecărui canal este determinată de lăţimea de bandă a filtrului respectiv.

Analizoarele analogice sînt recomandate pentru măsurări de spectre în benzi octavice sau de 1/3 octavă, unde pînă la 40 filtre sînt suficiente pentru a acoperi domeniul de frecvenţe analizat.

Aparate de acest tip sînt analizoarele tip 3347 al firmei Brüel & Kjaer şi tip 1921 al firmei General Radio.

b) Analizoare hibride (cu compresie numerică a timpului). Schema de principiu a unui astfel de analizor este reprezentată în figura 5.53.

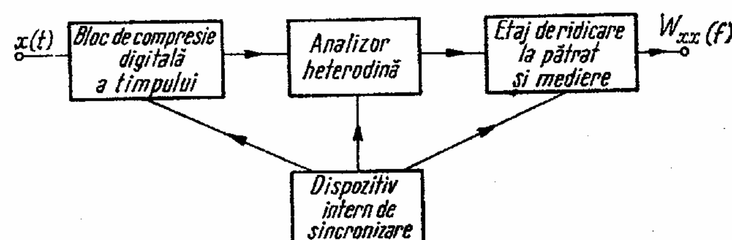


Fig. 5.53

În blocurile de compresie a timpului, semnalul analogic este convertit în impulsuri binare şi aplicat unei memorii numerice recirculative cu care se realizează factori de compresie în timp k de valori foarte mari (pînă la 500 000). Prin aceasta se obţine replica dilatată în frecvenţă a semnalului analizat, care este prelucrată într-un analizor heterodină, avînd lăţimea de bandă mare, ceea ce micşorează considerabil timpul de analiză.

Pentru analizoarele cu compresie numerică a timpului, numărul de canale N este egal cu 400 ... 500.

În figura 5.54 se prezintă componenţa blocului de compresie numerică a timpului.

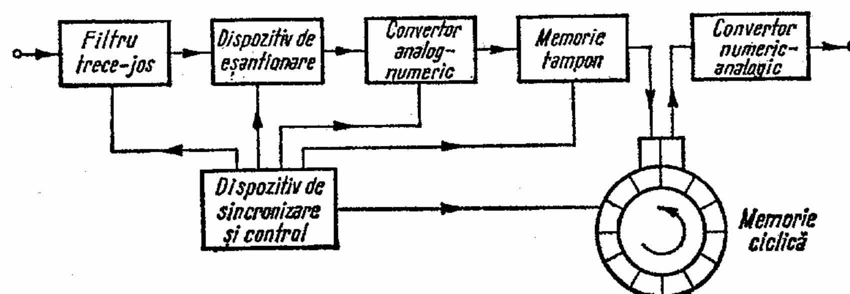


Fig. 5.54

Semnalul de intrare (analogic), eşantionat la intervale de timp T_e (cu frecvenţa f_e) şi convertit în numere digitale („cuvinte") este introdus într-o memorie tampon iar de aici într-o memorie de recirculare, capabilă

să cicleze sute de „cuvinte" cu o viteză foarte mare. Perioada de ciclare a memoriei T_M[s] este o constantă a analizorului (la aparatele din comerț $T_M = 100$ μs). Frecvența de ciclare este

$$f_M = \frac{1}{T_M} \text{ [Hz]}.$$

După cum se arată schematic în figura 5.55, referitor la funcționarea memoriei de recirculare, la început, cuvîntul corespunzător primului eșantion este încărcat în memorie, unde este ciclat (rotit) de $n = \frac{f_M}{f_e} = \frac{T_e}{T_M}$ ori, după care este cules al doilea eșantion și al doilea „cuvînt" este încărcat în memorie, imediat după primul. Procesul continuă pînă ce în memorie se introduc toate cuvintele corespunzătoare segmentului de durată T[s] al semnalului analizat.

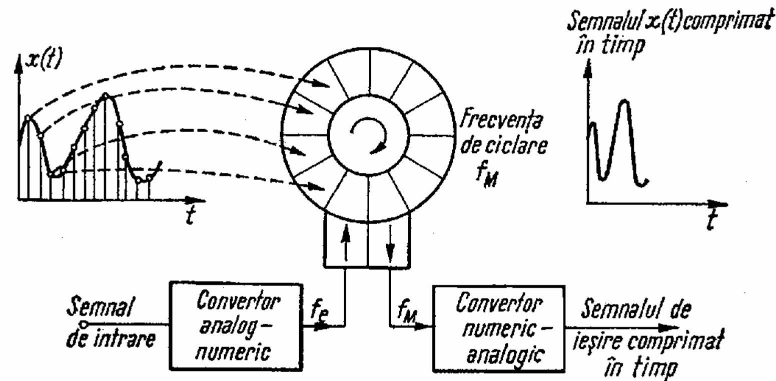


Fig. 5.55

După umplerea memoriei, primul „cuvînt" înmagazinat este descărcat și un nou cuvînt îi ia locul. Reîmprospătarea memoriei ciclice se face la fiecare n cicluri, prin memoria tampon comandată de dispozitivul central de sincronizare.

În cazul analizei semnalelor tranzitorii, se poate face ca memoria ciclică să rețină doar un segment al semnalului, fără să mai primească noi eșantioane.

Dacă se notează prin f_N — frecvența maximă a semnalului analizat, T — durata acestuia și N — numărul de canale ale analizorului, se poate scrie relația

$$T = \frac{N}{f_N}. \qquad (5.17,\ a)$$

Capacitatea totală a memoriei fiind de M cuvinte, deoarece la fiecare T_e secunde intră un cuvînt în memorie, înseamnă că conținutul ei corespunde unui segment de semnal analogic de durată

$$T = MT_e = \frac{M}{f_e}. \qquad (5.17,\ b)$$

Din relaţiile (5.17) rezultă *capacitatea memoriei numerice*

$$M = \frac{f_e}{f_N} N, \qquad [\text{cuvinte}]. \qquad (5.18)$$

Factorul de compresie k este egal cu raportul între vitezele de ieşire şi de intrare a cuvintelor în memorie.

Dacă cele M cuvinte sînt ciclate odată la fiecare T_M secunde, deci de f_M ori într-o secundă, viteza de recirculare este de $M \cdot f_M$ cuvinte/secundă, totdeauna aceeaşi, indiferent de domeniul de frecvenţe analizat (M şi T_M sînt constante ale analizorului).

Convertorul numeric-analogic citeşte fiecare cuvînt la fiecare ciclu al memoriei, deci viteza de ieşire a „cuvintelor" din memorie este Mf_M.

Intrarea cuvintelor în memorie se face într-un ritm de un cuvînt la fiecare T_e secunde, deci cu o viteză de $\frac{1}{T_e} = f_e$ cuvinte/secundă.

Rezultă de mai sus factorul de compresie

$$k = \frac{Mf_M}{f_e} = MT_e f_M = Tf_M = \frac{T}{T_M}.$$

Pe baza relaţiei (5.18) se poate deduce

$$k = \frac{Nf_M}{f_N},$$

deci limita superioară a domeniului de frecvenţe al semnalului reconstituit este $N \cdot f_M$, totdeauna aceeaşi. Acesta simplifică mult construcţia analizorului heterodină.

Pentru a produce N linii spectrale, se poate folosi un filtru a cărui bandă de trecere să fie $\frac{1}{N}(N \cdot f_M) = f_M [Hz]$. Deoarece timpul de răspuns al acestui filtru este aproximativ $T_M = \frac{1}{f_M}$, fiecare linie spectrală se obţine în T_M secunde, deci întreg spectrul – în NT_M secunde.

La analizoarele moderne $NT_M = 500 \times 10^{-4} = 0{,}05$ s, deci spectrul complet va putea fi vizualizat de $\frac{1}{NT_M} = \frac{1}{0{,}05} = 20$ ori pe secundă, ceea ce face ca ochiul operatorului să-l perceapă ca şi cum ar fi continuu.

Deoarece la fiecare T_e secunde conţinutul memoriei se reîmprospătează, în cazul semnalelor nestaţionare spectrul apare de $\frac{T_e}{NT_M}$ ori, după care se modifică.

Rezultatele în cele N canale apar deci secvenţial, în $NT_M = 50$ ms. *In măsura în care* $NT_M < \frac{1}{B}$ *se obţine o analiză în timp real.*

Oscilatorul analizorului heterodină, comandat tot de dispozitivul central de sincronizare, produce un semnal sinusoidal a cărui frecvenţă

este baleiată într-un domeniu $f_2 - f_1 = \Delta f = Nf_M$[Hz] în NT_M secunde (odată la N cicluri ale memoriei). Acest semnal este multiplicat cu semnalul de ieşire din blocul de compresie a timpului şi trecut prin filtrul de bandă centrat, de exemplu, pe frecvenţa f_1. Reconstituirea spectrului iniţial se face ca la analizorul heterodină convenţional.

Trebuie subliniat, totuşi, că deşi poate furniza rezultatele unei analize în 50 ms, analizorul în timp real nu poate analiza un semnal în 50 ms. Aceasta deoarece timpul de colectare a datelor, egal cu timpul necesar pentru a încărca complet memoria, este $\frac{1}{B}$ şi evident, memoria trebuie mai întîi completată înainte de a se obţine un rezultat corect.

Dintre analizoarele cu compresie numerică a timpului existente în comerţ se pot menţiona : Analizorul tip 3348 al firmei Brüel & Kjaer (cu 400 canale), analizoarele spectrale „Ubiquitous" Model UA—500 A şi „Mini-Ubiquitous" Model 440 A ale firmei Federal Scientific-Nicolet Ltd. şi analizorul „Spectrascope" SD 330 A al firmei Spectral Dynamics Corp. (cu 500 canale). În tabela 5.5. se dau cîteva din caracteristicile analizorului 3348 Brüel & Kjaer, pentru a ilustra variaţia parametrilor de lucru cu domeniul frecvenţelor de interes.

TABELA 5.5

Caracteristicile analizorului 3348 Brüel & Kjaer, în funcţie de domeniul de frecvenţe analizat

Domeniul de frecvenţe analizat $0-f_N$ [Hz]	Lungimea segmentului de date analizat T [s]	Rezoluţia în frecvenţă B [Hz]	Lăţimea de bandă la −3dB 1,5 B [Hz]	Factorul de compresie k
0—10	40	0,025	0,0375	400 000
0—20	20	0,050	0,0750	200 000
0—50	8	0,125	0,1875	80 000
0—100	4	0,250	0,3750	40 000
0—200	2	0,50	0,750	20 000
0—500	0,8	1,25	1,875	8 000
0—1000	0,4	2,5	3,75	4 000
0—2000	0,2	5,0	7,50	2 000
0—5000	0,08	12,5	18,75	800
0—10000	0,04	25,0	37,5	400
0—20000	0,02	50,0	75,0	200

M=1200 cuvinte, N=400 canale

c) ***Multiplicatoare de ponderare.*** Spre deosebire de analizorul heterodină convenţional, care analizează un semnal a cărui durată poate fi considerată infinită, analizorul cu compresie numerică a timpului prelucrează un segment finit din semnalul analogic, corespunzător capacităţii finite a memoriei numerice. Acesta este aplicat continuu şi repetat la intrarea blocului de analiză în frecvenţă, realizîndu-se astfel o unire a capetelor segmentului (fig. 5.56 *a*) şi deci o discontinuitate în punctul de tranziţie.

În vederea evitării acestei discontinuități, în componența analizorului cu compresie numerică a timpului se introduce un etaj de ponderare. Acesta trebuie să realizeze o atenuare a semnalului la capetele înregistrării, adică $x(0) = x(T)$, unde T este durata înregistrării (fig. 5.56 *b*).

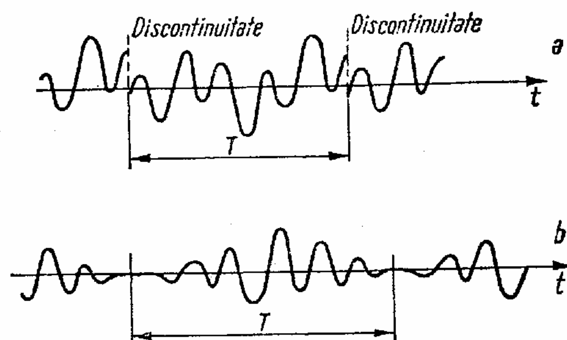


Fig. 5.56

Cunoscînd desfășurarea în timp a semnalului $x(t)$, se poate considera că prelevarea unei realizări de durată T se obține înmulțind, în domeniul timpului, semnalul $x(t)$ cu o funcție $w(t)$, de lungime T (fig. 5.57). Aceasta este de fapt o modulare în amplitudine aplicată semnalului, înainte de orice fel de prelucrare.

În literatură $w(t)$ se numește *funcție fereastră* sau *funcție de ponderare*.

Una din funcțiile de ponderare, cel mai des folosită, este fereastra Hanning al cărui efect asupra semnalului este prezentat în figura 5.58.

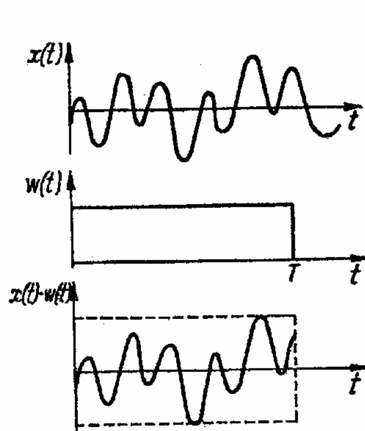


Fig. 5.57

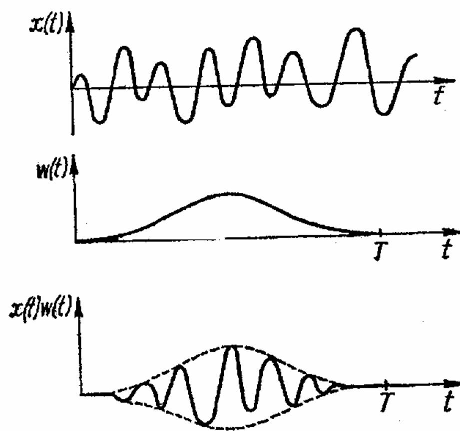


Fig. 5.58

Pentru a studia efectul funcției fereastră, asupra rezultatelor obținute în urma analizei în frecvență a semnalelor, se consideră spectrul de amplitudini al unui semnal sinusoidal, de frecvență f_1, ponderat cu o funcție rectangulară (fig. 5.59). Pe desen este notată, în funcție de $\beta = \frac{1}{T}$, lățimea benzii de trecere pentru o atenuare de -3dB, egală cu $0{,}85\beta$.

Se observă apariția loburilor laterale, avînd nivele importante, ceea ce produce înrăutățirea selectivității în frecvență (capacitatea unui analizor de a separa componente spectrale de amplitudini diferite și frecvențe apropiate).

Pentru comparaţie, în figura 5.60 se redă spectrul amplitudinilor pentru acelaşi semnal sinusoidal ponderat cu o funcţie Hanning.

Funcţiile de ponderare de tipul celor prezentate în tabela 5.4 prezintă loburi laterale mult mai reduse, sau atenuate complet.

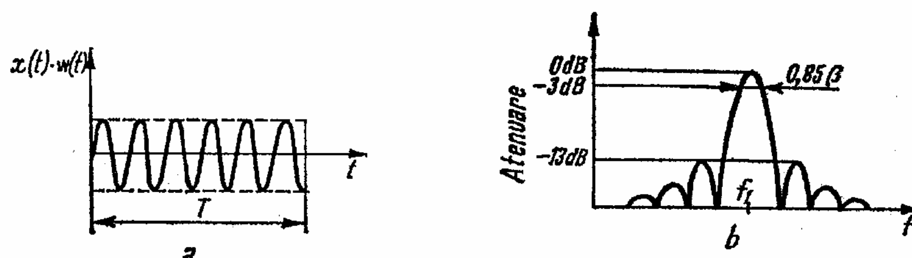


Fig. 5.59

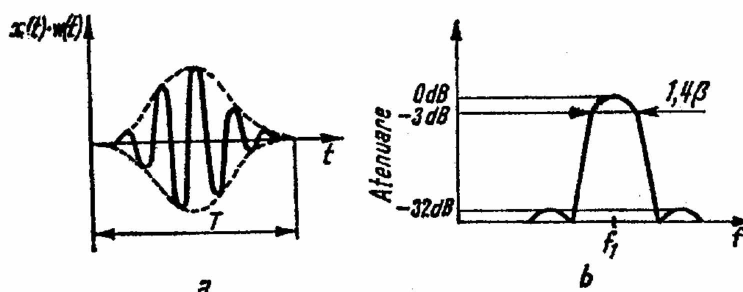


Fig. 5.60

Se observă că reducerea loburilor laterale, care duce la îmbunătăţirea selectivităţii, este însoţită de mărirea considerabilă a benzii de trecere la —3 dB, deci la micşorarea rezoluţiei în frecvenţă. Rezoluţia în frecvenţă se referă la separarea componentelor de amplitudini egale şi frecvenţe diferite.

La descrierea filtrelor de ponderare este util să se specifice nivelul celui mai înalt lob lateral, precum şi panta înfăşurătoarei loburilor laterale.

În figura 5.61 se compară spectrele cîtorva funcţii de ponderare, cu spectrul funcţiei de tip Gauss, care nu conţine loburi laterale [11].

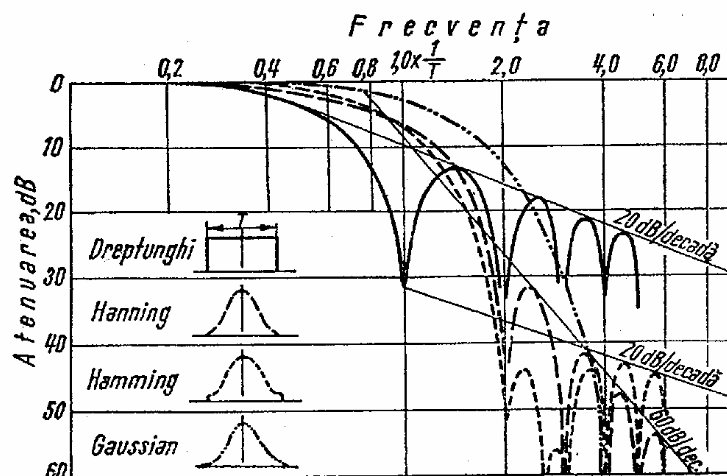


Fig. 5.61

d) *Analizoare numerice.* Acestea folosesc un „calculator" cu ajutorul căruia efectuează fie transformata Fourier rapidă, fie transformata Fourier discretă a semnalului analizat.

Întrucît, din punct de vedere matematic, transformata Fourier a semnalului pe intervalul (O, T) implică realizarea condiției $x(0) = x(T)$, în componența acestor analizoare trebuie să existe un etaj de ponderare.

Construcții de acest tip sînt „Fast Fourier Processor" T/D 90 A al firmei Time Data (GR), analizorul F.F.T. „Omniferous" – Model OF – 400A al firmei Nicolet Scientific Corp. cu 800 de linii, „Digital Signal Processor" SD 360 al firmei Spectral Dynamics, cu 512 linii și analizorul HP Model 5450 A al firmei Hewlett-Packard.

Analizoarele spectrale în timp real se utilizează împreună cu aparate speciale pentru vizualizarea și/sau înregistrarea variației în timp (sau cu turația) a spectrelor de frecvență. Se fabrică aparate pentru obținerea unor diagrame tridimensionale de tip diagramă Campbell sau diagramă în formă de cascadă [20].

5.4.4. Analizoare de spectru de șoc

Pentru determinarea spectrului de șoc al unui impuls (sau semnal tranzitoriu de scurtă durată) se folosește un analizor compus din mai multe circuite rezonante *RLC* (avînd frecvențe proprii diferite și amortizare reglabilă), conectate la circuite detectoare speciale, care înregistrează doar valoarea maximă a semnalului primit. Prin reprezentarea acestor răspunsuri maxime în funcție de frecvență, se obține *spectrul de șoc* al semnalului (fig. 5.62).

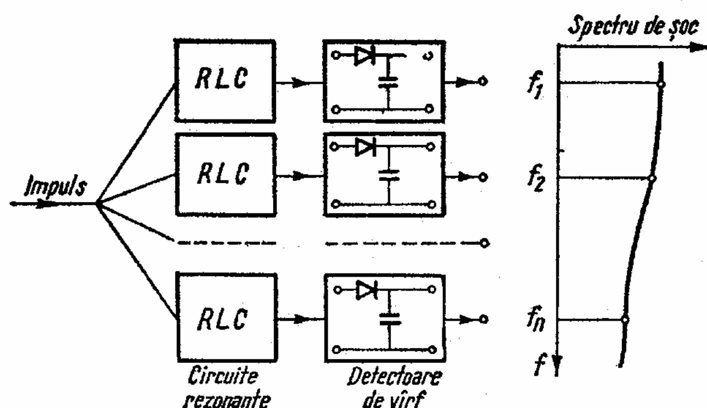


Fig. 5.62

Uneori răspunsul este exprimat prin numărul de valori maxime care depășesc un anumit nivel dat, fiind astfel util în calcule la oboseală.

Spectrul de șoc înregistrat depinde atît de componentele spectrale ale semnalului măsurat, cît și de frecvențele de rezonanță $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ale diferitelor „filtre" și de amortizarea acestora (R). El este util la compararea „severității" diferitelor impulsuri care acționează asupra aceleiași structuri sau a răspunsului diferitelor structuri la același impuls.

Schema celui mai simplu *detector de vîrf* cu diodă este dată în figura 5.63. Dacă U_i este o tensiune alternativă, dioda nu permite decît trecerea alternanţei pozitive în M, timp în care condensatorul C se încarcă la tensiunea maximă, pe care teoretic o menţine în timpul alternanţei negative în M. Totuşi, practic, sarcina de pe condensator se scurge prin diodă şi prin rezistenţa de intrare R a aparatului de măsură, astfel că pentru menţinerea constantă a tensiunii U_e sînt necesare circuite mai complicate.

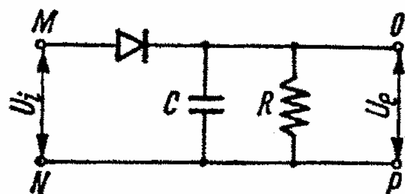


Fig. 5.63

5.4.5. Aparate pentru analiza distribuţiei valorilor instantanee ale semnalelor (analiza densităţii de probabilitate)

Pentru o înregistrare $x(t)$ a unui semnal aleator, funcţia densităţii de probabilitate $p(x)$ poate fi estimată prin

$$p(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta t_i)}{T\Delta x}. \tag{5.19}$$

unde $\sum_{i=1}^{n} (\Delta t_i)$ este intervalul de timp în care semnalul $x(t)$ ia valori cuprinse în domeniul $(x, x+\Delta x)$ iar T este durata de înregistrare a realizării(v.fig.2.5)

Instalaţia de măsurare a densităţii de probabilitate conţine un analizor multicanal care eşantionează mărimea instantanee a semnalului şi o clasifică în funcţie de valoarea sa. Conţinutul fiecărei adrese corespunde numărului de eşantioane avînd o valoare dată.

În figura 5.64 este redată, după [5], schema bloc a unei instalaţii de măsurare secvenţială a densităţii de probabilitate; aceasta face necesară

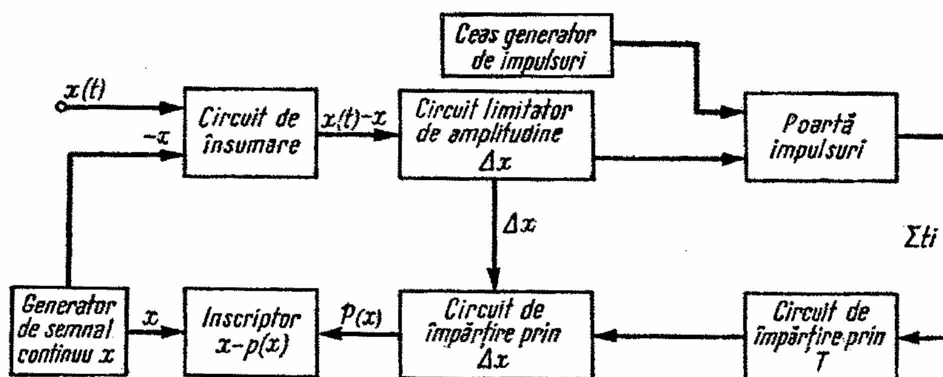


Fig. 5.64

reintroducerea semnalului în circuitul de analiză, pentru determinarea fiecărei valori a densităţii de probabilitate.

Cu ajutorul generatorului de semnal continuu se fixează valoarea limită inferioară a limitatorului de amplitudine („a ferestrei").

Din semnalul supus analizei se scade valoarea x şi semnalul $[x(t)-x]$ este introdus în circuitul limitator dublu, de lăţime $(0,\Delta x)$. De fiecare dată cînd nivelul semnalului $[x(t)-x]$ corespunde ferestrei $(0,\Delta x)$, adică $x < x(t) < x + \Delta x$, este acţionată poarta de impulsuri care lasă să treacă impulsurile generate de ceas. Pe această cale se măsoară intervalele de timp $\sum(\Delta t_i)$. Cînd valoarea semnalului nu mai este cuprinsă între x şi $(x + \Delta x)$, poarta de impulsuri se închide.

Au loc, în continuare, două operaţii de divizare : prin T şi prin Δx, obţinîndu-se valoarea estimată a densităţii de probabilitate $p(x)$.

Analiza densităţii de probabilitate poate fi realizată şi în paralel, obţinîndu-se simultan toate punctele curbei de distribuţie a valorilor instantanee ale semnalului.

5.4.6 Aparate pentru măsurarea componentelor vectoriale ale unei mărimi complexe

Pentru determinarea componentelor vectoriale ale funcţiilor de răspuns în frecvenţă se folosesc aparate construite pe principiul wattmetrului [14]. Wattmetrul este un instrument care răspunde la media produsului a două semnale aplicate. Dacă un semnal este $x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$ iar celălalt este $e_0 \cos \omega t$, atunci cantitatea indicată de wattmetru va fi proporţională cu coeficientul Fourier $a_1 = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos\omega t dt$, unde $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$[x(t)\, e_0 \cos\omega t]_{\text{mediu}} = \frac{e_0}{2}\, a_1.$$

De fapt, un wattmetru indică un produs mediat într-un „timp de mediere”, a cărui durată depinde de constanta de timp a aparatului de mediere. Dacă aceasta este prea mică, semnalul de ieşire are fluctuaţii şi face dificilă citirea valorii medii ; dacă este prea mare, timpul necesar pentru stabilirea condiţiei de staţionaritate poate fi prohibitiv. De obicei se realizează un compromis, constanta de timp alegîndu-se de 3 . . . 6 ori mai mare ca perioada semnalului analizat.

Figura 5.65 ilustrează aplicarea principiului wattmetric la determinarea componentelor vectoriale ale răspunsului în frecvenţă al unui

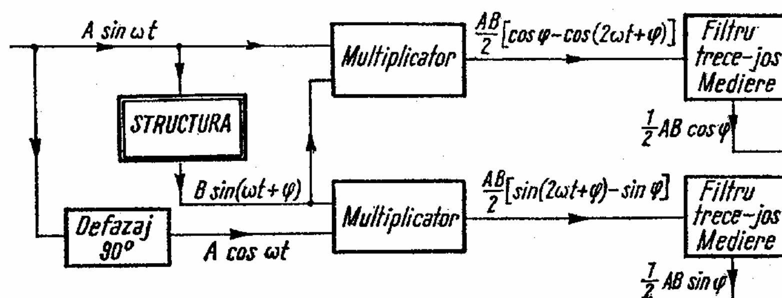


Fig. 5.65

sistem liniar. Operațiile indicate de schema-bloc se pot efectua în aparate analogice sau numerice. Blocul superior de filtrare—mediere efectuează operația $\frac{1}{nT}\int_0^{nT} AB \sin \omega t \sin (\omega t + \varphi)\, dt$, în timp ce blocul inferior efectuează operația $\frac{1}{nT}\int_0^{nT} AB \cos \omega t \sin (\omega t + \varphi)\, dt$, unde $T = \frac{2\pi}{\omega}$, iar n este numărul de cicluri de integrare. Schema corespunde procesului de corelare ortogonală.

Pe acest principiu funcționează analizorul Co/Quad SD 109A al firmei Spectral Dynamics [15], analizorul 1170 Solartron [16], precum și aparatul Vibrovid III produs de Carl Schenck GmbH, Darmstadt [14].

5.5. Aparate pentru vizualizarea și înregistrarea vibrațiilor

5.5.1. Stroboscopul. Repere mobile

Stroboscopul produce iluminarea intermitentă a unui reper de pe corpul (în vibrație sau rotație) studiat, cu o frecvență ce poate fi reglată și măsurată. Cînd frecvența lămpii stroboscopice este egală cu cea a corpului în vibrație, reperul este iluminat de fiecare dată cînd trece prin aceeași poziție, deci pare imobil. Limita inferioară la care ochiul percepe comod efectul stroboscopic, prin aceea că imaginea reperului persistă ca și cînd ar fi continuă, este de 30 Hz.

Stroboscoapele moderne permit urmărirea fenomenelor nestaționare, frecvența de iluminare fiind sincronizată cu un semnal exterior produs de un accelerometru de control sau un microfon care măsoară vibrația.

Este posibilă de asemenea analiza vibrațiilor de înaltă frecvență, prin „încetinirea mișcării”, care se obține printr-un reglaj convenabil al cadenței de iluminare.

O metodă aproximativă pentru măsurarea amplitudinilor deplasărilor se bazează pe utilizarea *penei mobile*. Pe o foaie de hîrtie se desenează un triunghi isoscel ABC (fig. 5.66), care se înnegrește sau se colorează (uneori se desenează doar laturile). Hîrtia se lipește pe corpul în vibrație, astfel încît baza triunghiului BC să fie paralelă cu direcția de mișcare. În timpul vibrației, vîrful triunghiului se deplasează între pozițiile a și b, parcurgînd dublul amplitudinii $\overline{ab} = 2x_0$. Efectul stroboscopic face ca triunghiul $A'B'C'$ să apară mereu colorat, în timp ce restul imaginii are

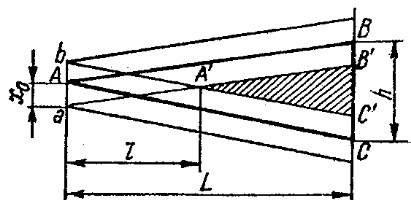


Fig. 5.66

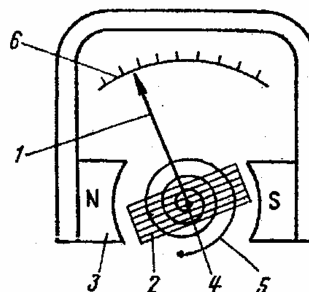


Fig. 5.67

o culoare mai deschisă. Dacă se notează h — baza triunghiului, L — înălţimea triunghiului, l — distanţa AA' de la vîrful triunghiului în repaus la vîrful triunghiului haşurat, rezultă amplitudinea vibraţiei

$$x_0 = \frac{h}{2L} l.$$

Pe acelaşi principiu se construiesc *rozete* pentru măsurarea amplitudinii vibraţiilor torsionale.

5.5.2. Aparate indicatoare

Cele mai utilizate aparate indicatoare sînt ***voltmetrele şi ampermetrele magnetoelectrice*** (fig. 5.67), bazate pe acţiunea unui cîmp magnetic de inducţie asupra unei bobine parcursă de curent continuu. Acul indicator *1* este solidar cu bobina mobilă *2*, care se poate roti în cîmpul magnetului *3*, în jurul pivotului *4*, sub acţiunea cuplului forţelor electromagnetice, echilibrat de cuplul elastic produs de arcul spiral *5*. Mărimea indicată pe scara gradată *6* depinde de detectorul folosit înaintea aparatului indicator.

Un alt tip de aparat des folosit este ***voltmetrul electronic***, care are avantajul unei impedanţe de intrare foarte mari, astfel că nu încarcă circuitul în care este conectat.

5.5.3. Inregistratorul cu peniţă

Dacă în capătul acului indicator al aparatului din figura 5.67 se montează o peniţă, iar pe sub aceasta se derulează o bandă de hîrtie, se obţine o *vibrogramă* a mişcării, care descrie desfăşurarea în timp a fenomenului studiat. În practică, echipamentul mobil al înregistratoarelor cu peniţă se face mai robust. Deoarece pentru acţionarea peniţei este necesară o putere mai mare decît la aparatele magnetoelectrice, se prevăd amplificatoare corespunzătoare, care în plus mai contribuie la lărgirea domeniului în care răspunsul în frecvenţă este constant. De obicei se folosesc amplificatoare de curent continuu, cu răspuns constant pînă la frecvenţa zero.

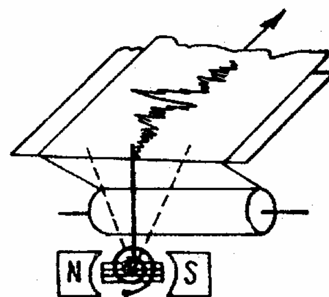


Fig. 5.68

Elementele mobile ale „motoarelor" de antrenare a peniţelor formează un sistem oscilant cu un grad de libertate. Frecvenţa proprie a acestuia determină o frecvenţă limită superioară a semnalelor înregistrate (de obicei 50—60 Hz). La fel ca la aparatele seismice, pentru îmbunătăţirea răspunsului la frecvenţe joase se prevede o amortizare de $\zeta = 0,6 \ldots 0,7$, fie cu o spiră în scurtcircuit, fie prin curenţii induşi în bobina mobilă. Peniţa se face cît mai uşoară şi mai rigidă, pentru prevenirea rezonanţelor de încovoiere.

În construcţiile moderne se foloseşte un ac inscriptor încălzit electric, a cărui muchie topeşte stratul alb de ceară de la suprafaţa unei benzi de hîrtie neagră (sau roşie), dînd astfel vibrograma sub forma unei linii negre (roşii) pe fond alb. Înregistratoarele cu peniţă au un motor de antrenare a hîrtiei, cu mai multe viteze (între 0,25 mm/minut şi 100 mm/s) alese astfel încît caroiajul hîrtiei să servească drept bază de timp.

5.5.4. Înregistratorul în coordonate rectangulare

Un înregistrator cu peniță cu două intrări, care comandă mişcarea peniței pe două direcţii perpendiculare între ele, este *inscriptorul în coordonate x—y.*

O schemă simplificată a sistemului de acţionare a peniţei pe o direcţie este prezentată în figura 5.69. Semnalul de intrare este aplicat rezistenţei unui potenţiometru cu contact alunecător mobil. Semnalul de ieşire din potenţiometru, care este funcţie de poziţia cursorului, este comparat cu un semnal de referinţă de nivel constant. Diferenţa celor două semnale este amplificată şi acţionează un servomotor care deplasează cursorul mobil în sensul anulării ei. Peniţa este fixată de cursor. Deplasarea cursorului este invers proporţională cu tensiunea semnalului de intrare, deoarece se tinde să se menţină constantă tensiunea semnalului de ieşire din potenţiometru.

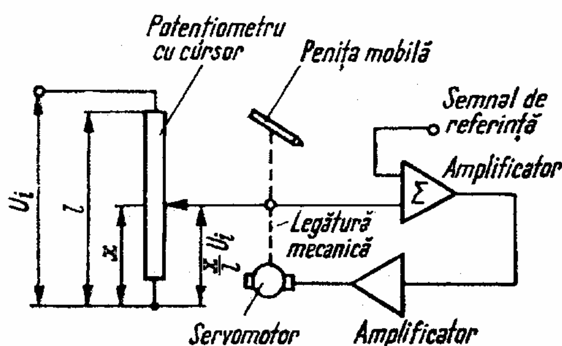


Fig. 5.69

În aparat există două sisteme de acţionare de acest fel, complet independente. Cursorul *1* (fig. 5.70) se deplasează pe direcţia *X*, fiind ghidat în rama 3 fixată de aparat. Cursorul *2*, pe care se montează peniţa, se deplasează pe direcţia *Y* în lungul cursorului *1*, fiind ghidat de acesta.

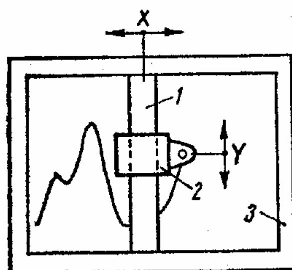


Fig. 5.70

În funcţie de natura semnalelor de curent continuu aplicate la cele două intrări, se pot înregistra spectre de frecvenţe, curbe de răspuns în frecvenţă, histograme şi chiar vibrograme.

5.5.5. Înregistratorul de nivel

Înregistratorul de nivel este un aparat inscriptor utilizat în special la trasarea spectrului de frecvenţe al vibraţiilor. Deplasarea hîrtiei este comandată în acest caz prin baleiajul de frecvenţă al analizorului (la aparatele mai vechi — prin legătură mecanică directă).

Sistemul de acţionare a peniţei (fig. 5.71) se bazează pe schema din figura 5.69, în care s-a mai introdus un detector şi un filtru trece-jos, pen-

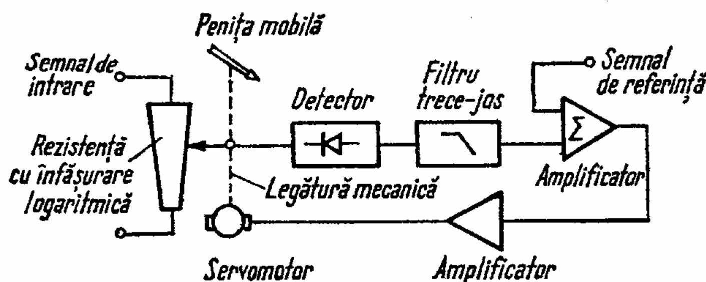


Fig. 5.71

tru a putea aplica la intrare semnale dinamice [8]. Prin construcție, rezistența potențiometrului variază proporțional cu logaritmul lungimii sale, rezultînd astfel o scară a ordonatelor ce poate fi gradată în decibeli, deci un aparat care măsoară direct nivelele de vibrație.

5.5.6. Oscilograful magnetic

Oscilograful magnetic, numit și *oscilograf cu buclă*, înregistrează pe hîrtie fotosensibilă desfășurarea în timp a unui fenomen, cu ajutorul unei raze de lumină, reflectate de o oglindă mică fixată de *bucla* unui galvanometru. Construcția unei bucle este arătată în schema din figura 5.72, pe care se văd: magnetul permanent *1*, oglinda *2*, firul sau lamela metalică *3* care formează bucla, prismele de reazem *4*, rola *5* și arcul elicoidal *6*. Cînd bucla este străbătută de curent, cuplul forțelor electromagnetice îi imprimă o rotație în jurul axei verticale, antrenînd în mișcare oglinda fixată de ea. Pe oglindă cade o rază de lumină de la o sursă electrică, fiind apoi reflectată spre hîrtia fotosensibilă derulată de un motor de antrenare.

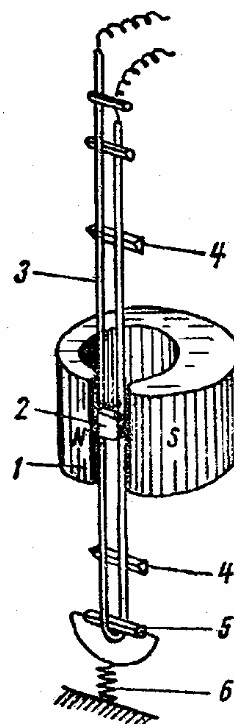


Fig. 5.72

Înlocuirea peniței de la înregistratorul mecanic, prin raza de lumină fără inerție, reduce cuplul necesar mișcării buclelor. Ca urmare, galvanometrele se fac de dimensiuni mici și ușoare, cu frecvențe proprii de obicei pînă la 5 000 Hz, amplificarea optică mare dînd concomitent și o sensibilitate acceptabilă. Ansamblul buclă-oglindă este etanșat într-un spațiu închis în care se pune ulei pentru amortizare. Dacă factorul de amortizare este $\zeta = 0{,}7$ se obține un răspuns în frecvență practic constant în domeniul de frecvențe 0–3000 Hz.

O schemă a construcției oscilografului magnetic este arătată în figura 5.73, pe care se disting: sursa de lumină *1*, bucla *2*, tamburul cu oglinzi *3* pentru vizualizarea semnalului luminos, înregistratorul fotografic *4*, lentila

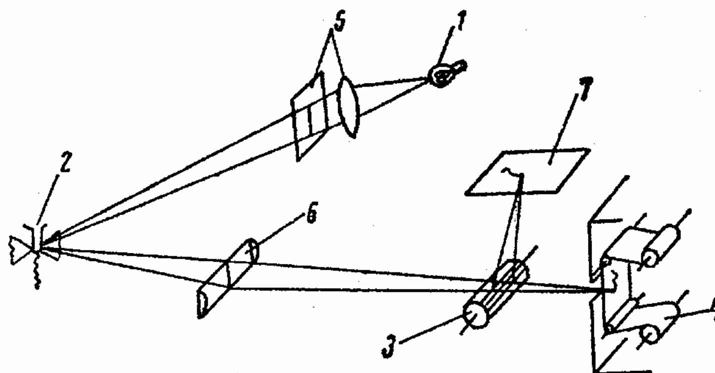


Fig. 5.73

şi diafragma 5, prisma 6 şi ecranul mat 7. Poziţiile buclelor pot fi reglate controlînd spotul luminos pe ecranul mat, aşa ca imaginile date de ele să se dispună la diferite distanţe pe hîrtia fotosensibilă. Pentru a măsura frecvenţa vibraţiei, aparatul este înzestrat cu un dispozitiv care dă baza de timp tot prin semnale luminoase, înregistrate în paralel cu vibrograma. Oscilografele magnetice se construiesc curent cu mai multe bucle (*3, 4, 6, 8* etc.), ceea ce permite înregistrarea simultană a semnalelor de la mai multe puncte de măsură.

5.5.7. Osciloscopul catodic

Larga utilizare a osciloscopului catodic (fig. 5.74) pentru vizualizarea şi înregistrarea fenomenelor dinamice se datoreşte folosirii fasciculului de electroni din tubul catodic ca element indicator sau inscriptor, a căror inerţie neglijabilă face să nu existe o limitare mecanică a valorii maxime a frecvenţei de răspuns.

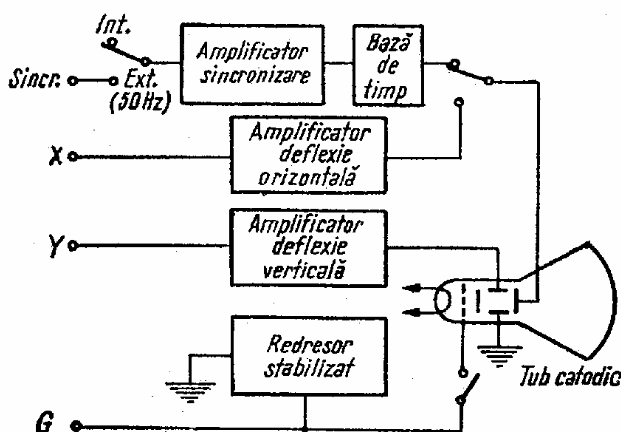


Fig. 5.74

Prin folosirea lui ca înregistrator în coordonate $x-y$, se pot face măsurări de frecvenţă, defazaje şi întîrzieri, comparînd imaginile staţionare de pe ecran, cu figurile Lissajous.

Desfăşurarea în timp a fenomenului studiat se obţine aplicînd semnalul pe axa verticală, oprind baza de timp şi trecînd un film prin faţa ecranului. De asemenea, folosind un osciloscop cu posibilităţi de declanşare a spotului de către semnal, se pot obţine înregistrări de şocuri.

5.5.8. Înregistratoare cu bandă magnetică

Folosirea înregistratoarelor cu bandă magnetică este determinată de cîteva avantaje proprii acestui sistem: *a*) posibilitatea de stocare a datelor sub formă analogică pentru o analiză ulterioară; *b*) reproducerea înregistrării de cîte ori este nevoie, fără deteriorarea benzii; *c*) refolosirea benzii prin ştergerea înregistrării anterioare şi *d*) „deplasarea în frecvenţă" a spectrului unui semnal, prin înregistrare la o viteză şi redare la altă viteză a benzii.

La magnetofoanele obişnuite, deoarece capul de înregistrare magnetizează banda pînă la o intensitate proporţională cu amplitudinea semnalului, iar capul de redare captează un semnal proporţional cu viteza de variaţie a fluxului magnetic, deci cu derivata în raport cu timpul a semnalului original, pentru reproducerea acestuia este nevoie de un amplificator de integrare. În plus, la semnalele de joasă frecvenţă, raportul semnal/zgomot este insuficient, iar neliniaritatea mediului magnetic distorsionează semnalul. În concluzie, se preferă *înregistrarea cu modulaţie de frecvenţă*, care permite un răspuns pînă la frecvenţa zero şi asigură un raport semnal/zgomot mai bun [17].

Deoarece analizoarele de frecvenţă folosite la analiza spectrală a vibraţiilor nearmonice au o frecvenţă limită inferioară a domeniului de lucru, la analiza şocurilor şi vibraţiilor de joasă frecvenţă este necesară înregistrarea semnalelor pe un înregistrator cu modulaţie de frecvenţă, care să permită — prin redarea la o viteză mai mare decît cea de.înregistrare — mutarea spectrului în domeniul liniar de lucru al analizorului.

5.6. Echipament periferic pentru înmagazinarea datelor numerice

Astăzi, calculatoarele numerice au fost dotate cu programe pentru prelucrarea datelor experimentale. Unele firme produc calculatoare numerice special concepute pentru a fi cuplate la echipamentele de măsură.

Modalităţile de introducere şi extragere a datelor dintr-un calculator numeric sînt arătate în schema din figura 5.75.

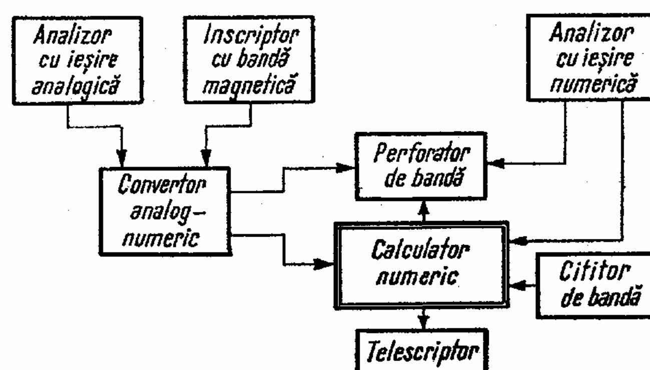


Fig. 5.75

În cazul în care se lucrează cu analizoare de semnal cu ieşire numerică, acestea pot fi cuplate direct la un calculator numeric, dacă prelucrarea datelor se face pe măsura achiziţionării lor, sau la un perforator de bandă— dacă datele trebuie stocate pentru o prelucrare ulterioară.

Semnalele analogice provenite de la un înregistrator cu bandă magnetică sau de la un analizor cu ieşire analogică sînt codificate cu ajutorul unui convertor analog numeric şi apoi introduse în calculatorul numeric sau în perforatorul de bandă.

Datele înmagazinate pe benzi perforate sînt transformate în semnale numerice prin intermediul cititorului de bandă.

Rezultatele obţinute în urma calculului numeric sînt înscrise pe imprimantă, cu ajutorul unui telescriptor, sau stocate pe bandă perforată.

La realizarea practică a lanţurilor de aparate descrise, trebuie avut în vedere ca elementele componente să fie compatibile între ele.

Pentru a da o ideie asupra ordinului de mărime a vitezelor de lucru se dau mai jos caracteristicile echipamentelor periferice produse de firma Brüel & Kjaer[18] : telescriptorul tip 6401 imprimă 10 semne pe secundă, perforatorul de bandă tip 6301 perforează 75 semne pe secundă pe 8 canale, iar cititorul de bandă tip 7102 are o viteză de lectură de 125 semne pe secundă. Aceasta, în timp ce calculatorul tip 7504, produs de aceeaşi firmă, are o durată a ciclului de memorie de 950 ns (1 ns = 10^{-9}s).

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 5

1. Doebelin, E.O., *Measurement Systems: Application and Design*, Mc Graw-Hill Book Comp., New York, 1966.
2. Willis, J., *New frequency discriminator circuit*, Electronics Letters, *1*, 194 — 195 (Sept. 1965).
3. Barr, W.H., *Integrators*, Electromechanical Design, p. 57 (Oct. 1961).
4. Cartianu, Gh., *Analiza şi sinteza circuitelor electrice*, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1972.
5. Bendat, J.S., Piersol, A.G., *Measurement and Analysis of Random Data*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1966.
6. Wahrmann, C.G., Broch, J.T., *On the averaging time of RMS measurements*, Brüel & Kjaer Technical Review, *2*, 3—21 (1975) şi *3*, 3—35 (1975).
7. Skudrzyk, E., *The Foundations of Acoustics*, Springer Verlag, Wien, New York, 1971.
8. Keast, D.N., *Measurements in Mechanical Dynamics*, Mc Graw-Hill Book Comp., New York, 1967.
9. Campbell, J.S., *The basic terminology of noise*, Machine Design, **34**, *9*, 113—118 (1962).
10. Fieldhouse, K.N., *Techniques for identifying sources of noise and vibration*, Sound and Vibration, **4**, *12*, 14—18 (Dec. 1970).
11. Randall, R.B., *Frequency analysis of stationary, non-stationary and transient signals*, Brüel & Kjaer Application Note No *14—165*.
12. Keller. A.C., *The tracking filter*, Electronic Instruments Digest, **4**, *6*, 10—15 (June 1968).
13. * * * *Vibration Measurement*, Brüel & Kjaer Lecture *3007* (1972).
14. Olsen, U., *Wattmetrische Messgeräte zur Schwingungsuntersuchung von Kraftfahrzeugen*, Automobiltechnische Zeitschrift, **71**, *3* (1969).
15. Keller. A.C., *Vector component techniques: A modern way to measure modes*, Sound and Vibration, *3*, 18—26 (1969).
16. * * * *Solartron 1170 Series Frequency Response Analysers* — Product Data.
17. * * * *Tape Recording Principles*, Brüel & Kjaer Lecture *3011*.
18. * * * *Analyse en temps réel et traitement numérique*, Brüel & Kjaer Application Note *14—118*.

CAPITOLUL 6

VIBRATOARE

Sub această denumire se vor prezenta cîteva tipuri de excitatori de vibrații folosiți fie în încercări de fiabilitate, încercări la oboseală sau etalonări de aparate, fie pentru determinarea caracteristicilor dinamice ale unei structuri, mașini, teren de fundație etc. Uneori acestea constituie elementele de bază ale unor mașini (mese) vibratoare, alteori sînt incluse în mecanisme vibratoare pentru scopuri tehnologice sau pentru transportoare. Nu se vor prezenta vibratoarele piezoelectrice, magnetostrictive și cele pneumatice.

6.1. **Vibratoare mecanice**

6.1.1. Vibratoare cu element de acționare în translație

În figura 6.1 se prezintă trei tipuri de vibratoare al căror element de acționare, antrenat de la un excentric sau o camă în rotație, execută o mișcare vibratorie rectilinie. În condiții ideale, de rigiditate infinită și

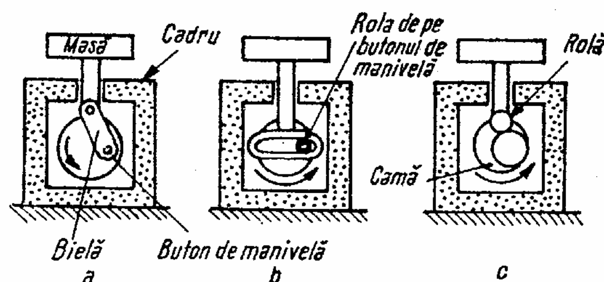


Fig. 6.1

fără jocuri în lagăre, tija de acționare are o deplasare de amplitudine constantă, independentă de turația de regim și de forța de încărcare (de aici, uneori, denumirea de „vibratoare cinematice").

Față de mecanismul bielă-manivelă (fig. 6.1 *a*), cel cu culisă și excentric (fig. 6.1 *b*) are avantajul că produce o mișcare armonică. În general, pentru reglarea lungimii manivelei este necesară oprirea mașinii; există însă și vibratoare la care reglarea se face în timpul funcționării. În forma cea mai simplă, vibratorul este antrenat de un motor cu turație constantă, prin intermediul unui variator de viteze.

În figura 6.2 se prezintă cele două moduri de folosire a unui vibrator cu element de acționare în mișcare rectilinie, realizat ca mecanism cu excentric și culisă : cu acționare directă (fig. 6.2 *a*) și cu acționare inerțială (fig. 6.2 *b*).

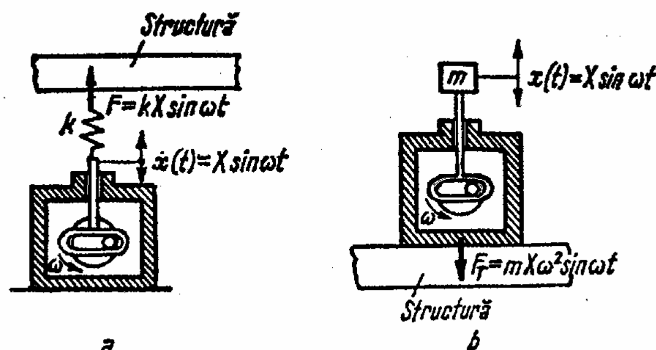


Fig. 6.2

În cazul acționării prin intermediul unui element elastic (fig. 6.2 *a*), structura este solicitată de o forță armonică de amplitudine constantă, independentă de frecvența excitatoare, cu condiția ca vibratorul să fie legat rigid de fundație (de un punct fix).

În cazul acționării inerțiale (fig. 6.2 *b*), corpul vibratorului este fixat de structura încercată, căreia îi transmite o forță de amplitudine constantă, egală cu forța de inerție a masei *m* fixată de tija mobilă, deci dependentă de frecvența excitatoare.

În ambele cazuri, variația amplitudinii forței se realizează prin modificarea razei excentricului (deci a cursei culisei). În practică, deformațiile elastice ale elementelor ce transmit sarcina, precum și jocurile din mecanism, impun folosirea lui doar la frecvențe sub 30 Hz și forțe de valori mijlocii (sub 700 N).

Uneori vibratoarele cinematice sînt folosite ca element constitutiv de bază al unor mese vibratoare [1]. În figura 6.3 *b* se arată răspunsul în frecvență al unei mese vibratoare cinematice, a cărei schemă este dată în figura 6.3 *a*.

Vibratorul este instalat pe un bloc rigid de masă m_B (inclusiv masa cadrului vibratorului), rezemat pe arcuri de constantă elastică totală k_B.

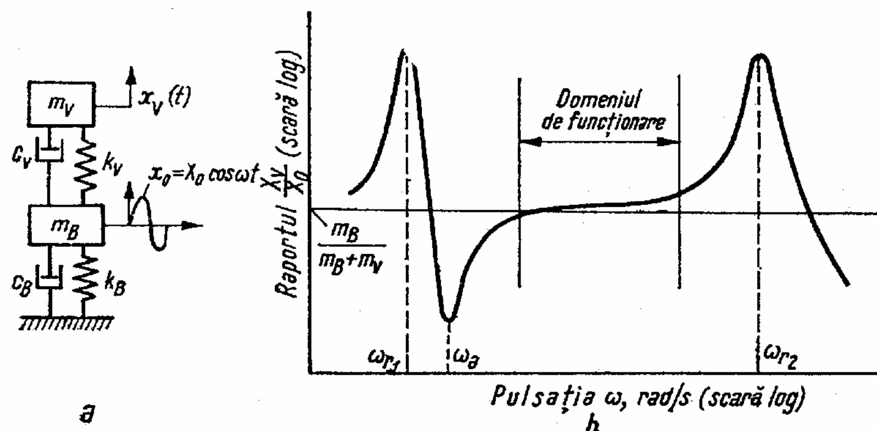


Fig. 6.3

Masa m_B are o deplasare sinusoidală impusă, de amplitudine X_0. Constanta elastică k_V ţine cont de elasticitatea elementelor mecanismului de antrenare, iar m_V este masa mesei, care poate cuprinde şi masa corpului încercat montat pe masă, dacă acesta se comportă ca o masă rigidă şi poate fi legat rigid de masă.

La pulsaţia ω_{r_1} are loc rezonanţa bazei m_B pe arcurile de rezemare k_B. La pulsaţia de antirezonanţă ω_a, masa m_V rămîne aproape fixă, iar m_B vibrează cu amplitudinea X_0. La pulsaţia ω_{r_2} are loc rezonanţa masei m_V pe arcul k_V. Domeniul de lucru se alege pe porţiunea cea mai aplatisată a curbei, unde X_V/X_0 este aproape constant.

Dacă pe masa vibratoare se montează o structură care are o rezonanţă în domeniul de lucru al mesei vibrante (fig. 6.4 *a*), caracteristica răspunsului în frecvenţă capătă alura curbei din figura 6.4 *b*. Reacţia

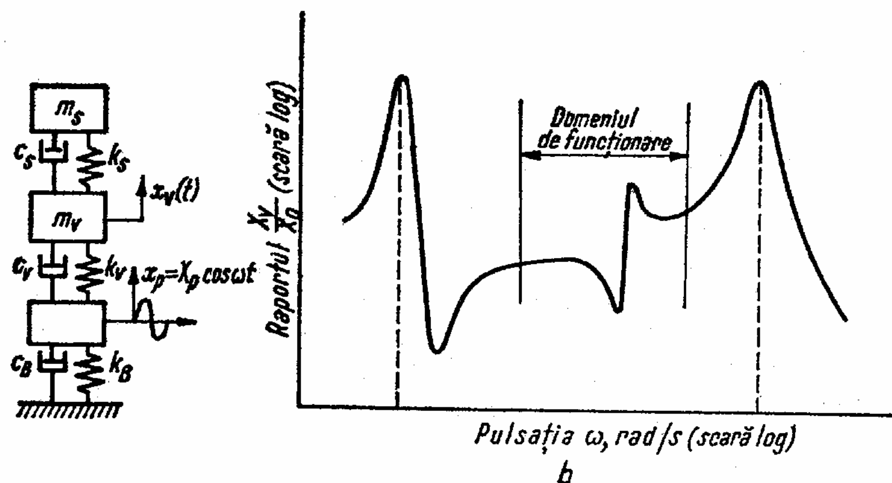


Fig. 6.4

structurii încercate produce deci o variaţie cu frecvenţa a deplasării X_V a mesei, chiar în domeniul de lucru, ceea ce este un dezavantaj cînd prescripţiile de încercare prevăd menţinerea unei valori X_V constante pe un domeniu larg de frecvenţe.

6.1.2. Vibratoare cu mase excentrice în rotaţie

Pentru forţe relativ mari (între 400 şi 20 000 N) se folosesc vibratoare inerţiale cu mase excentrice rotitoare. Un astfel de vibrator cu mişcare rectilinie se poate realiza folosind două mase excentrice identice, ce se rotesc în sensuri opuse cu aceeaşi viteză unghiulară, dispuse simetric faţă de planul vertical median (fig. 6.5). Componentele orizontale $mr\omega^2$ sin ωt

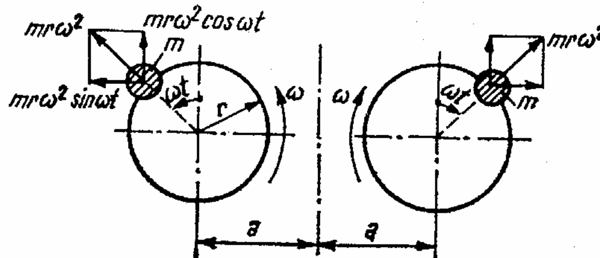


Fig. 6.5

ale forțelor centrifuge se anulează reciproc, fiind preluate de construcția metalică a vibratorului. Componentele verticale se însumează, dînd rezultanta

$$F(t) = 2mr\omega^2 \cos \omega t \tag{6.1}$$

care se transmite prin lagăre carcasei vibratorului și apoi direct structurii.

Pentru a avea posibilități mai largi de variație a amplitudinii forței excitatoare (la ω = const.), fiecare masă excentrică se realizează din două greutăți identice, sub formă de segmente ce pot ocupa diferite poziții pe periferia unui disc (fig. 6.6). Totuși, atît variația razei r, cît și a unghiului

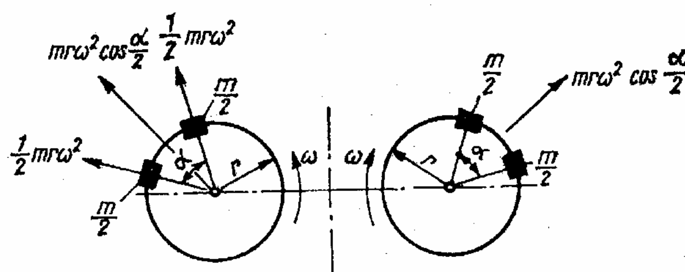


Fig. 6.6

α, se fac practic în trepte, greutățile fiind fixate cu șuruburi, trecute prin găuri practicate în cele două discuri, astfel că nu se poate realiza o variație continuă a amplitudinii forței perturbatoare.

Vibratoarele sînt antrenate cu motoare electrice cu turația variabilă, cum sînt : pentru puteri mari — motoare alimentate în curent continuu, iar pentru puteri mici — motoare monofazate cu colector.

Acest tip de vibratoare au dezavantaje legate de : reglarea dificilă a turației și amplitudinii, distorsionarea formei de undă a forței perturbatoare, datorită jocurilor din lagăre și angrenaje, limitarea domeniului de lucru la frecvențe în general sub 60 Hz.

Dacă vibratorul are două mase excentrice identice, care se rotesc în sensuri opuse cu aceeași viteză unghiulară ω, dar sînt dispuse ca în figura 6.7, ocupînd la un moment dat pozițiile A_1, A_2, componentele ori-

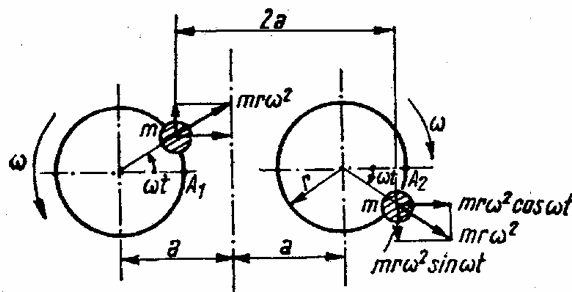


Fig. 6.7

zontale ale forțelor centrifuge dau o rezultantă armonică de forma (6.1). Componentele verticale au o rezultantă nulă, în schimb dau un cuplu armonic, defazat cu 90° în urma componentei orizontale

$$M(t) = 2mra\omega^2 \sin \omega t. \tag{6.2}$$

Construcția cu cele mai largi posibilități este cea a vibratorului cu patru greutăți excentrice, cîte una la fiecare capăt a doi arbori paraleli (fig. 6.8). Cu montajul din figura 6.8 *a* se obține o forță oscilatorie verti-

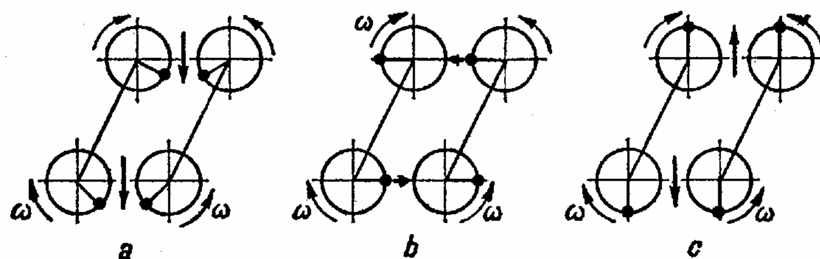


Fig. 6.8

cală, cu montajul din figura 6.8 *b* — un cuplu de rotație în jurul unei axe verticale, iar cu montajul din figura 6.8 *c* — un cuplu de rotație în jurul unei axe orizontale.

La catedra de Rezistența materialelor de la Institutul politehnic București s-a construit un vibrator bazat pe schema din figura 6.8, cu care se pot realiza forțe armonice de amplitudini între 40 și 11000 N, la frecvențe între 1 și 20 Hz. Acționarea se face cu un motor de curent continuu de 3 kW, alimentat de la un grup convertizor. Motorul antrenează prin curea un arbore perpendicular pe arborii discurilor cu mase excentrice, care sînt acționați sincron prin angrenaje cilindrice cu dinți înclinați [2].

Un vibrator similar a fost folosit la Waterways Experiment Station din Vicksburg, S.U.A. [3] pentru încercări pe blocuri de fundație rezemate pe pămînt. Fiecare din cele patru greutăți a cîntărit 1 500 N iar greutatea statică totală a fost de 24 900 N. În tabela 6.1 se indică amplitudinea

TABELA 6.1

Caracteristicile unui vibrator cu mase excentrice în rotație [3]

Excentricitatea maselor în rotație, mm	Frecvența, Hz			
	15	20	25	30
	Amplitudinea forței verticale, N			
2,667	14 600	25 950	40 550	58 390
5,308	29 060	51 640	80 700	116 250
7,975	43 660	77 590	121 270	174 650
10,617	57 860	102 830	160 690	231 400

forței verticale realizate pentru diferite excentricități și turații de lucru, care în majoritatea cazurilor a depășit greutatea proprie a vibratorului.

Firma Losenhausen din Düsseldorf, R.F.G. produce în serie astfel de vibratoare. Tipul 8020/100 produce forțe pînă la 800 N, avînd frecvențe cuprinse între 5 și 25 Hz sau 20 și 100 Hz. Tipul 2 000 4/20 produce forțe pînă la 20 000 N la frecvențe între 2 și 8 Hz sau 5 și 20 Hz [4].

Caracteristicile funcţionale ale altor vibratoare cu mase excentrice în rotaţie sînt date în lucrarea [1].

Pe acelaşi principiu se bazează soluţia constructivă folosită de DEGEBO (Deutsche Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik) între 1928—1936, la primele experienţe asupra răspunsului dinamic al blocurilor de fundaţie rezemate pe pămînt [5]. Vibratorul cu patru mase excentrice a fost aranjat ca în figura 6.9, cu cei patru arbori antrenaţi prin roţi dinţate conice.

Un vibrator cu două mase excentrice în rotaţie cu roţi dinţate conice, a fost realizat la catedra de Rezistenţa materialelor de la Institutul politehnic Bucureşti [4]. Pe schema din figura 6.10 se disting motorul de an-

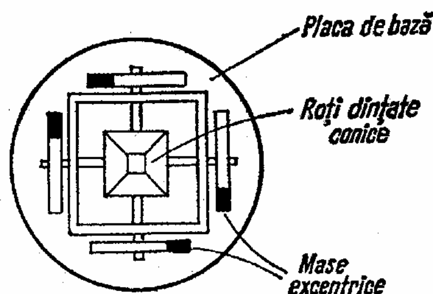


Fig. 6.9

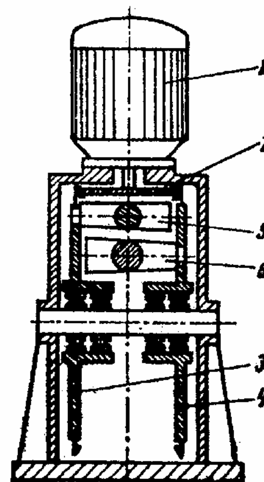


Fig. 6.10

trenare *1*, pe arborele căruia este montat pinionul conic *2*, care antrenează roţile *3* şi *4*, pe care sînt montate masele excentrice *5* şi *6*, invers proporţionale cu excentricitatea lor, producînd astfel forţe centrifuge de amplitudini egale. Forma tronconică a maselor excentrice este astfel calculată ca cele două forţe să se găsească în acelaşi plan. Vibratorul produce forţe armonice cu aplitudini între 60 şi 5 000 N, la frecvenţe între 10 şi 50 Hz.

Montînd un vibrator cu mase excentrice în rotaţie m, pe o suspensie elastică k_V, se realizează o *masă vibratoare cu reacţiune* (fig. 6.11 *a*). În figura 6.11 *b* se arată răspunsul în frecvenţă al acestei mese vibratoare, încărcată cu o masă rigidă.

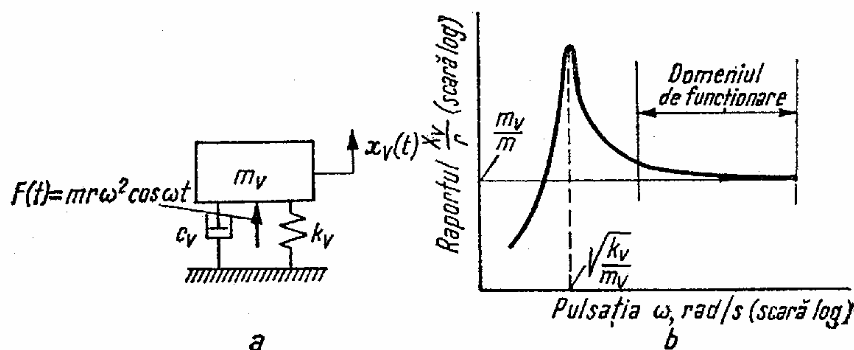


Fig. 6.11

Dacă pe masa vibratoare se încearcă o structură care are o rezonanţă în domeniul frecvenţelor de lucru (modelată prin sistemul masă-arc $m_s - k_s$), sistemul poate fi reprezentat schematic ca în figura 6.12 *a*. Caracteris-

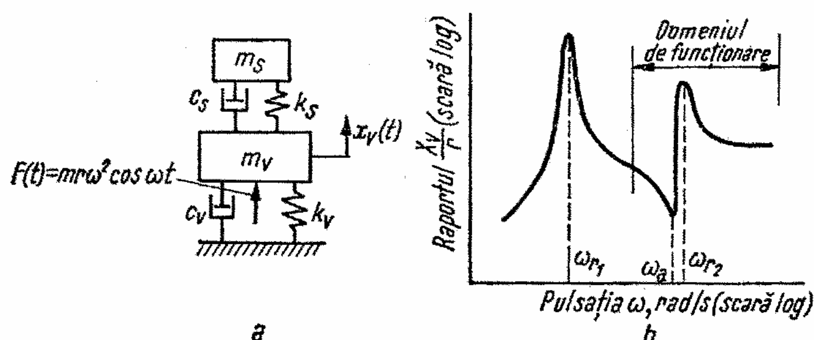


Fig. 6.12

tica răspunsului în frecvenţă este prezentată în figura 6.12 *b*. Şi în acest caz se vede că reacţiunea structurii face ca amplitudinea deplasării mesei să varieze cu frecvenţa, ceea ce constituie un dezavantaj în încercările la vibraţii.

6.2. Vibratoare electromagnetice

Vibratoarele electromagnetice se folosesc în aplicaţiile unde se recomandă excitaţia fără contact direct cu structura şi unde, în afara forţelor sinusoidale, sînt necesare forţe de preîncărcare statice. Utilizarea lor este limitată însă de două dezavantaje: dificultatea măsurării forţei produse şi neliniaritatea caracteristicii inducţie-forţă. Soluţii recente, bazate pe folosirea traductoarelor Hall şi a circuitelor cu buclă de reacţie, care elimină aceste dezavantaje, au fost folosite la analiza dinamică a maşinilor unelte [7].

6.2.1. Forţa produsă de un electromagnet

În figura 6.13 se prezintă un circuit magnetic format din miezul de fier *1*, pe care este înfăşurată bobina de excitaţie cu N spire, întrefierul *2* şi piesa mobilă *3*, care poate fi chiar structura excitată sau o armătură legată de aceasta prin intermediul unui captor de forţe.

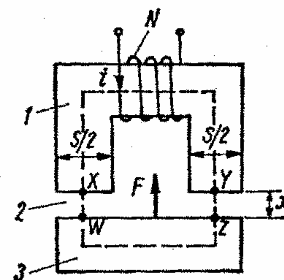


Fig. 6.13

Energia cîmpului magnetic este dată de expresia

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2 \tag{6.3}$$

în care i este curentul de excitaţie, iar inductanţa L este

$$L = \frac{N^2}{\frac{2l_f}{\mu S} + \frac{4x}{\mu_0 S_0}} = \frac{N^2 \mu_0 S_0}{\frac{2l_f S_0}{\mu_r S} + 4x} \tag{6.4}$$

unde $l_f = XY + ZW$ este lungimea fierului, $2x = YZ + WX$ este lungimea întrefierului iar S_0 este suprafaţa întrefierului.

Forţa portantă a electromagnetului este

$$F = \frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2} i^2 \left(- \frac{4L^2}{N^2 \mu_0 S_0} \right) = - \frac{B^2 S_0}{2\mu_0} \tag{6.5}$$

unde semnul minus indică o forţă de atracţie, iar

$$B = \frac{2Li}{NS_0} \tag{6.6}$$

este inducţia magnetică în întrefier.

Un curent de excitaţie sinusoidal $i = I_1 \cos \omega t$ creează o inducţie magnetică $B = B_1 \cos \omega t$, care conform relaţiei (6.5) produce o forţă

$$F = - \frac{B^2{}_1 S_0}{2\mu_0} \cos^2 \omega t = F'_0 + F' \cos 2\omega t. \tag{6.7}$$

Aceasta are o componentă statică F'_0 şi o componentă alternativă, de pulsaţie dublă faţă de cea a curentului de excitaţie.

Pentru a obţine o componentă de pulsaţie ω, este necesar un curent de forma

$$i = I_0 + I_1 \cos \omega t \tag{6.8}$$

sau folosirea unui cîmp magnetic permanent, în afara celui creat de curentul alternativ. În ambele cazuri se creează o inducţie

$$B = B_0 + B_1 \cos \omega t \tag{6.9}$$

care produce o forţă

$$F = - \frac{(B_0 + B_1 \cos \omega t)^2 S_0}{2\mu_0} = F_0 + F_1 \cos \omega t + F_2 \cos 2\omega t. \tag{6.10}$$

După cum rezultă şi din figura 6.14, relaţia (6.10) este un rezultat al neliniarităţii caracteristicii (6.5).

Se poate face un calcul simplificat pentru cazul cînd armătura 3 (fig. 6.13) are o mişcare de translaţie sinusoidală $x_1 \cos \omega t$. În acest caz $YZ = WX = x_0 + x_1 \cos \omega t$.

Neglijînd reluctanţa fierului faţă de cea a întrefierului, se poate scrie

$$L \cong \frac{N^2 \mu_0 S_0}{4} \frac{1}{x} = \frac{K}{x}, \quad \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = - \frac{K}{x^2}.$$

$$F = - \frac{1}{2} i^2 \frac{K}{x^2} = - \frac{K}{2} \frac{(I_0 + I_1 \cos \omega t)^2}{(x_0 + x_1 \cos \omega t)^2} =$$

$$= -\frac{KI_0^2}{2x_0^2}\left(1 + \frac{I_1}{I_0}\cos\omega t\right)^2\left(1 + \frac{x_1}{x_0}\cos\omega t\right)^{-2}$$

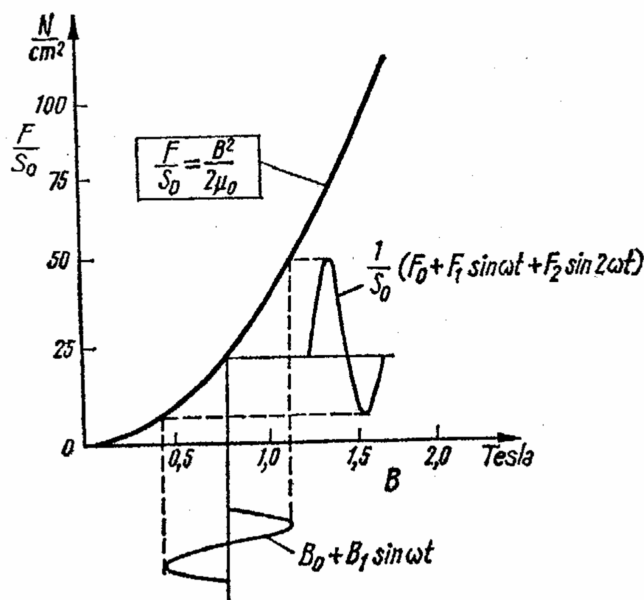


Fig. 6.14

Dacă $I_0 \gg I_1$ şi $x_0 \gg x_1$, păstrînd doar primii doi termeni din dezvoltarea în serie a puterii binomului, rezultă

$$F \cong -\frac{K}{2}\frac{I_0^2}{x_0^2}\left(1 + 2\frac{I_1}{I_0}\cos\omega t\right)\left(1 - 2\frac{x_1}{x_0}\cos\omega t\right)$$

sau, neglijînd termenul în $\cos^2 \omega t$,

$$F \cong -\frac{KI_0^2}{2x_0^2} - \frac{KI_0I_1}{x_0^2}\cos\omega t + \frac{KI_0^2}{x_0^3}x_1\cos\omega t. \qquad (6.11)$$

În expresia (6.11), primul termen reprezintă componenta statică iar al doilea — componenta alternativă, proporţională cu I_1 şi de aceeaşi pulsaţie. Ultimul termen, proporţional cu amplitudinea vibraţiei armăturii x_1, are deci forma unei forţe elastice, indicînd apariţia unei *rigidităţi negative* care se adaugă la rigiditatea structurii excitate. Forţa mai are şi armonice superioare, care nu apar în expresia (6.11), fiind eliminate prin simplificările efectuate.

Componenta statică se poate anula prin dispunerea armăturii într-un plan de simetrie al circuitului magnetic (doi magneţi potcoavă dispuşi simetric). Prin această soluţie se poate dubla forţa alternativă, în schimb se dublează şi rigiditatea suplimentară.

6.2.2. Măsurarea forţei electromagnetului

Forţa produsă de vibratorul electromagnetic poate fi măsurată fie cu un captor de forţe, ceea ce impune o analiză detaliată a răspunsului dinamic al sistemului „vibrator — captor de forţe — structură" şi efectu-

area corecţiilor corespunzătoare, fie prin măsurarea inducţiei magnetice B în întrefier. Măsurarea lui B se poate face fie pe baza valorii curentului de excitaţie i, fie cu bobine de inducţie montate pe cei doi poli, fie cu un generator Hall [6].

a) Măsurarea curentului de excitaţie. Calculul inducţiei magnetice pe baza relaţiei (6.6), în care se măsoară curentul de magetizare i, este o metodă imprecisă, deoarece valoare lui B depinde de inductanţa L care este funcţie de lungimea întrefierului $2x$ şi de reluctanţa fierului, influenţată de histerezis şi de pierderile prin curenţi Foucault.

b) Măsurarea cu bobină de inducţie. O bobină de inducţie dispusă în jurul polilor electromagnetului măsoară fluxul alternativ din circuitul magnetic. Tensiunea electromotoare indusă într-o bobină cu n spire este

$$u = -nS\frac{dB}{dt} = nS\omega B_1 \sin \omega t, \tag{6.12}$$

unde B are expresia (6.9). Integrala tensiunii induse este

$$\int u dt = -nSB_1 \cos \omega t, \tag{6.13}$$

constanta de integrare fiind nulă, deoarece $\int u dt = 0$ pentru $B_1 = 0$.

Conform relaţiei (6.5), forţa produsă de vibrator este

$$F = -\frac{(B_0 + B_1 \cos \omega t)^2 S_0}{2\mu_0} = -\frac{S_0}{2\mu_0}\left(B_0 - \frac{\int u dt}{nS}\right)^2$$

sau

$$F = -\frac{S_0 B_0^2}{2\mu_0} + \frac{B_0 S_0}{\mu_0 n S}\int u dt - \frac{S_0}{2\mu_0 n^2 S^2}\left(\int u dt\right)^2 \tag{6.14}$$

care se poate compara cu (6.10)

Primul termen din expresia (6.14), reprezentînd componenta statică, nu poate fi măsurat cu bobina fluxmetru. El se determină pe baza unor curbe de etalonare statică $F_0 = F_0(I_0, x)$, ridicate cu ajutorul unui dinamometru [7]. Al doilea termen reprezintă forţa alternativă dorită, proporţională cu integrala tensiunii induse. El se determină tot pe baza unor curbe de etalonare $\frac{|F_1 \cos \omega t|}{\left|\int u dt\right|} = \frac{B_0 S_0}{\mu_0 n S} = \frac{|F_1 \cos \omega t|}{\left|\int u dt\right|}(I_0, x)$. Al treilea termen produce distorsionarea formei de undă a forţei produse de vibrator, fiind funcţie de raportul $\frac{B_1}{B_0}$. Alte surse de distorsiuni sînt histerezisul, curenţii Foucault şi imperfecţiunea amplificatorului din circuitul bo-

binei de magnetizare. Faptul că bobina de măsură captează şi fluxul de pierderi, care nu participă la crearea forţei, este o sursă suplimentară de erori.

c) *Măsurarea cu generator Hall.* Generatorul Hall este o plăcuţă semiconductoare care produce o tensiune u_H proporţională cu inducţia magnetică B perpendiculară pe suprafaţa ei

$$u_H = K_H B. \tag{6.15}$$

Prin ridicare la pătrat, pe baza relaţiei (6.5), rezultă

$$u_H^2 = \frac{2\mu_0 K_H^2}{S_0} F = K_1 F. \tag{6.16}$$

Măsurînd deci tensiunea u_H, se determină întreaga forţă F, inclusiv componenta statică şi toate armonicele, rezultatul fiind independent de întrefierul realizat.

Circuitul de alimentare al vibratorului conţine un oscilator şi un amplificator (fig. 6.15), Caracteristica forţă-inducţie (6.5) indică faptul că forţa este proporţională cu pătratul tensiunii semnalului dat de osci-

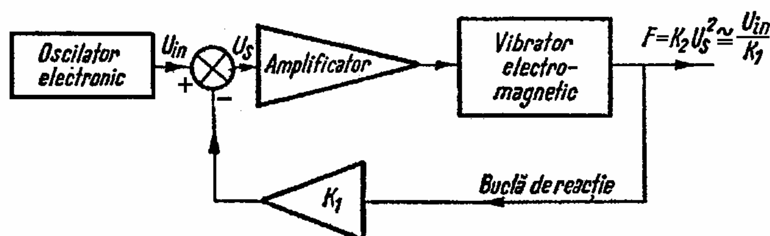


Fig. 6.15

lator. Pentru liniarizarea acestei caracteristici, se introduce o buclă de reacţie cu cîştig K_1 mare.

6.2.3. Caracteristici generale

Forţa maximă produsă de un electromagnet, raportată la unitatea de suprafaţă a întrefierului, pentru o valoare maximă a inducţiei $B = 2\text{T}$ este, conform (6.5)

$$\left(\frac{F}{S_0}\right)_{\max} = \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\,\frac{4}{4\pi 10^{-7}} = 1{,}59 \cdot 10^6\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 159\,\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}.$$

Forţa dinamică maximă depinde de forţa de preîncărcare (componenta statică) şi de frecvenţă. Pentru un vibrator cu generator Hall şi buclă de reacţie [6], avînd masa totală de 3,4 kg, această dependenţă este dată în figura 6.16.

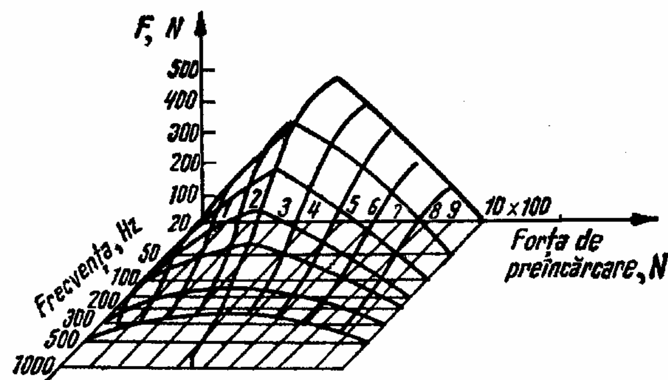


Fig. 6.16

6.3. Vibratoare electrodinamice

6.3.1. Principiul de lucru

Vibratorul electrodinamic este construit pe principiul difuzorului de la un aparat de radio.

În schema din figura 6.17, bobina *1*, înfășurată în jurul cilindrului din material antimagnetic *2*, este alimentată de la un oscilator electronic prin intermediul unui amplificator de putere. Ea se poate deplasa în cîmpul magnetic radial format între piesa *3* și miezul *4*, datorită alimentării în curent continuu a înfășurării *5*. Partea superioară *6* (denumită și „masa" vibratorului) se execută uneori din aluminiu și folosește la fixarea pieselor încercate, de dimensiuni mici. Ea se reazemă și este centrată în întrefier pe arcul de suspensie *7*, care permite doar mișcări axiale, împiedicînd deplasarea laterală sau rotirea bobinei. Alteori piesa *6* este redusă la dimensiuni minime și prevăzută cu un șurub de antrenare 8, care permite fixarea vibratorului de structura încercată.

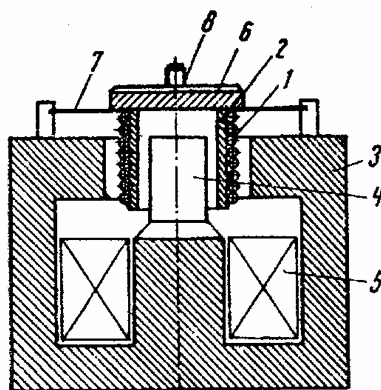


Fig. 6.17

Forța produsă prin interacțiunea între curentul care parcurge bobina și cîmpul magnetic din întrefier (determinînd astfel mișcarea bobinei) este

$$F = Bli = \Gamma i \text{ [N]} \tag{6.17}$$

unde B este densitatea fluxului magnetic în întrefier, T; l — lungimea totală a înfășurării bobinei, m; iar i — intensitatea curentului ce străbate bobina, A.

Spre deosebire de vibratorul electromagnetic, pentru a obține o forță alternativă se poate varia curentul i și nu inducția B; rezultă astfel o forță proporțională cu curentul de excitație, practic independentă de reluctanța circuitului magnetic. De asemenea, dacă bobina se deplasează într-un cîmp magnetic omogen, nu apare componenta forței proporțională cu deplasarea, deci nu se introduce o rigiditate suplimentară.

Cînd bobina este parcursă de un curent cu variaţie armonică în timp, forţa produsă este armonică. Valoarea ei este limitată de răcirea bobinei (la curenţi mari de excitaţie, disiparea de căldură este mare), de materialele şi rezistenţa mecanică a părţilor mobile.

Dacă bobina este parcursă de curent continuu, se produce o forţă statică. Curentul din bobină poate avea deci orice formă, natura forţelor produse de vibratorul electrodinamic fiind foarte diferită: periodice, tranzitorii, aleatoare, şocuri, ceea ce lărgeşte considerabil domeniul lui de utilizare.

Deplasarea bobinei în cîmpul magnetic produce o tensiune contraelectromotoare (indusă) $e = -Blv$ care reduce curentul de excitaţie şi deci micşorează forţa produsă, în condiţiile menţinerii constante a *tensiunii* de intrare. Din acest motiv, vibratoarele electrodinamice care produc forţe de amplitudine constantă primesc semnalul de excitaţie de la un amplificator de putere special, care dă la ieşire un semnal cu *intensitate* de amplitudine constantă. Reversibilitatea fenomenului arată posibilitatea folosirii unui captor de viteze electrodinamic ca vibrator.

Dacă bobina ar fi înfăşurată pe un cilindru metalic, la viteze mari de deplasare s-ar induce curenţi Foucault apreciabili, care produc o amortizare de tip vîscos. La încercarea structurilor slab amortizate, se folosesc vibratoare cu bobina mobilă înfăşurată pe un cilindru din fibră de sticlă, pentru a micşora la minimum amortizarea introdusă de excitator.

Vibratoarele electrodinamice se folosesc atît cu acţionare directă (fig. 6.18 *a* şi *b*), cît şi cu acţionare inerţială (fig. 6.18 *c* şi *d*), construcţia lor diferind sensibil.

În primul caz, suportul bobinei mobile este fixat de structura încercată, iar corpul vibratorului este fie fixat de o bază foarte rigidă (fig. 6.18 *a*), fie suspendat pe arcuri foarte elastice (fig. 6.18 *b*). În general, schema din

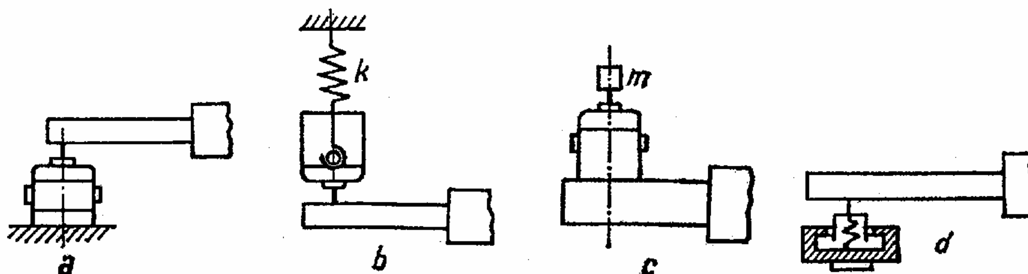


Fig. 6.18

figura 6.18 *a* corespunde încercărilor la fiabilitate, cînd se foloseşte un „vibrator mare" pe masa căruia se montează o „structură mică" — aparat electronic, machetă etc. Schema din figura 6.18 *b* corespunde încercărilor pentru analiza modală a structurilor sau măsurarea impedanţelor mecanice, cînd un „vibrator mic" este folosit pentru excitarea unei „structuri mari" — avion, conductă, construcţie metalică etc. Aceasta deoarece la alegerea unui vibrator pentru o anumită încercare, se urmăreşte ***adaptarea impedanţelor mecanice*** a structurii încercate şi a vibratorului.

Acţionarea inerţială se poate face în două moduri. Pentru excitarea „structurilor mari" — blocuri de fundaţie, planşee, stîlpi etc. — se folosesc vibratoare convenţionale (construite pentru acţionare directă) dar montate ca în figura 6.18 *c*. Corpul vibratorului se fixează direct de struc-

tură, iar la suportul bobinei se atașează o masă suplimentară. Forța produsă asupra structurii este egală cu forța de inerție corespunzătoare accelerației echipamentului mobil al vibratorului.

Uneori vibratorul se montează invers, fixînd suportul bobinei de structură și introducînd un arc suplimentar care să permită vibratorului suportarea propriei greutăți. Pe acest principiu se construiesc vibratoarele proiectate special pentru acționarea inerțială (fig. 6.18 *d*), la care volumul și deci masa circuitului magnetic sînt mult micșorate, folosite mai ales la încercarea în zbor a avioanelor.

În cazurile prezentate mai sus, vibratorul electrodinamic lucrează în contact direct cu structura. Montînd doar bobina pe corpul încercat și renunțînd la suspensia elastică a acesteia, se poate realiza și excitație fără contact cu structura. Este nevoie însă de un întrefier inelar mai mare al circuitului magnetic, un montaj cu o aliniere perfectă a părților și măsurarea într-un punct al structurii în translație rectilinie, pentru a evita eventualele frecări de contact.

6.3.2. Construcția

Proiectarea vibratoarelor electrodinamice se face pe baza unor compromisuri între factorii care determină configurația circuitului magnetic și cei care definesc soluția constructivă a părților mobile.

În *vibratorul cu acționare directă*, cîmpul magnetic constant este foarte mare în comparație cu cîmpul magnetic alternativ creat de bobina de forță, astfel că inducția magnetică B poate fi considerată invariabilă iar forța

$$F = Bli = B\frac{i}{S}V,$$

unde $\frac{i}{S}$ este densitatea de curent în bobină, $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}$, iar V — volumul conductorului bobinei, m^3.

În cazul unui curent sinusoidal, pierderile prin căldura disipată de bobină sînt

$$W = \frac{1}{2}\left(\frac{i}{S}\right)^2 V\rho, \tag{6.18}$$

unde ρ este rezistivitatea materialului conductorului bobinei, $\frac{\Omega\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{m}^2}$.

Mărind inducția B, se poate micșora, pentru $F = \text{const.}$, fie V, fie $\frac{i}{S}$, fie amîndouă și atunci scade și energia disipată (6.18). Se poate de asemenea menține $W = \text{const.}$ și să se reducă greutatea bobinei de excitație. Aceasta este soluția adoptată la vibratoarele cu acționare directă, la care greutatea circuitului magnetic (deci a corpului vibratorului) nu are importanță, în schimb bobina mobilă reprezintă o masă adițională pentru structura încercată.

În figurile 6.19 — 6.21 se arată trei variante constructive de vibratoare electrodinamice folosite în încercări la vibrații [8].

Soluţia din figura 6.19, ca şi cea din figura 6.17, are bobina de excitaţie montată imediat sub „masa” vibratorului. Rezonanţele mecanice ale echipamentului mobil apar deci la frecvenţe ridicate, ceea ce lărgeşte

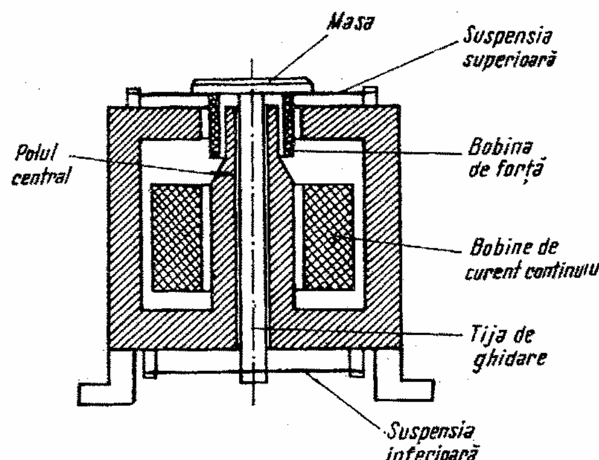


Fig. 6.19

domeniul de utilizare al vibratorului. Masa fiind însă aproape de întrefierul inelar, apare un flux magnetic de dispersie de valori mari, ceea ce impune uneori folosirea unei bobine de demagnetizare sau a unui ecran. Înlocuirea mesei printr-un simplu şurub de antrenare, înlătură acest dezavantaj. Diametrul bobinei şi deci diametrul polului central al circuitului feromagnetic sînt în general limitate de diametrul mesei; la diametre mici există deci pericol de saturaţie a miezului, care devine o sursă de distorsiuni.

La soluţia din figura 6.20, masa vibratorului şi bobina de comandă sînt dispuse la capetele opuse ale unei tije de antrenare, realizîndu-se micşorarea densităţii fluxului de dispersie spre masă. Prin folosirea a două

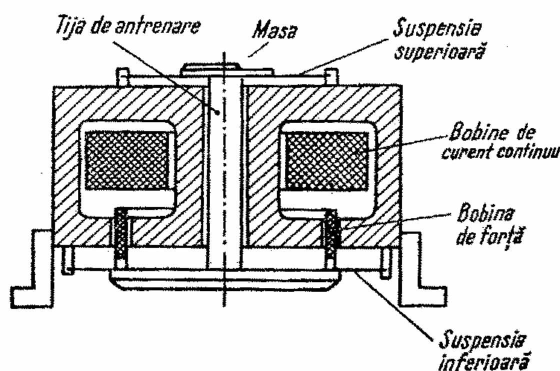


Fig. 6.20

suspensii elastice se realizează o bună ghidare a mesei, apar însă rezonanţe mecanice care limitează domeniul de utilizare al vibratorului la frecvenţe înalte. Diametrul spirelor bobinei de forţă devine independent de diametrul mesei, putînd fi ales mai mare, ceea ce contrabalansează micşorarea forţei efectiv aplicate structurii datorită inerţiei părţilor mobile, duce la evitarea saturaţiei şi facilitează răcirea.

Un compromis se realizează cu soluţia din figura 6.21. Se foloseşte un circuit magnetic dublu, astfel încît întrefierul, cu densitate mărită a fluxului magnetic, este plasat în centrul vibratorului, asigurînd un flux minim de dispersie în exterior. Rigiditatea structurii de legătură dintre masă şi bobină este mai mare decît la soluţia din figura 6.20.

La *vibratoarele cu acţionare inerţială* interesează în primul rînd micşorarea volumului şi deci a greutăţii miezului feromagnetic. Aceasta duce însă la micşorarea inducţiei B. Pentru a menţine valoarea forţei de exci-

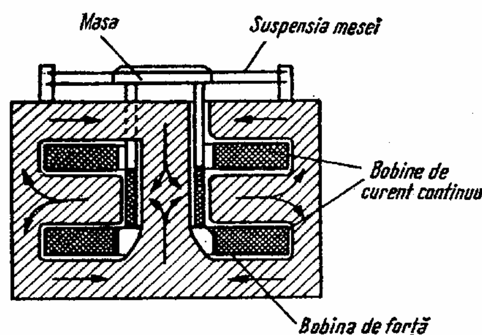


Fig. 6.21

taţie, trebuie mărit produsul il, dar astfel creşte raportul între cîmpul magnetic alternativ creat de bobină şi cîmpul magnetic constant.

Fluxul magnetic alternativ creat de bobină nu se închide în totalitate în întrefier, o parte traversînd circuitul magnetic dispus în paralel (fig. 6. 22) [9]. Rezultă o modulaţie a cîmpului magnetic, care duce la defor-

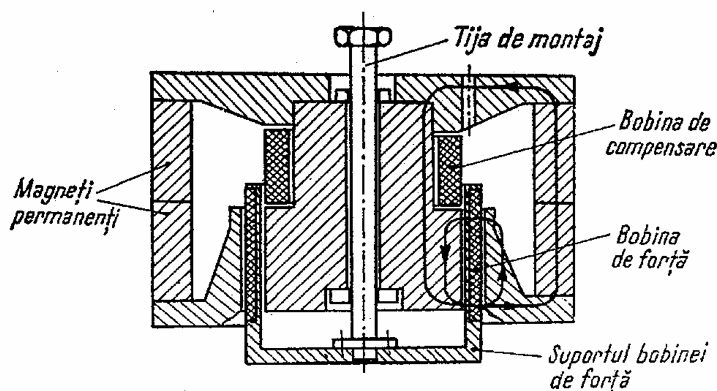


Fig. 6.22

marea formei de undă a forţei de excitaţie de către o componentă cu frecvenţa dublă faţă de cea impusă. De asemenea, apare o componentă continuă, proporţională cu curentul i. Vibratorul fiind suspendat elastic, aceasta îl deplasează din poziţia mediană, limitîndu-i cursa.

Pentru reducerea acestui flux în paralel, se prevede o a doua bobină, dispusă pe miez şi parcursă de curentul de excitaţie. Compensaţia este efectivă doar cînd bobina de forţă ocupă în întrefier poziţia mediană, însă este suficientă pentru a anula pînă la 90% din fluxul alternativ din miezul feromagnetic [9].

Reducerea volumului vibratoarelor cu acţionare inerţială nu este posibilă decît cu preţul unei creşteri sensibile a numărului de amperi-spire al bobinelor de forţă, deci a rezistenţei electrice R şi a inductanţei L a acestora. Rezultă că la forţe egale, aceste vibratoare consumă o putere mai mare (în general dublă) decît vibratoarele cu acţionare directă, fapt de care trebuie ţinut cont la alegerea amplificatoarelor de putere.

6.3.3. Reacţia mişcării bobinei asupra circuitului electric

Se consideră un sistem mecanic cu un grad de libertate, excitat cu un vibrator electrodinamic (fig. 6.23). În circuitul electric s-a notat : R_B — rezistenţa bobinei ; L—inductanţa bobinei ; $\Gamma\dot{x}$—tensiunea electromotoare indusă în bobină ; u — tensiunea sursei ; R_A — rezistenţa sursei. Rezultă

$$L\frac{di}{dt} + (R_B + R_A)i + \Gamma\dot{x} = u \quad (6.19)$$

Ecuaţia mişcării masei m este

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \Gamma\, i, \quad (6.20)$$

unde s-a neglijat inerţia bobinei şi influenţa suspensiei acesteia.

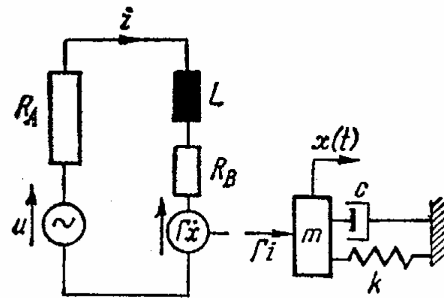


Fig. 6.23

În regim staţionar, se poate nota

$$x = Xe^{i\omega t}, \quad u = Ue^{i\omega t} \quad i = Ie^{i\omega t}, \quad (6.21)$$

astfel că ecuaţiile (6.19) şi (6.20) devin

$$(R + i\omega L)I + i\omega\Gamma X = U, \quad (6.22)$$

$$\Gamma I - (k - m\omega^2 + i\omega c)X = 0,$$

unde $R = R_B + R_A$.

Prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (6.22) se obţine

$$X = \frac{\Gamma U}{(k - m\omega^2 + i\omega c)\,(R + i\omega L) + i\omega\Gamma^2}, \quad (6.23)$$

$$I = \frac{U}{R + i\omega L + i\omega\dfrac{\Gamma^2}{k - m\omega^2 + i\omega c}}. \quad (6.24)$$

Forţa excitatoare $f = Fe^{i\omega t}$ are deci amplitudinea complexă

$$F = \Gamma I = \frac{\Gamma U}{R + i\omega L + i\omega\dfrac{\Gamma^2}{k - m\omega^2 + i\omega c}}. \quad (6.25)$$

În cazul folosirii unei surse cu tensiune de amplitudine constantă, forța produsă de vibrator este deci dependentă de frecvență, amplitudinea ei scăzînd pronunțat la frecvența de rezonanță a sistemului excitat.

Dacă impedanța electrică a bobinei în repaus este predominant rezistivă, pentru $L = 0$, expresia (6.25) devine

$$F = \frac{U}{\dfrac{R}{\Gamma} + \dfrac{\Gamma}{c + \mathrm{i}\left(\omega m - \dfrac{k}{\omega}\right)}}. \qquad (6.26)$$

Variația cu pulsația a modulului acestei expresii este prezentată în figura 6.24. Pentru ca micșorarea forței la rezonanță să fie minimă, trebuie ca Γ să fie mic, iar R — mare, ceea ce în ambele cazuri duce la soluții ineficiente.

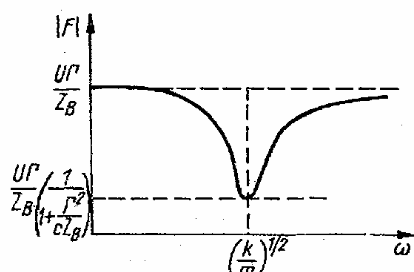


Fig. 6.24

Prin introducerea unor circuite de compensație sau prin servocontrolul mișcărilor elementului mobil este posibilă „compensarea” variației forței cu frecvența, produsă de rezonanțele sistemului încercat. Soluția cea mai simplă însă este folosirea unei surse de curent de amplitudine constantă, prima egalitate (6.25) indicînd că în acest caz forța este independentă de pulsația excitatoare.

Dacă se întrerupe alimentarea circuitului bobinei ($u = 0$) și se consideră că o forță $f_1 = F_1 e^{i\omega t}$ întreține regimul staționar de vibrații, ecuațiile (6.22) devin

$$\begin{aligned} &(R + \mathrm{i}\omega L)I + \mathrm{i}\omega\Gamma X = 0,\\ &-\Gamma I + (k - m\omega^2 + \mathrm{i}\omega c)X = F_1, \end{aligned} \qquad (6.27)$$

de unde, prin eliminarea lui I, se obține

$$\left(k - m\omega^2 + \mathrm{i}\omega c + \mathrm{i}\omega\frac{\Gamma^2}{R + \mathrm{i}\omega L}\right)X = F_1$$

sau

$$\left[-m\omega^2 + \mathrm{i}\omega\left(c + \frac{\Gamma^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2}\right) + \left(k + \frac{\Gamma^2 L}{\dfrac{R^2}{\omega^2} + L^2}\right)\right]X = F_1. \qquad (6.28)$$

Rezultă că datorită cuplajului între sistemul mecanic și cel electric în sistemul mecanic se introduce o amortizare suplimentară, care scade cu creșterea pulsației, și o rigiditate suplimentară, care crește cu creșterea pulsației [10]. Acestea trebuie luate în considerație la măsurarea amortizării unei structuri, care mai întîi este supusă la un regim staționar de vibrații forțate, cu ajutorul unui vibrator electrodinamic și apoi, după întreruperea excitației, execută vibrații libere amortizate.

6.3.4. Răspunsul în frecvență

În figura 6.25 se arată caracteristica răspunsului în frecvență al unui vibrator acționat de la o sursă de curent de amplitudine constantă. Se disting patru zone diferite.

În zona I, la frecvențe inferioare rezonanței mecanice a „masei" pe suspensia proprie, forța și deplasarea sînt practic în fază. Amplitudinea mișcării este determinată în primul rînd de rigiditatea suspensiei.

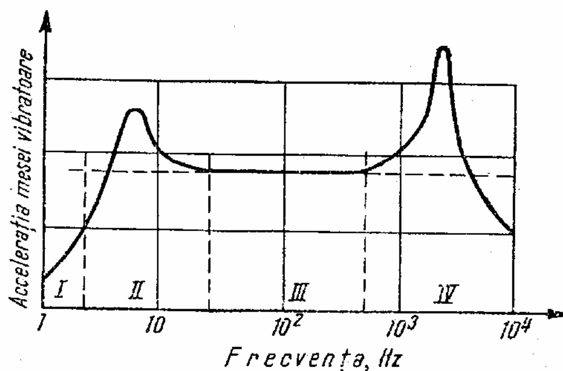


Fig. 6.25

Pentru a menține mișcarea sînt necesare forțe și deci curenți mici, dar forma de undă a forței produse este distorsionată de neliniaritatea suspensiei și de rezistența aerului deplasat în timpul mișcării. În cazul limită al alimentării în curent continuu, se dezvoltă o forță constantă care produce o deplasare a elementului mobil determinată de rigiditatea statică a suspensiei. Prin legarea vibratorului de un dinamometru și măsurarea forței produse la diferite valori ale intensității curentului de excitație, se poate face o etalonare a excitatorului, determinînd valorile constantei

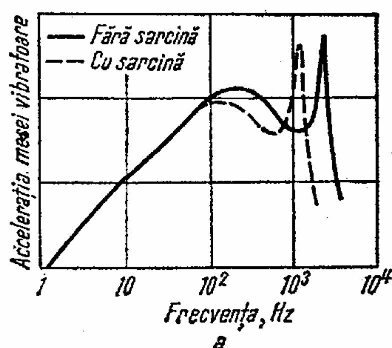
$$\Gamma = Bl = \frac{F}{i}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}}\right]$$

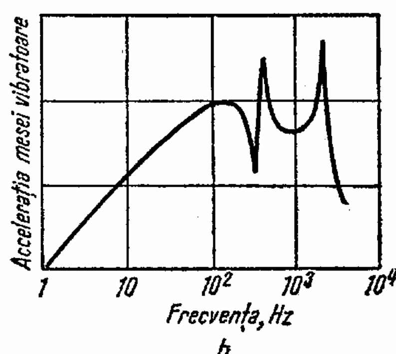
pentru diferite valori ale cursei bobinei.

În zona II, apare rezonanța mecanică a echipamentului mobil, forțele de amortizare limitează amplitudinea deplasării, iar răspunsul este determinat în primul rînd de viteza mișcării. La frecvența de rezonanță, impedanța mecanică este minimă, iar cea electrică este maximă. Variații mici de frecvență produc aici variații mari ale fazei între forță (deci curent) și mișcarea bobinei, influențate și de histerezisul magnetic, rezultînd forme de undă puternic distorsionate.

În zona III, răspunsul are accelerație de amplitudine relativ constantă, deci se recomandă funcționarea în acest domeniu de frecvență. În zona IV, mișcarea bobinei este defazată cu 180° în urma forței, iar răspunsul este determinat în primul rînd de accelerație. Aici apare rezonanța datorită elasticității suportului bobinei și sistemului de prindere.

În cazul acționării de la o sursă de tensiune constantă, caracteristica răspunsului în frecvență are alura din figura 6.26 [1]. Maximul aplatisat care apare la frecvențe joase se datorește rezonanței electrice în circuitul bobinei de forță. Descreșterea ulterioară este determinată de inductanța bobinei, iar maximul de la frecvențe înalte — de rezonanța mecanică axială a suportului bobinei.





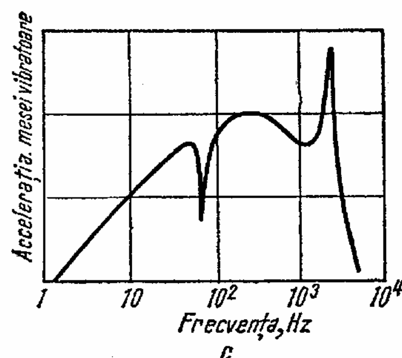


Fig. 6.26

Figura 6.26 *a* prezintă accelerația mesei vibratorului în cazul cînd acesta lucrează fără sarcină (linie continuă) sau acționează o sarcină nerezonantă (linie întreruptă), care se comportă ca o masă rigidă.

Acționarea unei structuri rezonante modifică răspunsul în frecvență al mesei ca în figura 6.26 *b*, unde minimul și maximul suplimentar indică (ceea ce se numește) o „rezonanță reflectată". Minimul indică o reducere sensibilă a accelerației mesei la pulsația la care structura atașată lucrează ca un absorbitor dinamic. Maximul indică creșterea accelerației mesei vibratorului datorită rezonanței structurii. Dacă rezonanța reflectată apare în zona de frecvențe relativ joase, curba de răspuns în frecvență are alura din figura 6.26 *c*, iar maximul, fiind puternic amortizat, nu mai depășește răspunsul asimptotic.

În general, în cazul acționării unei structuri cu mai multe rezonanțe, caracteristica răspunsului în frecvență este mai complicată decît cea din figura 6.26, existînd mai multe minime și maxime intermediare.

6.3.5. Măsurarea forței produse de vibrator asupra structurii

În general, forța produsă de vibratorul electrodinamic asupra structurii excitate diferă de forța electromagnetică (6.17) care se exercită asupra bobinei mobile.

În figura 6.27 *a* se arată un montaj avînd un vibrator cu acționare directă, legat de un sistem cu un grad de libertate. În figura 6.27 *b* se prezintă sistemul echivalent cu parametri concentrați, unde s-a notat: m_1 — masa bobinei și a părților mobile ale vibratorului, m_2 — masa corpului vibratorului, m_s — masa echivalentă a structurii, k_1, c_1 — constanta elastică și coeficientul de amortizare ale suspensiei bobinei, k_2 și c_2 — constanta elastică și coeficientul de amortizare ale suspensiei exterioare a vibratorului, k_s și c_s — valorile corespunzătoare structurii, $f = \Gamma i$ — forța electromagnetică.

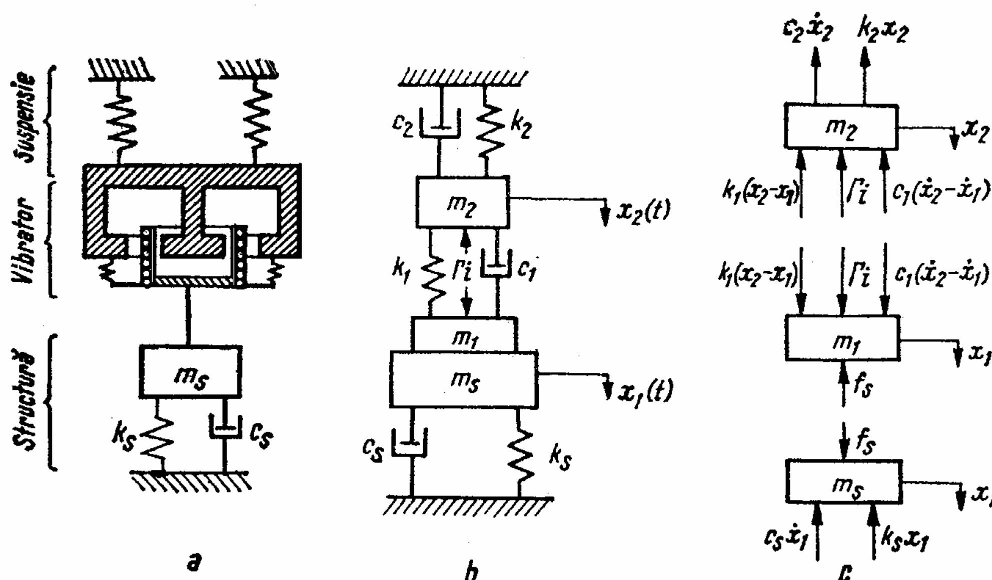


Fig. 6.27

Dacă se pune în evidență forța aplicată structurii f_s, ecuațiile de mişcare ale celor trei mase sînt următoarele (fig. 6.27 *c*):

$$\begin{aligned} & m_2\ddot{x}_2 + (c_1 + c_2)\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_2 = c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 - \Gamma i, \\ & m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1 x_1 = c_1\dot{x}_2 + k_1x_2 + \Gamma i - f_s, \\ & m_s\ddot{x}_1 + c_s\dot{x}_1 + k_sx_1 = f_s. \end{aligned} \tag{6.29}$$

A doua ecuație (6.29) se mai poate scrie

$$\Gamma i - f_s = m_1\ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2). \tag{6.30}$$

Aceasta arată că diferența între forța electromagnetică Γi şi cea aplicată structurii, f_s, se datorește inerției bobinei mobile precum şi caracteristicilor elastice şi de amortizare ale suspensiei acesteia. La încercarea modelelor sau machetelor de dimensiuni mici, masele m_1 şi m_s pot fi comparabile, iar la încercarea structurilor foarte slab amortizate, coeficientul c_1 poate depăși de multe ori c_s, fapt de care trebuie ținut cont dacă interesează o măsurare precisă a forței, respectiv a amortizării. În acest caz, forța excitatoare nu mai poate fi calculată cu formula (6.17), pe baza curentului din circuitul bobinei de forță şi se recurge la un captor de forțe montat între bobină şi structură.

În general, suspensia k_2 este foarte elastică, iar masa m_2 este mare în comparație cu $(m_s + m_1)$, deci rezonanța masei m_2 apare la frecvențe joase. Ca şi în cazul vibratoarelor foarte mari, se consideră $x_2 = 0$ şi calculele se fac pe baza modelului simplificat din figura 6.28.

În figura 6.29 *a* se arată schema unui montaj avînd un vibrator cu acționare inerțială, legat de o structură rezonantă modelată ca un sistem cu un grad de libertate. La vibratoarele special proiectate pentru acțio-

nare inerţială, m_1 este masa bobinei, arcul k_1 fiind relativ rigid pentru a susţine masa m_2 a corpului vibratorului. În aplicaţii unde se folosesc vibratoare convenţionale, m_2 este masa bobinei plus o greutate suplimen-

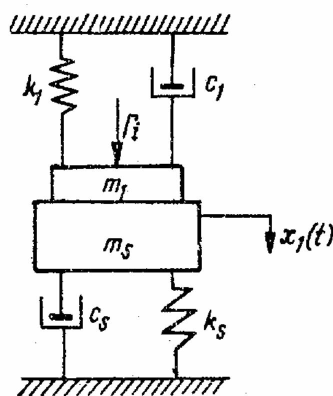
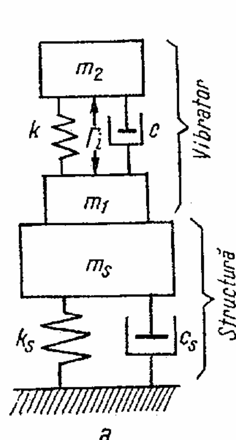


Fig. 6.28



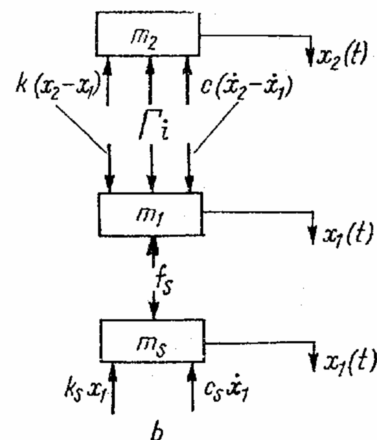


Fig. 6.29

tară pentru mărirea forţei, iar m_1 este masa corpului vibratorului fixat direct de structură.

Dacă se pune în evidenţă forţa f_s transmisă structurii (fig. 6.29 *b*), ecuaţiile de mişcare ale celor două mase sînt:

$$m_2\ddot{x}_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k(x_2 - x_1) = -\Gamma i,$$
$$m_1\ddot{x}_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k(x_1 - x_2) + f_s = \Gamma i, \quad (6.31)$$

de unde se obţine

$$f_s = -m_1\ddot{x}_1 - m_2\ddot{x}_2. \quad (6.32)$$

Cum de obicei $x_2 > x_1$ şi $m_2 > m_1$, rezultă $f_s \cong -m_2\ddot{x}_2$, care se determină măsurînd acceleraţia masei m_2.

Amortizarea c este cauza defazajului între curent şi forţă. Folosirea inelelor de amortizare în întrefier, utilizate la unele difuzoare şi excitatoare de la mese vibrante (v. vibratorul Brüel & Kjaer, tip 4290) nu poate fi admisă dacă determinările cantitative se fac luînd ca referinţă amplitudinea şi faza curentului din bobina de forţă.

6.3.6. Caracteristicile unui vibrator folosit pentru cercetare

Un vibrator electrodinamic folosit pentru studii de vibraţii ar trebui să îndeplinească următoarele condiţii: *a*) forma de undă a vibraţiei mesei sau a forţei de excitaţie să nu fie distorsionată; *b*) mişcările structurii excitate să nu producă o reacţie asupra forţei de excitaţie; *c*) vibratorul să nu modifice caracteristicile dinamice ale sistemului excitat, prin adăugarea de masă, rigiditate sau amortizare; *d*) amplitudinea şi frecvenţa forţei să fie reglabile independent; *e*) dacă se folosesc mai multe vibratoare simultan, fazele forţelor respective să fie invariabile. Randamentul transformării energiei electrice în energie mecanică este o problemă secundară. Folosirea vibratorului fiind intermitentă, preţul de cost este în raport direct cu precizia cerută.

În general nu se poate realiza un vibrator care să răspundă la toate aceste cerințe. Parte din ele pot fi îndeplinite cu următoarele precauții: *a*) cîmpul magnetic permanent să fie foarte mare în raport cu cîmpul produs de bobina de forță; *b*) impedanța sursei din circuitul bobinei să fie foarte mare, pentru a asigura independența celor două fluxuri din întrefier; *c*) bobina mobilă să aibă deplasări mici în raport cu lungimea întrefierului; *d*) saturația circuitului magnetic să fie evitată; *e*) curentul continuu din bobina mobilă să fie evitat; *f*) curenții Foucault în sistem să fie reduși la minimum; *g*) fluxul magnetic de dispersie în jurul circuitului principal să fie diminuat cu bobine de demagnetizare sau ecrane, în special în vecinătatea mesei; *h*) rezonanța axială a suportului bobinei să apară la frecvențe cît mai înalte. La acestea se adaugă cerințe privind greutatea, volumul, maniabilitatea și fidelitatea în timp a vibratorului [11].

6.3.7. Domeniul de utilizare

Folosirea vibratoarelor electrodinamice este limitată (de performanțele acestora) la încercări cu forțe relativ mici (sub 30 000 N), deplasări mici (pînă la 25 mm) și frecvențe relativ înalte (de la 5 Hz la 20 kHz). Ele au o rezistență mecanică mică la sarcini transversale față de direcția mișcării, necesită surse de putere relativ mari și grele, au rezistență mică la suprasolicitări.

Raportul $\dfrac{\text{forța de excitație}}{\text{greutatea bobinei mobile}} = \dfrac{\frac{i}{S}BV}{V\gamma} = \dfrac{i}{S}\,\dfrac{B}{\gamma}$, unde γ este greutatea specifică a conductorului bobinei, are valori pînă la 150, în timp ce la vibratoarele electromagnetice el ajunge pînă la numai 20.

La vibratoarele mici, constanta $\Gamma = \dfrac{F}{i} = 10\ .\ .\ .\ 20 \left[\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}}\right]$.

Folosirea oscilatorului electronic pentru producerea semnalului de intrare permite menținerea unui grad înalt de precizie și stabilitate a frecvenței de lucru. De asemenea, se pot simula ușor diferite tipuri de șocuri și mișcări tranzitorii, prin alegerea corespunzătoare a semnalului generat de oscilator.

În afara vibratoarelor cu mișcare de translație, tratate mai sus, se construiesc vibratoare pentru excitarea vibrațiilor de răsucire.

6.4. Vibratoare hidraulice

6.4.1. Construcția

Vibratorul hidraulic este un dispozitiv care utilizează energia unui curent de fluid la presiune înaltă, pentru realizarea unei mișcări alternative a pistonului unui servomotor de acționare. În figura 6.30 se dă schema bloc a componentelor unui sistem de acționare electrohidraulic.

Particularitatea esențială constă în amplificarea hidraulică a mișcării unui distribuitor acționat electric și reglarea mișcării pistonului printr-un traductor (de forțe sau de deplasări) introdus pe o legătură de reacție. Performanțele sînt limitate de accelerația maximă ce se poate

atinge la distribuitorul de comandă, de debitul de fluid ce se poate obține la frecvențe înalte, de suprafața efectivă și cursa pistonului de acționare, de masa sarcinii etc.

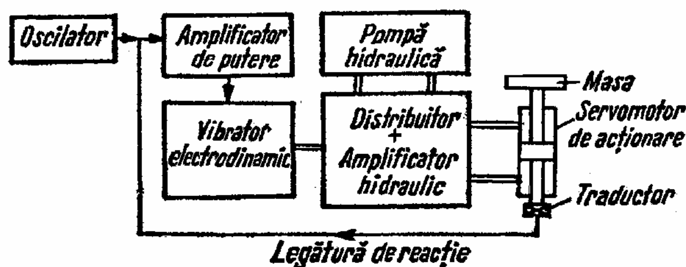


Fig. 6.30

6.4.2. Răspunsul în frecvență

Firmele furnizoare prezintă răspunsul în frecvență al unui vibrator hidraulic sub forma unor grafice ca cele din figura 6.31. Se pot distinge următoarele porțiuni caracteristice: la frecvențe foarte joase, vibrația este limitată de cursa pistonului de acționare (linia I). La frecvențe ceva mai mari, debitul pompei de ulei, aria pistonului de acționare și pierderile

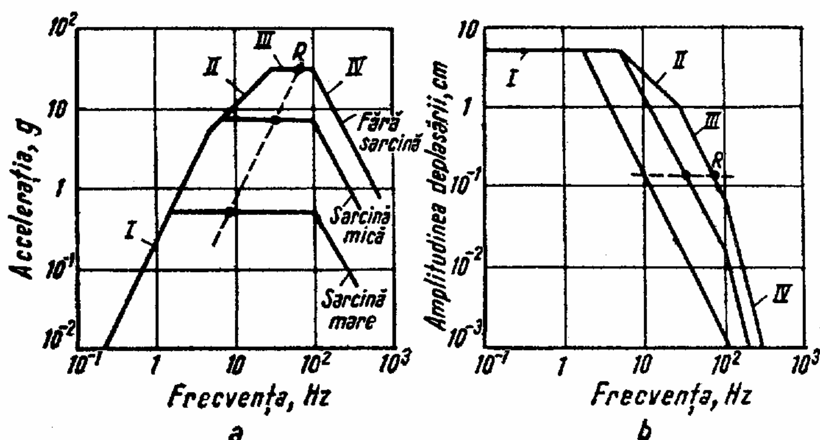


Fig. 6.31

în supapele de comandă limitează viteza maximă (linia II). Greutatea așezată pe masa vibratorului (sarcina) limitează apoi accelerația maximă (linia III) care poate fi menținută constantă pînă cînd debitul necesar depășește debitul disponibil la distribuitor. Peste această limită, compresibilitatea uleiului reduce forța efectivă, iar accelerația variază invers proporțional cu pătratul frecvenței (linia IV). Punctul *R* corespunde rezistenței coloanei de ulei în servomotorul de acționare. Pentru a menține accelerația nominală constantă în zona III, sub această frecvență debitul necesar este invers proporțional cu frecvența, iar deasupra acesteia, debitul necesar este direct proporțional cu frecvența. Cînd sarcina vibratorului este mare, zona II poate lipsi din linia de răspuns.

În general, cursa pistonului de acționare trebuie menținută la o valoare minimă, pentru a reduce volumul uleiului din servomotor. Lungimea cursei este însă determinată de performanțele necesare la frecvențe joase, unde realizarea unei accelerații mari cere curse lungi.

6.4.3. Caracteristici generale

Vibratoarele hidraulice nu au practic o frecvenţă limită inferioară de lucru. Domeniul uzual de frecvenţe ajunge pînă la 150 Hz, însă se fabrică şi vibratoarele cu cursă mică, pentru funcţionare pînă la 500 Hz. În general, lungimea cursei este de $\pm$ 50 mm iar la frecvenţe joase se realizează uşor curse de $\pm$ 150 mm. Forţa produsă este mare, de obicei între 2 000 şi 450 000 N. Greutatea vibratoarelor hidraulice este în general mică în raport cu forţele pe care le produc, totuşi instalaţia hidraulică de acţionare completă este voluminoasă. Forma undei mişcării pistonului de acţionare nu este atît de bună ca la vibratoarele electrodinamice, datorită distorsiunilor introduse chiar de distribuitor şi de frecările din servomotorul de acţionare.

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 6

1. HARRIS, C.M., CREDE, CH., (red.), *Şocuri şi vibraţii* (trad. din l. engleză), vol. II, Editura tehnică, Bucureşti, 1968.
2. BUZDUGAN, GH., *Dinamica fundaţiilor de maşini*, Editura Academiei R.S. România, Bucureşti, 1968.
3. RICHART, F.E.Jr., HALL, J.R. Jr., WOODS, R.D., *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1970.
4. BUZDUGAN, GH., *Dynamique des fondations de machines*, Éditions Eyrolles, Paris, 1972.
5. LORENZ, H., *Grundbau—Dynamik*, Springer—Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1960.
6. de RO, M., *Mesure et linéarisation de la force de l'excitateur magnétique au moyen de générateurs de Hall*, Annals of the C.I.R.P., **17**, 401—408 (1969).
7. LOMBARD, J., MIRSKI, F., *Mesure de l'effort dynamique developpé par un excitateur électromagnétique*, Annals of the C.I.R.P., **17**, 503 — 510 (1969).
8. GROOTENHUIS, P., GEARING, J. W., *Design of electromagnetic vibration generators*, Proc. Conf. "Machines for Materials and Environmental Testing," Inst. Mech. Engrs. and S.E.E., Part 3 (1965).
9. de VRIES, G., *Quelques points particuliers de la technique d'excitation en vol par vibreurs harmoniques*, La Recherche Aéronautique, *68*, 47—53 (1959).
10. de VRIES, G., *Les excitateurs électriques*, La Recherche Aéronautique, *41*, 35—45 (1954).
11. de VRIES, G., *Utilisation de l'excitateur électrodynamique en tant qu'instrument de mesure de précision*, La Recherche Aéronautique, *78*, 47—55 (1960).

CAPITOLUL 7

MONTAJE ŞI PROCEDEE PENTRU MĂSURAREA VIBRAŢIILOR

7.1. Alegerea componentelor sistemului de măsură

Alegerea celor mai adecvate componente ale sistemului de măsură se face în funcţie de mai mulţi factori, printre care se pot enumera:

— locul şi direcţia măsurării, spaţiul disponibil pentru captor şi pentru aparate;
— domeniul de frecvenţe şi de amplitudini;
— precizia necesară;
— condiţiile de mediu ambiant;
— forma înregistrării finale dorite;
— numărul mărimilor fizice înregistrate simultan;
— felul analizei: în domeniul timpului sau în domeniul frecvenţelor;
— durata măsurărilor;
— consideraţii financiare;
— experienţa personalului.

Alegerea captorilor se face în funcţie de amplitudinea (prezumptivă sau predeterminată a) mărimii măsurate, domeniul de frecvenţe şi greutatea relativă în raport cu structura măsurată. După cum s-a arătat în paragraful 1.4, pentru vibraţii de frecvenţă joasă şi amplitudine mare se aleg *captori de deplasări*, iar pentru şocuri şi vibraţii de frecvenţe înalte se aleg *captori de acceleraţii*.

Captorii de acceleraţii piezoelectrici au căpătat, relativ recent, o largă întrebuinţare, datorită gabaritului şi greutăţii mici, lipsei părţilor în mişcare relativă, domeniului larg de frecvenţe şi posibilităţii obţinerii, prin integrare, a vitezei şi deplasării.

Captorii de viteze sînt preferaţi uneori deoarece multe norme şi specificaţii sînt scrise în funcţie de valoarea eficace a vitezei — direct proporţională cu energia care produce mişcarea vibratorie. Totuşi, adesea ei au dimensiuni mari — ceea ce ridică problema instalării — şi cuprind părţi mobile delicate, supuse la frecări şi uzură.

Captorii de deplasări au un domeniu de frecvenţe relativ redus, iar gabaritul mare determină suprafeţe mari de montaj, care pot mări rigiditatea locală a structurilor mici şi elastice. Totuşi, la măsurarea vibraţiilor de amplitudini mari sînt preferaţi celorlalţi, folosindu-se chiar aparate pur mecanice.

La folosirea accelerometrelor piezoelectrice se poate alege între un preamplificator de tensiune şi un preamplificator de sarcină. Cu ajutorul *preamplificatorului de tensiune*, capacitatea totală a circuitului este micşorată foarte mult, astfel încît în sistemul de măsură se transmite un semnal avînd cea mai mare valoare posibilă a tensiunii. Cu ajutorul unui *pre-*

amplificator de sarcină, accelerometrul este încărcat cu o capacitate de șuntare atît de mare încît semnalul transmis în sistemul de măsură devine independent de mici variații ale capacității cablurilor, ce apar la modificarea lungimii acestora.

Forma înregistrării finale dorite determină o bună parte a sistemului de măsură. Înregistrarea pe hîrtie sau film oferă un mijloc simplu și convenabil de detectare a unor tendințe în desfășurarea fenomenelor, fiind în schimb o „înregistrare definitivă", un produs final, care nu mai poate fi analizat apoi de aparate, ci trebuie citită de operator înainte de a o folosi la calcule ulterioare. În schimb, înregistrarea electrică, fie pe bandă magnetică, fie în memorii electrostatice create pentru calculatoarele numerice, prezintă avantaje substanțiale.

În cazul datelor cu variație lentă în timp, comprimarea scării timpului permite translații în frecvență ale spectrului și deci utilizarea unor analizoare de frecvență cu caracteristici superioare. Dintr-o cantitate mare de date acumulate se poate extrage o mică parte, care prezintă interes deosebit și care poate fi apoi analizată în detaliu. Similar, din orice segment de date se pot crea funcții periodice (prin analiza unei bucle de bandă magnetică), care pot fi analizate ulterior cu metode mai simple.

La analiza în frecvență a semnalelor, aparatele sînt cu atît mai complicate cu cît este nevoie de o selectivitate în frecvență mai mare și cu cît durata analizei trebuie să fie mai scurtă. Astfel, dacă la analiza nivelului zgomotelor din unele încăperi sau spații productive sînt suficiente filtre de octavă sau de 1/3 de octavă, pentru identificarea surselor de zgomote și vibrații prin analiza în frecvență sînt necesare filtre de bandă îngustă, cu lățime de bandă constantă, iar pentru analiza semnalelor nestaționare — analizoare în timp real, cu filtru reglabil continuu (urmăritor) și memorii numerice pentru compresia timpului.

Relativ recent au căpătat o largă utilizare *aparatele numerice* care au următoarele avantaje față de cele analogice : viteză de măsurare, precizie și siguranță în funcționare ; prelucrarea concomitentă a unei cantități mai mari de date ; posibilitatea cuplării directe la calculatoare numerice. Costul ridicat este încă dezavantajul principal, deși pentru măsurări precise de laborator și pentru controlul proceselor automatizate se preferă aparatele numerice.

În bună parte, alegerea aparatelor este condiționată de o înțelegere și definire clară a problemei dinamice studiate, a condițiilor de executare a măsurărilor și a metodei experimentale alese.

La același rezultat se poate ajunge pe mai multe căi, folosind montaje diferite, alegerea finală fiind decisă de probleme de cost, instalare și întreținere.

7.2. Montaje de bază pentru măsurarea formei de undă a semnalelor

În acest paragraf se prezintă cîteva din metodele „clasice" de măsurare a vibrațiilor, care apelează la un minimum de aparatură și prin care se determină nivelul global al vibrației. Se spune că se face o „măsurare liniară", în sensul că nu se folosesc filtre în vederea analizării semnalelor, deci toate componentele armonice ale semnalului de intrare sînt prelucrate la fel, desigur în limitele domeniului de funcționare liniară a sistemului de măsură.

Analiza rezultatelor acestor măsuri este concludentă doar atunci cînd semnalele au o formă de undă relativ simplă, deci cînd conţin componente cuprinse într-un domeniu relativ îngust de frecvenţe. Se apreciază că dacă semnalul conţine fundamentala şi mai mult de cinci armonice, analiza în domeniul timpului pe baza unei vibrograme devine dificilă, nemai oferind informaţii detaliate şi precise asupra fenomenelor, fiind necesară filtrarea semnalului.

Pentru măsurări prospective, în scopul determinării ordinului de mărime al vibraţiilor, precum şi la unele măsurări pe teren, unde nu se impune o precizie deosebită sau efectuarea analizei semnalelor, se foloseşte un echipament compus din cîteva elemente de bază, de multe ori portativ şi alimentat cu baterii.

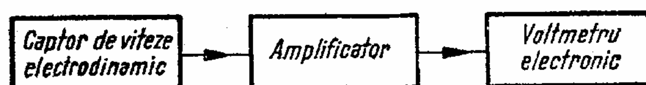


Fig. 7.1

Cînd este necesar să se măsoare doar amplitudinea vibraţiei, este suficient un montaj ca cel din figura 7.1, la care trebuie cunoscută sensibilitatea captorului şi la care voltmetrul indică, în funcţie de modul de etalonare al scalei : elongaţia maximă pozitivă sau negativă, amplitudinea, valoarea medie pătratică, rădăcina medie pătratică, valoarea eficace.

Această schemă stă la baza construcţiei unor *vibrometre portative*, folosite pentru măsurarea nivelului vibraţiilor sau pentru prima fază a unui studiu experimental, în care se localizează zone şi elemente cu amplitudini mari de vibraţie. Captorul este ţinut în mînă, iar amplificatorul şi voltmetrul — cu scala etalonată în mărimi ce caracterizează vibraţia (deplasare, viteză, acceleraţie) — sînt purtate cu o curea trecută peste gîtul operatorului. Se determină astfel ordinul de mărime al nivelului vibra-

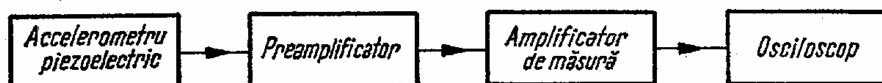


Fig. 7.2

ţiilor, putîndu-se trasa şi „hărţi modale" — fie ca linii de egală amplitudine a vibraţiei, fie ca forme deformate ale elementelor liniare, determinîndu-se liniile nodale.

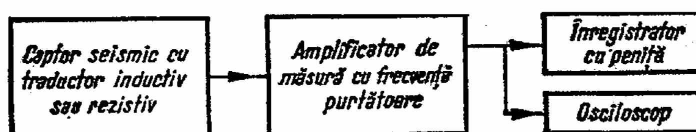


Fig. 7.3

În acelaşi scop este folosit montajul din figura 7.2. În lipsa voltmetrului, amplitudinea vibraţiei se măsoară prin deplasarea verticală a spotului osciloscopului faţă de transparentul cu scară milimetrică din faţa ecranului tubului catodic. În acest caz este necesară o etalonare prealabilă.

Date mai complete asupra semnalului se obţin prin examinarea unei vibrograme înregistrate cu montajul din figura 7.3.

Dacă se utilizează un captor de deplasări cu traductori tensometrici rezistivi, se trasează întîi „linia de zero" A (fig. 7.4), derulînd hîrtia înregistratorului cînd captorul este în repaus și puntea echilibrată.

Se trasează apoi linia B, corespunzătoare unei deplasări cunoscute d a masei seismice, realizată în repaus,cu ajutorul unui șurub micrometric

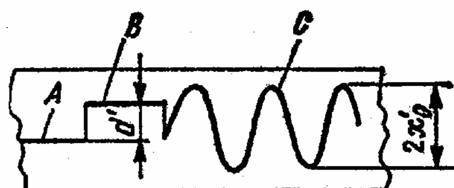


Fig. 7.4

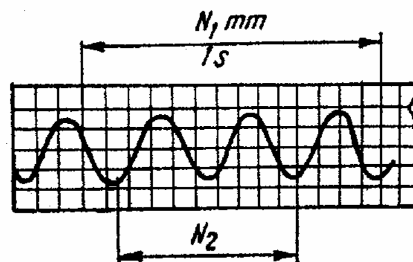


Fig. 7.5

a cărui deplasare axială este egală cu pasul filetului înmulțit cu numărul de rotiri. Se înregistrează apoi vibrograma C.

Dacă distanța între liniile A și B este d', iar dublul amplitudinii măsurate pe vibrogramă este $2x_0'$, amplitudinea deplasării măsurate este

$$x_0 = \frac{x_0'}{d'} d. \tag{7.1}$$

În cazul vibrațiilor periodice, frecvența se poate măsura cu ajutorul unor vibrograme pe care se înregistrează și o bază de timp. De obicei, pe hîrtia vibrogramei este trasat un caroiaj milimetric și se cunoaște viteza de deplasare a hîrtiei (față de peniță). Se poate determina deci numărul N_1 de milimetri corespunzător deplasării hîrtiei într-o secundă, iar pe vibrogramă se măsoară numărul de milimetri N_2 corespunzător la n perioade de oscilație (fig. 7.5). Frecvența vibrației se calculează cu relația

$$f = n \frac{N_1}{N_2} \text{ [Hz]}. \tag{7.2}$$

Uneori, datorită variației tensiunii de alimentare a înregistratorului, viteza de derulare a hîrtiei nu este constantă.Se recomandă fie folosirea relației (7.2) pentru o valoare mare a lui n, determinînd astfel o frecvență medie, fie înregistrarea unei baze de timp simultan cu vibrograma.

La înregistrarea fenomenelor nestaționare, de exemplu vibrațiile produse de un motor cu turație variabilă, este utilă trasarea bazei de timp folosind semnalul dat de un traductor inductiv sau capacitiv fără contact cu structura, care produce impulsuri la trecerea prin fața lui a unei proeminențe care se rotește odată cu arborele motorului (fig. 7.6).

Vibrograme se pot obține și cu ajutorul osciloscopului, oprind baza de timp a acestuia și înregistrînd deplasarea verticală a spotului pe film, cu o cameră montată în fața ecranului tubului catodic.

Dacă se folosește baza de timp a osciloscopului, se reglează constanta de timp pînă imaginea devine staționară, apoi cu ajutorul caroiajului de

pe transparentul din fața tubului se măsoară amplitudinea semnalului (de obicei — dublul amplitudinii). Folosind un osciloscop cu două spoturi se pot face măsurări de amplitudine și frecvență. Utilizînd un semnal de referință de la un generator de frecvență, se modifică amplitudinea și frecvența acestuia pînă ce imaginile celor două semnale se suprapun.

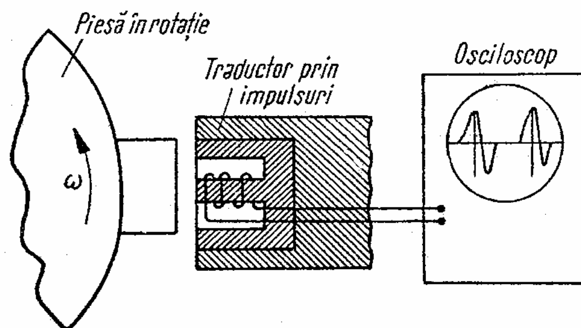


Fig. 7.6

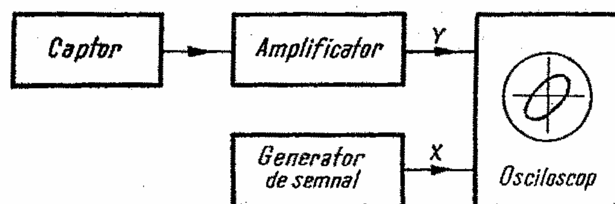


Fig. 7.7

Pentru determinarea precisă a frecvenței semnalelor sinusoidale se recomandă frecvențmetrele electronice cu afișare numerică.

Prin compararea cu un semnal de referință de frecvență cunoscută, aplicat pe plăcile de deviație orizontală ale osciloscopului, frecvența semnalului analizat — aplicat pe plăcile de deviație verticală, se poate determina cu ajutorul figurilor Lissajous, folosind montajul din figura 7.7.

Pe același principiu se bazează vizualizarea traiectoriei fusului unui arbore în rotație, care execută vibrații transversale. Aceasta se obține introducînd pe plăcile corespunzătoare de deflecție ale unui osciloscop semnalele date de doi traductori fără contact, montați în lagăr, pe direcție verticală și orizontală.

Cu ajutorul osciloscopului se poate măsura și defazajul a două vibrații sinusoidale, de aceeași frecvență, prin *metoda elipsei*. Aplicînd cele două semnale la intrările X și Y ale osciloscopului (fig. 7.8 *a*), pe ecran apare o elipsă (fig. 7.8 *b*). Măsurarea segmentelor AA' și BB' permite calcularea valorii absolute a defazajului, cu relația

$$\varphi = \arcsin \frac{AA'}{BB'}. \qquad (7.3)$$

Semnul lui φ poate fi determinat prin introducerea unui mic defazaj suplimentar și observarea modificării formei elipsei.

Înaintea măsurării trebuie verificat ca defazajele introduse la frecvența de lucru de cele două amplificatoare ale osciloscopului să fie egale. Aplicînd la ambele intrări același semnal, pe ecran trebuie să apară o linie dreaptă, indicînd defazaj nul între canale.

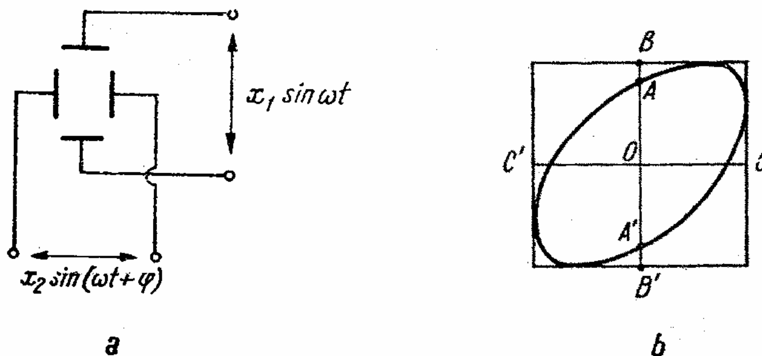


Fig. 7.8

Pentru măsurări mai exacte se folosesc fie metode de comparație bazate pe utilizarea unui defazor etalonat și a unui comparator de faze, fie direct fazmetre analogice sau numerice [1].

7.3. Procedee pentru măsurarea vibrațiilor aleatoare

În cazul semnalelor aleatoare, aspectul vibrogramelor obținute în condiții identice de experimentare, diferă de la o înregistrare la alta. Acest fapt face necesară determinarea unor mărimi și funcții statistice, obținute pe baza prelucrării uneia sau mai multor realizări ale mărimilor aleatoare.

Realizările considerate trebuie să aibă o durată suficientă, pentru ca mărimile și funcțiile statistice determinate să fie reprezentative pentru fenomenul luat în studiu.

Tehnicile experimentale diferă în funcție de numărul de realizări considerate.

7.3.1. Analiza unei singure realizări

În figura 7.9 este prezentat schematic procedeul de analiză a unei singure realizări [2].

Achiziționarea datelor trebuie să fie însoțită de o analiză vizuală rapidă a semnalului (de exemplu, pe ecranul unui osciloscop), putîndu-se astfel depista anumite proprietăți importante ale fenomenului studiat.

În vederea validării rezultatelor unei analize, este de dorit să fie testate ipotezele care se fac asupra fenomenului aleator. Curent, se efectuează : ***testarea caracterului aleator, testarea caracterului staționar*** și ***testarea distribuției normale Gauss.***

În tabela 7.1 sînt date graficele de variație ale densității de probabilitate, funcției de autocorelație și densității spectrale a mediei pătratice pentru următoarele semnale uzuale : sinusoidal, aleator și sinusoidal amestecat cu aleator. Prezența unei oscilații sinusoidale amestecată în semna-

lul aleator poate fi observată pe oricare dintre cele trei grafice din tabelă, întrucît: *a*) densitatea de probabilitate are o formă caracteristică; *b*) autocorelograma este periodică, cu aceeaşi perioadă ca şi sinusoida; *c*) densitatea spectrală a mediei pătratice prezintă o discontinuitate în dreptul frecvenţei sinusoidei.

Prin compararea formei funcţiei statistice, obţinută în urma unei măsurări, cu forma celor date în tabelă, se poate aprecia dacă semnalul analizat este pur aleator sau conţine şi componente sinusoidale.

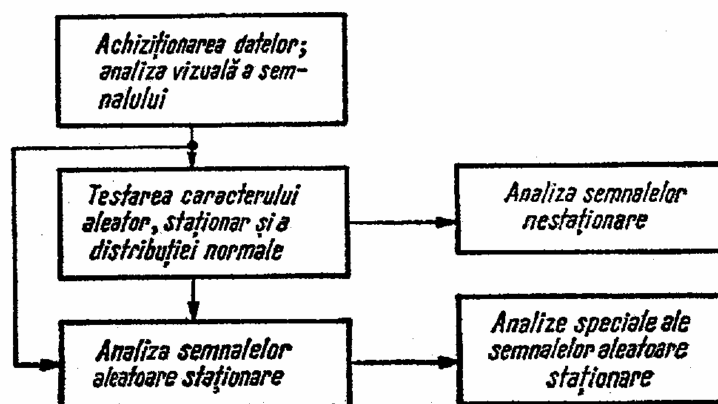


Fig. 7.9

Pentru *testarea caracterului aleator*, cea mai eficientă cale este determinarea funcţiei de autocorelaţie. Dacă se foloseşte densitatea spectrală a mediei pătratice, este necesar să se efectueze o analiză cu filtre de bandă foarte îngustă, pentru a se putea pune în evidenţă componenta armonică.

Valoarea medie sau valoarea medie pătratică a unui semnal staţionar se stabilizează după un timp de la începutul măsurării; în caz contrar, semnalul este nestaţionar.

Testele prin care se verifică gradul de conformitate a distribuţiei măsurate cu o lege de distribuţie dată sînt descrise amănunţit în lucrările de statistică matematică. Dintre acestea, cel mai cunoscut este testul „χ^2" al lui Pearson [3].

Analiza semnalelor aleatoare staţionare presupune determinarea următoarelor mărimi şi funcţii statistice, definite în capitolul 2:

— valoarea medie $\bar{x}$ şi valoarea medie pătratică $\overline{x^2}$ a semnalului;

— funcţia densităţii de probabilitate $p(x)$ a valorilor instantanee;

— funcţia de autocorelaţie $R_{xx}(\tau)$;

— funcţia densităţii spectrale a mediei pătratice (de putere), $S_{xx}(\omega)$ sau $W_{xx}(f)$;

— spectrul densităţii amplitudinilor $|X(i\omega)|$, obţinut ca modul al transformatei Fourier a semnalului $x(t)$, aşa cum se arată în paragraful 2.2.3.3., relaţia (2.26).

Foarte rar se determină separat toate mărimile şi funcţiile statistice, deoarece unele informaţii se pot obţine pe mai multe căi.

Modul de interpretare a rezultatelor experimentale poate impune efectuarea unor *analize speciale ale semnalelor aleatoare staţionare*, cum ar fi: distribuţia valorilor extreme (amplitudinea oscilaţiilor), probabilitatea de trecere prin zero sau prin altă valoare a semnalului aleator.

În ce priveşte *analiza semnalelor nestaţionare*, pentru acestea există tehnici de lucru şi aparatură specială.

TABELA 7.1

Funcții statistice pentru diferite tipuri de semnale

Tipul semnalului	Variația în timp a semnalului	Funcția densității de probabilitate a semnalului	Funcția de autocorelație a semnalului	Funcția densității spectrale de putere a semnalului
sinusoidal	$x(t)$, t	$p(x)$, x	$R_{xx}(\tau)$, τ	$S_{xx}(\omega)$, ω
aleator	$x(t)$, t	$p(x)$, x	$R_{xx}(\tau)$, τ	$S_{xx}(\omega)$, ω
aleator amestecat cu sinusoidal	$x(t)$, t	$p(x)$, x	$R_{xx}(\tau)$, τ	$S_{xx}(\omega)$, ω

7.3.2. Analiza unei colecții de realizări

În figura 7.10 este prezentat schematic procedeul de analiză a unei colecții de realizări [2].

Şi în acest caz *achiziționarea datelor* este însoțită de o *analiză vizuală rapidă;* totodată se efectuează, conform celor arătate în § 7.3.1, *analiza individuală a realizărilor înregistrate.*

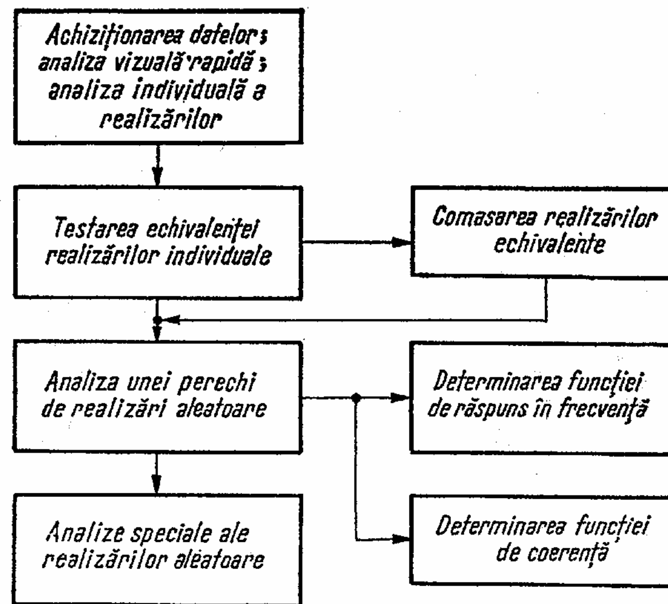


Fig. 7.10

În continuare este necesară *testarea echivalenței realizărilor individuale* şi *comasarea realizărilor echivalente.*

Analiza unei perechi de realizări aleatoare constă în determinarea următoarelor funcții :

— densitatea compusă de probabilitate $p(x, y)$;

— funcția de intercorelație $R_{xy}(\tau)$;

— densitatea interspectrală de putere $S_{xy}(i\omega)$ sau $W_{xy}(if)$.

Pentru sisteme oscilante liniare este posibilă *determinarea răspunsului în frecvență* pornind de la densitățile interspectrale ale mărimilor aleatoare de intrare şi de ieşire din sistem. Cunoscînd densitățile spectrale a două mărimi, precum şi densitatea lor interspectrală de putere, se poate determina *funcția de coerență* a celor două semnale.

Analizele speciale sînt cerute de necesitățile de interpretare a proceselor aleatoare. Se pot determina, de exemplu : densitatea de probabilitate a valorilor de vîrf, densitatea de probabilitate condiționată etc.

7.4. Analiza spectrală

Prin analiza spectrală (analiza în frecvență) se urmăreşte determinarea distribuției în frecvență a puterii (sau energiei) semnalelor. În acest scop se separă componentele de diferite frecvențe ale unui semnal complex şi se indică amplitudinea fiecăreia din ele (sau se determină distribuția

densității spectrale de putere în benzi de frecvență date). Separarea se realizează fie cu mai multe filtre de bandă acordate pe frecvențe diferite, fie cu un singur filtru acordat continuu astfel încît să acopere domeniul frecvențelor de interes.

Aparatura cu care se efectuează analiza spectrală constă din captori de vibrații (sau microfoane), preamplificatoare, amplificatoare de măsură, filtre de bandă, mijloace de comutare a filtrelor sau de explorare a spectrului (v. § 5.4.3), circuite pentru măsurarea și/sau vizualizarea semnalului de ieșire al filtrelor, inclusiv înregistratoare de nivel, eventual un magnetofon.

7.4.1. Analiza spectrală a semnalelor staționare

7.4.1.1. ***Filtrarea selectivă.*** În cazul analizei semnalelor staționare, metoda de bază este *filtrarea selectivă*, deoarece timpul cît semnalul este la dispoziția operatorului este în general suficient pentru efectuarea unei analize în timp nereal, explorînd spectrul secvențial, bandă cu bandă.

Cel mai simplu montaj experimental este prezentat în figura 7.11. De obicei cuplarea filtrelor la amplificatorul de măsură se face înaintea unui detector format dintr-un bloc de multiplicare (ridicare la pătrat) și un bloc de mediere (integrator) (fig. 7.12).

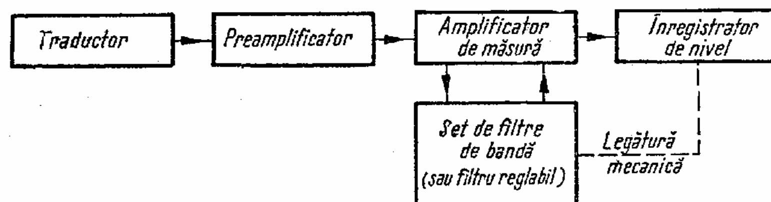


Fig. 7.11



Fig. 7.12

Dacă se utilizează un set de filtre fixe (octavice sau 1/3 octavă), cuplarea lor în circuit se face succesiv, cu ajutorul unui selector. Se notează nivelul indicat de voltmetrul amplificatorului, corespunzător frecvențelor centrale ale filtrelor, putîndu-se apoi trasa un *spectru de benzi*.

Dacă se utilizează un filtru reglabil continuu, acordarea frecvenței se face manual cu un comutator. La fiecare frecvență operatorul notează nivelul înregistrat (indicat de voltmetrul amplificatorului de măsură) procedeu care necesită mult timp, în special la analiza spectrelor largi.

O micșorare a duratei de analiză se realizează trasînd spectrul de frecvență direct pe un *înregistrator de nivel*. La analizoarele heterodină acesta comandă oscilatorul de baleiaj printr-o legătură mecanică, sincronizînd baleiajul de frecvență cu derularea hîrtiei de înregistrare. La montajele cu filtru reglabil continuu, în general, comutatorul filtrului comandă derularea hîrtiei înregistratorului de nivel, mai ales atunci cînd baleiajul se face manual.

7.4.1.2. *Analiza cu compresie analogică a timpului.* În figura 7.13 se prezintă comparativ rezultatele unei analize efectuate cu filtre avînd diferite lățimi de bandă [4]. Se observă că rezoluția în frecvență este cu atît mai mare cu cît lățimea de bandă a filtrului este mai mică. Totuși,

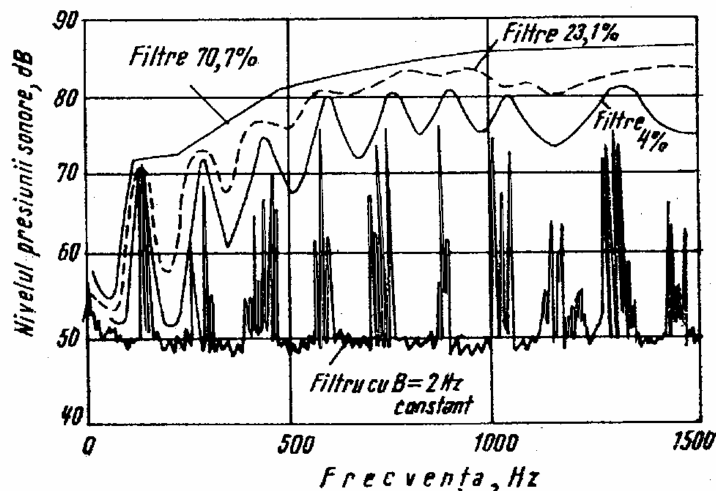


Fig. 7.13

utilizarea filtrelor de bandă îngustă duce la creșterea considerabilă a timpului de analiză, impusă de creșterea timpului de răspuns al filtrului.

S-a determinat empiric [5] că timpul T necesar ca răspunsul unui filtru (cu factor de formă egal cu 4) să atingă 63 % din nivelul semnalului de intrare este $T = \frac{1}{B}$, unde B este banda de trecere la —3 dB. Pentru ca răspunsul să atingă 99 % din nivelul semnalului de intrare este nevoie de $4T$ secunde. Deoarece filtrul se poate „deplasa" cu o lățime de bandă B după fiecare interval de răspuns $4T$, se poate calcula viteza de explorare a spectrului

$$v_e = \frac{B}{4T} = \frac{B^2}{4} \text{ [Hz/s]}.$$

Baleiajul cu viteză mai mare duce la erori de măsurare, filtrul neavînd timp să răspundă la semnal.

Pentru a acoperi un domeniu de frecvențe de la f_1, Hz, la f_2, Hz, este necesar un timp

$$t = \frac{f_2 - f_1}{v_e} = \frac{4(f_2 - f_1)}{B^2} \text{ [s]}. \qquad (7.4)$$

Pentru reducerea timpului de analiză se recurge la ***compresia analogică a timpului***, care se poate realiza cu montajul din figura 7.14. Semnalul (fig. 7.15 *a*) este înregistrat pe bandă magnetică la o viteză v_i și redat cu o viteză mai mare v_r.

Dacă $v_r = k\ v_i$, durata înregistrării este „comprimată" de k ori (fig. 7.15 c), deci toate componentele de frecvență ale spectrului inițial

(fig. 7.15 *b*) sînt translatate la frecvenţe de k ori mai mari, domeniul de frecvenţe analizat situîndu-se între kf_1, Hz şi kf_2, Hz (fig. 7.15 *d*). Rezultă că, pentru o analiză efectuată cu aceeaşi rezoluţie în frecvenţă, se poate folosi un filtru cu lăţime de bandă de k ori mai mare, kB, iar viteza de



Fig. 7.14

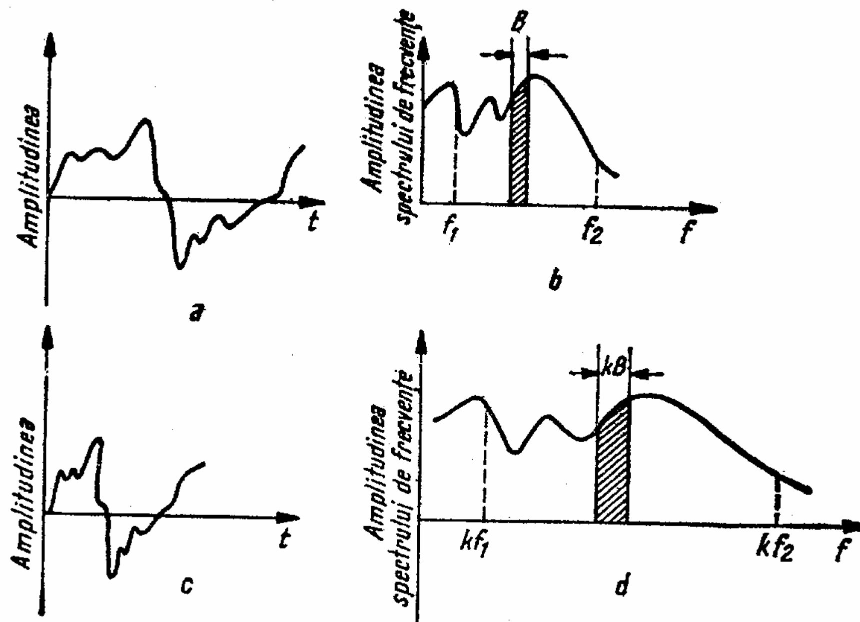


Fig. 7.15

explorare a spectrului poate fi de k^2 ori mai mare, $\frac{k^2B^2}{4}$, ceea ce duce la o reducere de k ori a timpului total de analiză t_k

$$t_k = 4\,\frac{k(f_2 - f_1)}{k^2B^2} = \frac{t}{k}\ [\mathrm{s}]. \tag{7.5}$$

În prezent se preferă *compresia numerică a timpului*, realizată fie cu aparate speciale, cum ar fi Digital Event Recorder Type 7502 Brüel & Kjaer, fie în cadrul memoriei recirculative a analizoarelor spectrale în timp real.

Compresia timpului se foloseşte şi atunci cînd semnalele analizate conţin componente spectrale cu frecvenţe sub limita inferioară a domeniului de frecvenţe al analizorului.

7.4.1.3. *Analiza vibraţiilor aleatoare staţionare.* La analiza vibraţiilor aleatoare staţionare interesează determinarea *densităţii spectrale de putere*, definită prin relaţia (2.24).

$$W_{xx}(f_c) = \lim_{B\to 0}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{BT}\int_{-T/2}^{T/2} x_B^2(f_c, t)\,\mathrm{d}t = \lim_{B\to 0}\frac{\overline{x_B^2(f_c)}}{B}. \tag{7.6}$$

Aceasta se poate obține împărțind valoarea medie pătratică $\overline{x_B^2}$, măsurată într-o bandă avînd frecvența centrală f_c, prin lățimea benzii B.

Dacă se folosesc filtre cu lățime de bandă constantă, B = const., spectrul de frecvențe obținut cu montajul din figura 7.12 este proporțional cu densitatea spectrală de putere. Cînd se folosesc filtre cu lățime de bandă procentuală constantă, pentru a se obține o măsură a densității spectrale de putere trebuie aplicată o corecție spectrului obținut (fie grafic, fie cu ajutorul unor filtre speciale), deoarece în acest caz $B = \alpha f_c$, unde α este un factor de proporționalitate.

Rezultă că dacă vibrațiile măsurate ar fi periodice (deterministe), spectrul obținut experimental ar indica valoarea medie pătratică (sau valoarea eficace) independent de lățimea benzii filtrelor, în timp ce la măsurarea vibrațiilor aleatoare, spectrul obținut indică densitatea spectrală de putere, care *depinde* de lățimea benzii filtrelor. Cu cît banda de trecere a filtrului este mai îngustă, cu atît valoarea funcției $W_{xx}(f_c)$ este măsurată mai precis.

Pentru determinarea interspectrelor de putere se folosește montajul din figura 7.16. Deoarece relațiile de definiție (2.25) se mai scriu

$$C_{xy}(f_c) = \lim_{B\to 0} \frac{\overline{x_B(f_c)y_B(f_c)}}{B}, \quad Q_{xy}(f_c) = \lim_{B\to 0} \frac{\overline{x_B^{90°}(f_c)y_B(f_c)}}{B}, \tag{7.7}$$

rezultă că spectrele obținute cu acest montaj sînt proporționale cu densitatea co-spectrală de putere, respectiv cu densitatea cuad-spectrală de putere, numai dacă se folosesc filtre cu lățime de bandă constantă. În caz contrar și aceste spectre trebuie corectate.

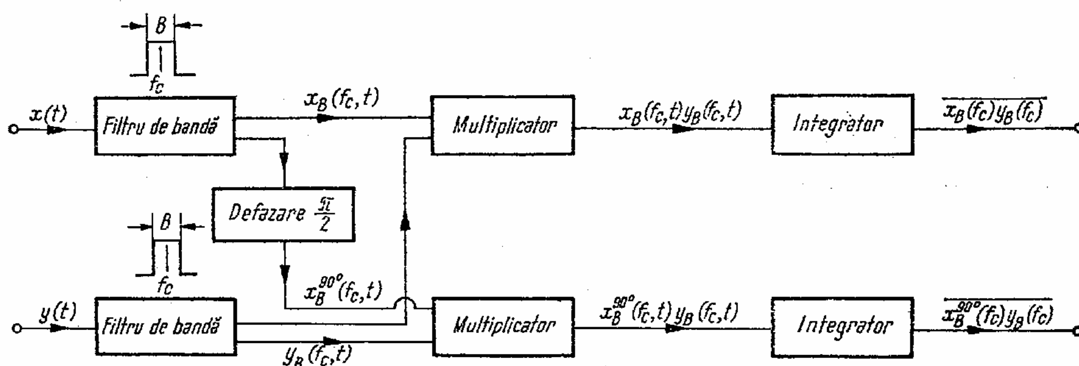


Fig. 7.16

De menționat că spectrele densității de putere ale semnalelor aleatoare se pot obține și cu ajutorul unui calculator numeric, efectuînd transformatele Fourier ale funcțiilor de corelație măsurate cu un corelator.

Durata de analiză a semnalului aleator pentru determinarea unei valori a densității spectrale de putere, cu o eroare standard dată, se obține utilizînd informațiile cuprinse în § 2.3.

Pornind de la relația care dă eroarea standard a densității spectrale de putere $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{BT}}$, unde B este lățimea de bandă a filtrului folosit,

se obține durata de analiză a semnalului, necesară pentru determinarea unei valori a spectrogramei

$$T' = \frac{1}{B\varepsilon^2}.$$

Dacă semnalul analizat are frecvențe cuprinse între f_1, Hz și f_2, Hz, se vor putea determina $N = f_2 - f_1$ puncte pe spectrogramă, deci durata totală de analiză a semnalului va fi

$$t = NT' = \frac{f_2 - f_1}{B^2\varepsilon^2}. \tag{7.8}$$

7.4.2. Analiza spectrală a șocurilor

În general, pentru analiza în frecvență a semnalelor nestaționare se folosesc analizoarele spectrale în timp real, a căror funcționare este descrisă detaliat în § 5.4.3.6. În cele ce urmează se descriu două metode analogice folosite la analiza semnalelor de scurtă durată, de tipul șocurilor [6].

7.4.2.1. *Transformarea impulsului în „tren" de impulsuri.* În această metodă, impulsul este înregistrat pe o bandă de magnetofon care se lipește cap la cap, formînd o buclă închisă. Magnetofonul este prevăzut cu un dispozitiv de rulare continuă a benzii, astfel că la redare se obține un „tren" de impulsuri, care este analizat apoi ca un semnal periodic, cu un analizor heterodină.

Pentru ca discontinuitatea din punctul de lipire să nu denatureze spectrul, semnalul se înmulțește cu o *funcție de ponderare* de tipul celor descrise în § 5.4.3.6. sau se folosește un *circuit poartă* special. Se obține un spectru de linii, amplitudinea fiecărei componente spectrale fiind o măsură a ordonatei spectrului Fourier al impulsului, la frecvența respectivă.

Fie T_r perioada de repetare a impulsului. Dacă semnalul periodic se exprimă prin seria Fourier

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n), \tag{7.9}$$

atunci amplitudinile armonicelor sînt date de integrala (2.12)

$$C_n = 2\,|\,c_n\,| = \frac{2}{T_r}\int_{-\frac{T_r}{2}}^{+\frac{T_r}{2}} x(t)\,e^{-in\omega_0 t}\,dt, \tag{7.10}$$

unde $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_r}$ este pulsația fundamentală.

În figura 7.17 *b* se dă spectrul de frecvențe al unui „tren" de impulsuri dreptunghiulare, de durată T fiecare (fig. 7.17 *a*). Deoarece spectrul se anulează la intervale de $\frac{1}{T}$, pentru a avea o bună rezoluție în frecvență, se recomandă să se obțină 3 pînă la 5 linii spectrale între două zerouri succesive, deci să se aleagă o perioadă de repetare $T_r = (3\ldots5)T$.

Caracterizarea unui impuls în domeniul frecvențelor se face prin *integrala Fourier* (2.15), care dă spectrul densității amplitudinilor. În cazul impulsului din figura 7.18 *a* se obține

$$X(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt, \quad \omega = n\omega_0. \tag{7.11}$$

Coeficienții *seriei Fourier* a semnalului periodic din figura 7.18 *b* au expresia (7.10), care devine

$$C_n = \frac{2}{T_r}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt, \tag{7.12}$$

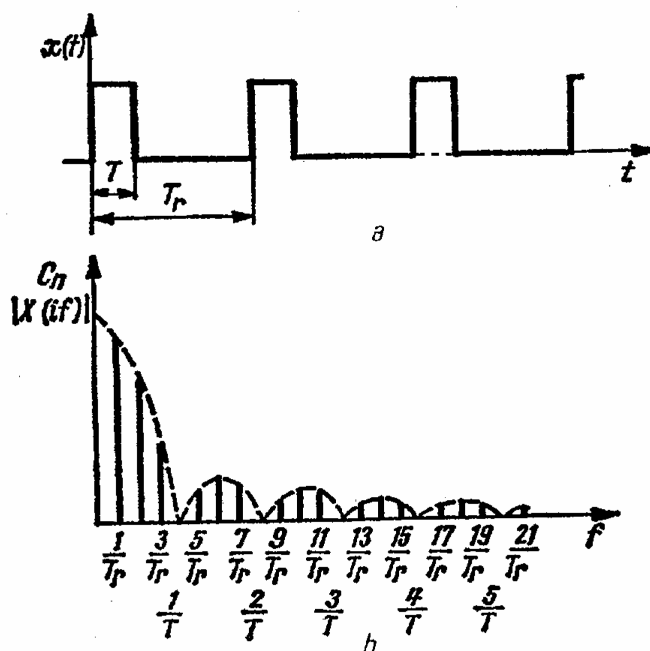


Fig. 7.17

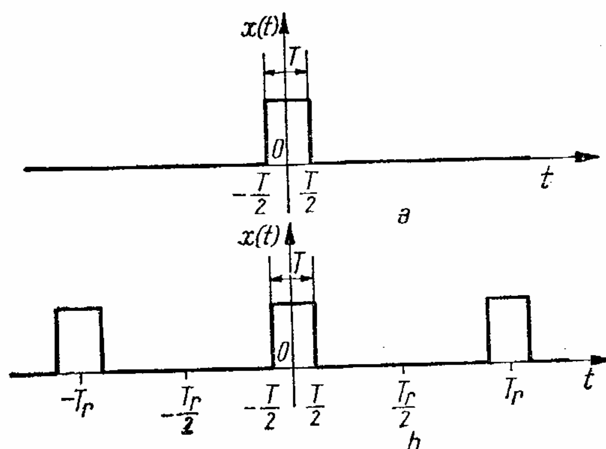


Fig. 7.18

deoarece în intervalul $\left[-\frac{T_r}{2}, \frac{T_r}{2}\right]$ semnalul este diferit de zero doar între $\left[-\frac{T}{2} \text{ şi } \frac{T}{2}\right]$.

Din relaţiile (7.11) şi (7.12) rezultă

$$C_n = \frac{2}{T_r} \mid X(\mathrm{i}\omega) \mid .$$

Deoarece, în cazul măsurării practice, pe voltmetrul analizorului de frecvenţă se citesc (pe spectrul trasat pe înregistratorul de nivel se măsoară) valori eficace ale armonicelor „trenului" de impulsuri, lungimea liniei spectrale măsurate la frecvenţa $f = n\frac{\omega_0}{2\pi}$ este proporţională cu

$$C_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} C_n = \frac{\sqrt{2}}{T_r} |X(\mathrm{i}\omega)|,$$

astfel că *valoarea ordonatei spectrului Fourier al impulsului,* la pulsaţia $\omega = n\omega_0 = n\frac{2\pi}{T_r}$, *se calculează cu relaţia*

$$|X(\mathrm{i}\omega)| = \frac{T_r}{\sqrt{2}} C_{ef}. \tag{7.13}$$

7.4.2.2. *Măsurarea răspunsului unui filtru de bandă foarte îngustă.* În figura 7.17 *b* s-a trasat cu linie întreruptă spectrul Fourier al unui impuls (dreptunghiular) de durată T. Dacă analiza se face utilizînd un filtru de bandă îngustă $B \ll \frac{1}{T}$, cu frecvenţa centrală f_c, şi se consideră că în intervalul $\left[f_c - \frac{B}{2}, f_c + \frac{B}{2}\right]$ spectrul impulsului este constant, se demonstrează [6] că valoarea maximă a semnalului de ieşire din filtru este

$$y_{\max}(t) = 2B|X(\mathrm{i}f_c)|$$

iar energia acestuia (răspunsul filtrului ridicat la pătrat şi integrat) este

$$E = \int_0^T y^2(t)\,\mathrm{d}t = 2B|X(\mathrm{i}f_c)|^2.$$

Rezultă că o bună aproximaţie a ordonatei spectrului Fourier al unui impuls, la frecvenţa f_c, se poate obţine : *a*) măsurînd răspunsul maxim la impuls al filtrului şi împărţindu-l la dublul lăţimii de bandă a filtrului

$$|X(\mathrm{i}f_c)| = \frac{y_{\max}(t)}{2B}; \tag{7.14}$$

b) măsurînd răspunsul filtrului, ridicat la pătrat şi integrat, împărţindu-l la 2 B şi extrăgînd rădăcina pătrată din rezultat

$$|X(if_c)| = \sqrt{\frac{E}{2B}}. \tag{7.15}$$

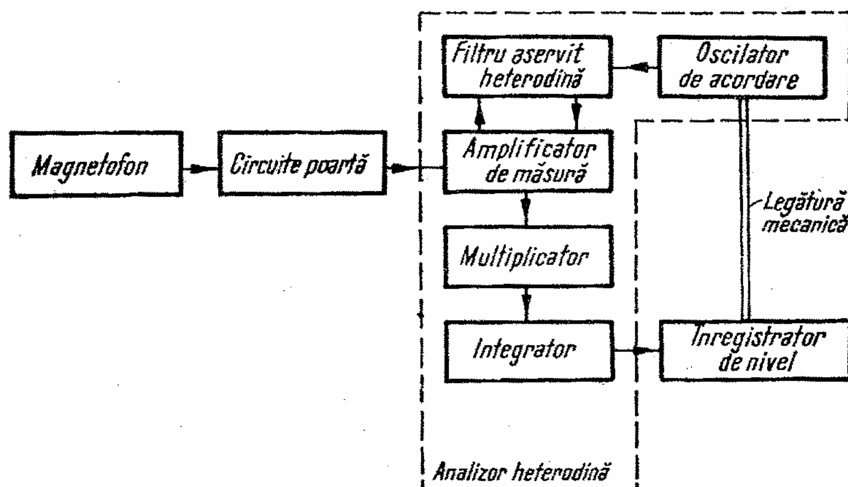


Fig. 7.19

Montajul pentru realizarea acestor operaţii este prezentat prin schema bloc din figura 7.19.

O tratare exhaustivă a metodelor de analiză în frecvenţă a semnalelor complexe se face în lucrarea [6].

7.5. Încercări la vibraţii

Scopul încercărilor la vibraţii este de a găsi părţile slabe care ar putea da naştere la deteriorarea, funcţionarea necorespunzătoare sau diminuarea performanţelor unui echipament cînd acesta este folosit în condiţii reale de lucru. Ele se referă atît la soluţia constructivă, cît şi la calitatea materialelor şi tehnologia de fabricaţie, fiind efectuate atît de fabricant — ca probe de omologare, cît şi de către beneficiar — ca teste de recepţie.

În general, natura complexă a solicitărilor dinamice care apar în timpul funcţionării reale nu poate fi reprodusă prin încercările de laborator. Se recurge deci la încercări în regimuri particulare de vibraţii — sinusoidale, aleatoare cu bandă îngustă, aleatoare de bandă largă, şocuri — urmărindu-se ca efectul nociv al încercării să fie cît mai apropiat de cel al mediului natural de lucru.

În acest sens au fost elaborate „specificaţii', care stabilesc regimul de încercare, cum sînt normele IEC 68—2—6 Test 2F pentru echipament electronic, normele engleze BS 2011, 3G100 şi DEF 133, sau standardele americane MIL—STD—810 şi MIL—STD—202C.

7.5.1. Încercări la vibraţii sinusoidale

Specificaţiile pentru încercări la vibraţii au fost întocmite pe baza unui mare număr de măsurări pe diferite categorii de vehicule sau maşini.

Fie, de exemplu, un aparat ce trebuie montat pe un vehicul.

Mai întîi se fac măsurări de vibrații pe mai multe vehicule similare, în diferite condiții de deplasare, de încărcare, la diferite turații ale motoru-

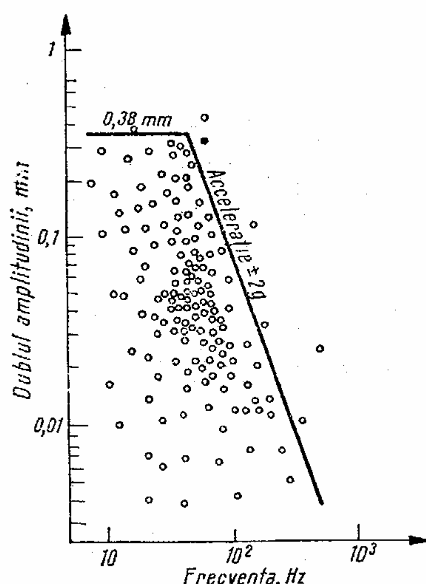


Fig. 7.20

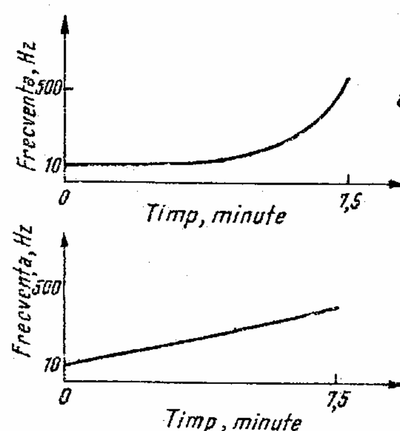


Fig. 7.21

lui și în mai multe puncte. Din analiza vibrogramelor, se obțin amplitudinile maxime și frecvențele corespunzătoare, date ce se înregistrează pe o diagramă ca cea din figura 7.20. Se trasează apoi o înfășurătoare, care cuprinde pînă la 95% din puncte și care, pentru simplificarea încercărilor, este formată din segmente de linie dreaptă. Cel mai adesea, înfășurătoarele au linii de accelerație „constantă" la frecvențe înalte și linii de deplasare „constantă" (sau viteză „constantă") la frecvențe joase. Aceste linii stabilesc deci nivelul maxim de vibrație la care trebuie efectuată încercarea la fiecare frecvență.

Odată stabilită relația amplitudine-frecvență, se impune alegerea legii de variație în timp a frecvenței, bazată pe o valoare impusă a durabilității, corelată cu numărul de cicluri de solicitare ce trebuie aplicate în timpul încercării în laborator și cu nivelele eforturilor unitare dinamice.

La primele încercări, variația frecvenței s-a făcut manual, în trepte, cu oprire la valorile ce corespundeau unor rezonanțe ale structurii. În prezent, baleiajul frecvenței se face automat, după o lege liniară sau logaritmică.

Deoarece la o structură reală, cu mai multe grade de libertate, se constată că valorile factorilor de amortizare calculați la rezonanță nu variază apreciabil cu frecvența, rezultă că odată cu creșterea frecvenței de rezonanță, crește și lățimea benzii de trecere. Aceasta impune o viteză mai mare de baleiaj în domeniul frecvențelor înalte, pentru a nu „supraîncerca" structura, ceea ce se realizează folosind un baleiaj logaritmic de frecvență (fig. 7.21 *a*). Baleiajul liniar (fig. 7.21 *b*) rămîne însă preferat la studiul structurilor slab amortizate, unde este necesară o rezoluție mai bună la frecvențe înalte, precum și la analiza armonică cu filtre urmăritoare [7].

În figura 7.22 se prezintă principalele componente ale unui montaj folosit la încercări în regim armonic.

Semnalul sinusoidal de excitaţie este generat de un oscilator a cărui frecvenţă poate fi reglată manual sau de la un generator de baleiaj. La echipamentul mai vechi, generarea baleiajului se face cu un motoraş electric care prin intermeniul unui reductor de turaţie, roteşte o rezistenţă

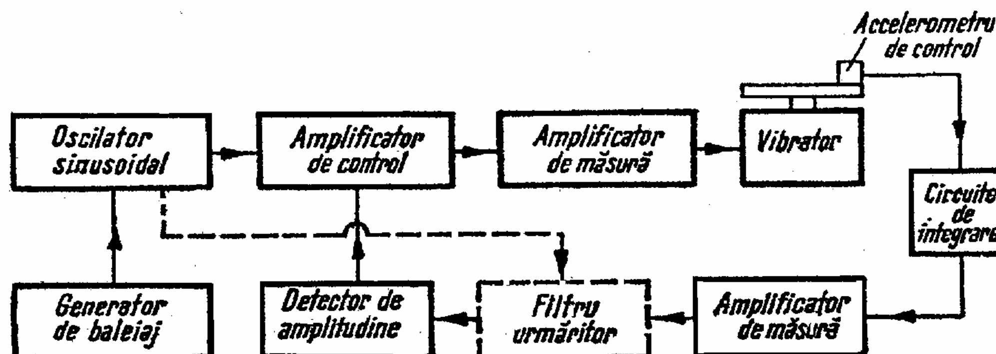


Fig. 7.22

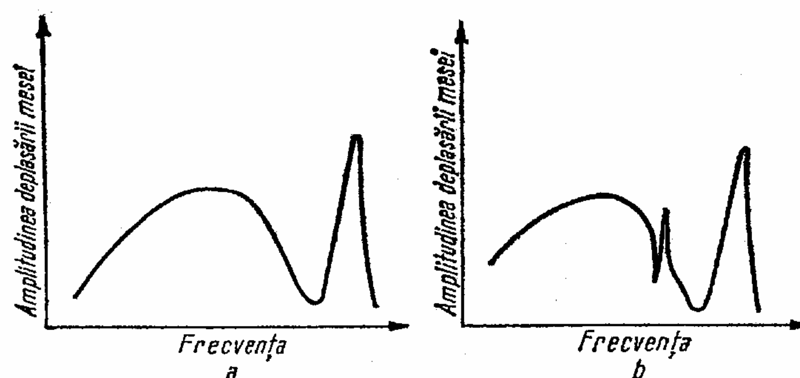


Fig. 7.23

variabilă în circuitul oscilatorului. Repetabilitatea încercărilor de vibraţii impune un oscilator stabil, fără părţi mobile, „controlat prin tensiune", baleiajul fiind generat de o tensiune proporţională cu frecvenţa dorită. Majoritatea generatoarelor de baleiaj sînt capabile să lucreze în regim liniar sau logaritmic, în sensul creşterii sau descreşterii frecvenţei, sau alternat între limite dinainte stabilite.

În schemele cele mai simple, semnalul de ieşire din oscilator acţionează, prin intermediul unui amplificator de putere, bobina mobilă a unui vibrator electrodinamic sau valva de control a unui vibrator electrohidraulic.

După cum s-a arătat în capitolul 6, chiar dacă nivelul tensiunii semnalului produs de oscilator se menţine constant, amplitudinea mişcării mesei vibratorului variază cu frecvenţa (ca în figura 7.23 *a* — în cazul unei sarcini nerezonante şi ca în figura 7.23 *b* — în cazul unei structuri cu o rezonanţă). Rezultă că pentru a menţine nivelul de vibraţii impus de specificaţii, odată cu baleiajul frecvenţei trebuie variat nivelul semnalului produs de oscilator.

În cazul unor viteze relativ mari de baleiaj al frecvenţei şi al unor structuri cu mai multe rezonanţe, acest lucru nu se poate face şi se recurge la o legătură de reacţie numită „circuit compresor"*.

*În limbaj de laborator, deoarece acest circuit „comprimă" variaţii de nivel, ale amplitudinii mesei vibratoare, de ordinul a 60 dB, la valori mici, de ordinul a 0,5 dB.

De obicei semnalul de reacţie se obţine de la un captor de vibraţii montat pe masa vibratorului sau într-un punct de referinţă al structurii încercate şi este folosit pentru a modifica automat cîştigul unui amplificator de control, dispus între oscilator şi amplificatorul de putere. Circuitul compresor mai conţine un amplificator de măsură şi un detector de amplitudine.

Deoarece semnalul de reacţie este de curent alternativ, deci variabil în timp, iar reglarea se face menţinînd constantă o valoare medie a vibraţiei, în circuitul compresor se face o redresare şi filtrare pentru extragerea unei valori medii, rezultînd o tensiune continuă care acţionează amplificatorul de control.

Reglarea se face astfel încît, atunci cînd nivelul vibraţiei mesei tinde să crească, şi deci creşte tensiunea semnalului dat de traductorul de control, puterea semnalului de intrare în vibrator scade automat, pînă se ajunge la nivelul vibraţiei anterior creşterii. Descreşterea puterii nu se face instantaneu, deoarece operaţiile de mediere necesită un anumit timp. Alegerea vitezei de reglare, numită „viteza compresorului" ridică probleme, depinzînd de valorile estimate ale amortizării din sistem, de viteza de baleiaj a frecvenţei şi de mărimea distorsiunilor admisibile. În general se impune ca viteza de reglaj să fie mai mare decît viteza cu care sistemul intră în rezonanţă. Pentru a avea distorsiuni mici, se alege o viteză mică a compresorului şi o viteză de baleiaj mică. Dar deoarece distorsiunile sînt determinate de raportul dintre frecvenţa de lucru şi viteza compresorului, rezultă că la frecvenţe înalte se poate lucra cu viteze de reglaj (dB/s) mai mari.

Mărirea vitezei de reglaj, deci micşorarea constantei de timp a circuitului de reacţie, are o influenţă destabilizatoare asupra buclei de reacţie, fapt care impune reglarea automată a vitezei compresorului în timpul baleiajului, mai ales atunci cînd se lucrează cu filtru urmăritor [8].

Filtrul urmăritor, a cărui frecvenţă centrală este comandată de oscilator, este introdus atunci cînd neliniarităţi structurale determină apariţia unor distorsiuni în semnalul de reacţie. Metodele mai vechi foloseau un detector de valoare medie în circuitul de reacţie şi un detector de valoare eficace în circuitul de măsură. Dacă distorsiunile variază în timpul baleiajului de frecvenţă, rezultă variaţii mari ale valorii eficace, în condiţiile menţinerii constante a valorii medii. Pe măsură ce distorsiunile cresc, nivelul fundamentalei scade, ceea ce duce la o încercare la frecvenţa fundamentală sub nivelul stabilit de specificaţii, efect ce este înlăturat prin introducerea filtrului urmăritor.

Totuşi trebuie verificat ca folosirea filtrului să nu producă regimuri de funcţionare instabilă sau „supraîncercare" la una sau mai multe armonice.

O îmbunătăţire a schemei din figura 7.22 se poate face în sensul trecerii automate de la „controlul prin deplasare" la „controlul prin acceleraţie", conform specificaţiei din figura 7.20. Se folosesc două amplificatoare de măsură. Un amplificator, pe care se reglează nivelul deplasării, este legat de un captor de deplasări (sau de accelerometrul de control, prin intermediul unei reţele de integrare, care dă un semnal proporţional cu deplasarea). Al doilea amplificator, pe care se reglează nivelul acceleraţiei, este legat direct de un accelerometru. Comutarea de la un amplificator la celălalt este comandată de un *selector de nivel*, atunci cînd frecvenţa de baleiaj devine egală cu „frecvenţa de trecere" la care cele două nivele coincid.

Montajele de încercări la vibrații se mai prevăd cu circuite de protecție, care asigură oprirea încercării atunci cînd compresorul pierde controlul vibratorului. Aceasta se întîmplă fie din lipsa semnalului de reacție (cablu rupt), fie din cauza unui semnal prea mare (legătură defectă sau rezonanță neprevăzută atacată cu viteză de baleiaj prea mare).

Schemele moderne s-au dezvoltat în sensul introducerii unor oscilatoare sinusoidale cu comandă numerică și al folosirii mai multor captori de control plasați în diferite puncte ale structurii.

7.5.2. Încercări la vibrații aleatoare de bandă largă

Odată cu dezvoltarea avioanelor cu reacție, la care excitația produsă de jetul de gaze sau de turbulența aerului are un caracter pronunțat nedeterminist, s-a pus problema încercărilor cu semnale aleatoare de bandă largă [9].

Dintre avantajele acestui tip de încercări se pot menționa : excitarea simultană a mai multor rezonanțe ale structurii încercate, ceea ce permite considerarea interacțiunii acestora și faptul că durata încercării este mult diminuată față de cea a încercărilor cu baleiaj de frecvență, ceea ce devine important la încercări „on line".

Echipamentul de bază este ilustrat în figura 7.24 [10]. Semnalul produs de un generator de zgomot aleator este trecut prin filtre de bandă înguste (cu frecvențe centrale diferite) care împart spectrul continuu al semnalului în benzi convenabil alese. Semnalele aleatoare de bandă îngustă rezultate trec prin amplificatoare, al căror cîștig este astfel reglat, încît prin însumarea ulterioară a semnalelor parțiale se sintetizează un semnal de bandă largă, al cărui spectru este conform „specifica-

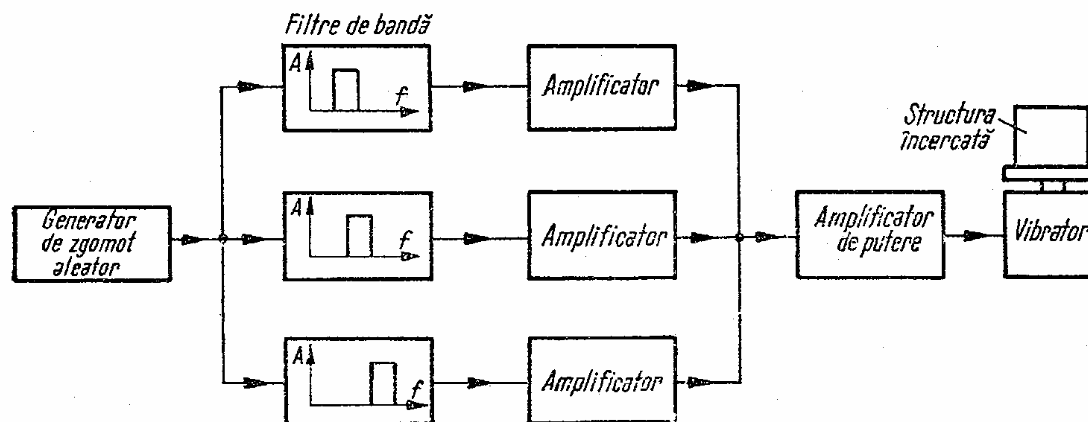


Fig. 7.24

țiilor" de încercare. După trecerea printr-un amplificator de putere, semnalul acționează bobina de forță a unui vibrator electrodinamic, care pune structura în vibrație.

Sistemul de filtre de bandă și amplificatoare este uneori înglobat într-un singur aparat, denumit *egalizator de spectru.* Acțiunea lui poate fi explicată ușor pe baza figurii 7.25.

Dacă specificațiile de încercare impun realizarea unui răspuns de tip „zgomot alb" într-o anumită bandă de frecvențe, de exemplu între 20 și 2000 Hz, variația cu frecvența a densității spectrale de putere este

indicată de linia continuă A din partea de sus a figurii 7.25. Dacă semnalele produse de generatorul de tensiune aleatoare ar acționa direct amplificatorul de putere și vibratorul, variația cu frecvența a densității spectrale de putere a răspunsului ar avea alura curbei continue B, din mijlocul figurii 7.25, datorită caracteristicii de frecvență a vibratorului și a rezonanțelor structurii elastice excitate.

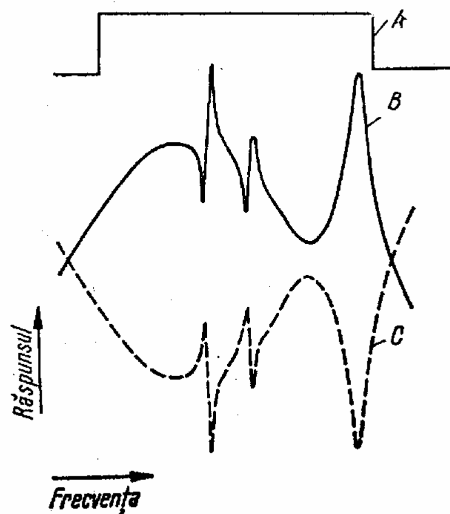


Fig. 7.25

Pentru a realiza răspunsul indicat de curba A, este nevoie de circuite de egalizare, care să producă o caracteristică de răspuns C (linie întreruptă). Prin aceasta, mișcarea vibratorului nu mai este influențată de răspunsul produsului încercat, deci masa vibratorului are o impedanță mecanică infinită. Circuitele de egalizare sînt reglate fie manual, fie automat, printr-un circuit compresor acționat de semnalul dat de un accelerometru de control montat pe masa vibratorului.

În cazul unui aparat sau dispozitiv montat pe un vehicul, rezonanțele aparatului afectează vibrațiile vehiculului, deci specificațiile de tipul curbei A din figura 7.25 nu mai corespund, fiind necesar un control al forței produse de vibrator și nu a mișcării acestuia.

7.5.3. Încercări la vibrații aleatoare de bandă îngustă

Încercarea la vibrații aleatoare de bandă îngustă, cu baleiaj de frecvență, a apărut [11] ca un substitut mai economic al încercării la vibrații aleatoare de bandă largă, avînd următoarele avantaje principale :

— aceleași nivele de vibrații se pot obține cu amplificatoare de putere și vibratoare mai mici decît la încercarea cu bandă largă ;

— caracterul statistic al semnalului de probă se menține ;

— controlul nivelului vibrațiilor se face simplu.

Dezavantajele legate de durata mai mare de încercare și încercarea secvențială a rezonanțelor pot fi parțial înlăturate prin folosirea unor încercări accelerate și a baleiajului multiplu.

În general se folosesc specificațiile stabilite pentru încercarea cu semnal aleator de bandă largă.

Pentru a avea același număr de cicluri de solicitare la o anumită rezonanță, ca la încercarea cu semnale de bandă largă, este necesar baleiajul logaritmic. Pentru a avea același număr de cicluri de solicitare la orice creștere a nivelului efortului unitar, comparativ cu încercarea cu bandă largă, se folosesc filtre care realizează creșterea valorii eficace a nivelului vibrației cu frecvența (+3 dB/oct.). Pentru a avea aceeași distribuție a probabilității valorilor maxime în jurul valorii eficace a nivelului de încercare, se folosesc metode grafice.

Recent se caută stabilirea unor specificații bazate pe măsurări efectuate în aceleași condiții ca pentru încercarea cu semnal sinusoidal.

7.5.4. Încercări la şocuri

Primele încercări la şocuri s-au făcut pe maşini speciale de tip ciocan pendul sau simplu, prin cădere liberă, urmărindu-se realizarea unor şocuri cu formă de undă simplă, modificabilă prin schimbarea materialului deformabil dintre corpurile în impact direct. Scopul principal era realizarea unor şocuri complet reproductibile.

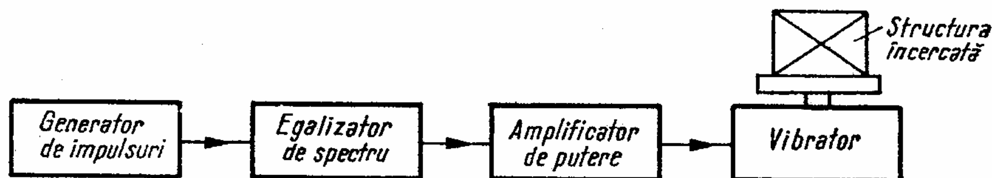


Fig. 7.26

Ulterior s-a pus problema încercării la *şocuri complexe*, cu forme de undă mai complicate, folosind metoda sintetizării spectrului de şoc. Se foloseşte un echipament a cărui schemă bloc este redată în figura 7.26. Un generator de impulsuri acţionează simultan un set de filtre de bandă şi de atenuatori, care modelează spectrul de şoc al impulsului (analog egalizatorul de spectru din figura 7.24).

Prin însumarea semnalelor de ieşire ale acestor filtre se obţine un semnal tranzitoriu, avînd spectrul de şoc cu forma dorită, care, după ce este amplificat, acţionează un vibrator electrodinamic.

7.6. Măsurarea răspunsului în frecvenţă

7.6.1. Funcţiile răspunsului în frecvenţă

Răspunsul în frecvenţă este unul din mijloacele cele mai convenabile de descriere a caracteristicilor dinamice ale unei structuri mecanice. Această proprietate poate fi explicată simplu astfel: Dacă asupra unei structuri liniare se aplică o forţă cu variaţie armonică în timp, de pulsaţie ω, atunci structura va răspunde vibrînd armonic cu aceeaşi pulsaţie, însă în general, datorită disipării de energie în sistem, mişcarea va fi defazată în urma forţei.

Pentru a defini relaţia între forţa de excitaţie — mărimea de *intrare* şi răspunsul structurii — mărimea de *ieşire*, sînt necesari doi parametri: 1) raportul între amplitudinea răspunsului şi cea a forţei; 2) unghiul de fază între aceste două mărimi armonice. Ambii parametri variază cu pulsaţia vibraţiei şi împreună reprezintă ***răspunsul în frecvenţă*** al structurii.

Există mai multe feluri de funcţii de răspuns în frecvenţă, după cum răspunsul este o deplasare, viteză sau acceleraţie şi cum se alege raportul cauză-efect sub forma (ieşire)/(intrare) sau (intrare)/(ieşire).

În literatură se remarcă o mare neuniformitate de notaţii şi inconsecvenţă privind denumirea acestor funcţii. Următoarele definiţii sînt în prezent aproape general acceptate şi standardizate [12]:

deplasare/forţă = receptanţă (complianţă, admitanţă)
viteză/forţă = mobilitate

accelerație/forță = inertanță
forță/deplasare = constantă elastică aparentă (obstructanță)
forță/viteză = impedanță mecanică
forță/accelerație = masă aparentă.

Principial, toate aceste funcții conțin aceeași informație asupra structurii, alegerea uneia din ele fiind determinată în primul rînd de aparatura disponibilă.

De obicei, în rapoartele de mai sus, mărimile ce caracterizează mișcarea sînt măsurate pe direcția și în punctul de aplicație a forței. În caz contrar, pentru a se face distincție,

raportul $\frac{y_1}{F_1}$ se numește *receptanță directă* (în punctul de acționare), raportul $\frac{y_2}{F_1}$ se numește *receptanță de transfer*, iar $\frac{x_1}{F_1}$ și $\frac{\varphi_1}{F_1}$ se numesc *interreceptanțe* (fig. 7.27).

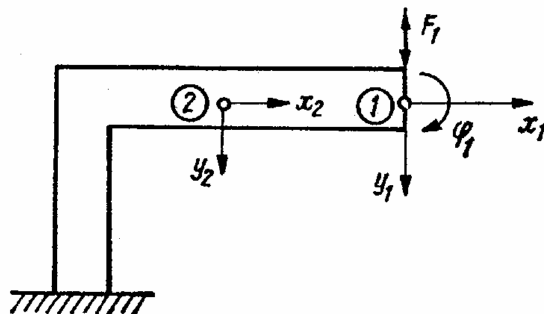


Fig. 7.27

De asemenea, este utilă exprimarea acestor rapoarte ca mărimi complexe. De exemplu, dacă excitația $F = F_0 e^{i\omega t}$ produce răspunsul $y = y_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$, *receptanța complexă* se poate defini și prin componentele vectoriale

$$\alpha = \frac{y}{F} = \frac{y_0}{F_0} e^{i\varphi} = \frac{y_0}{F_0} \cos \varphi + i \frac{y_0}{F_0} \sin \varphi = \alpha_R(\omega) + i\, \alpha_I(\omega). \qquad (7.16)$$

Considerarea unor funcții similare de răspuns în frecvență, definite ca rapoarte între un cuplu armonic și rotirile corespunzătoare, sau între forțe și rotiri, cupluri și mișcări liniare, face abia obiectul unor lucrări de dată recentă, echipamentul necesar măsurării acestora fiind încă puțin dezvoltat [13].

7.6.2. Măsurări în regim armonic

7.6.2.1. *Excitație într-un singur punct.* Cea mai veche și cea mai precisă metodă de determinare a funcțiilor de răspuns în frecvență este așa-numita „metodă staționară”, în care măsurarea se face punct cu punct, la diferite frecvențe, folosind excitație cu forță armonică de amplitudine constantă.

Principalele componente ale echipamentului folosit sînt redate în schema din figura 7.28. Pe structura în vibrație se montează captori de forțe și de accelerații (preferați pentru greutatea și gabaritul redus, care nu modifică substanțial structura). În unele montaje, traductorul de forțe lipsește, în altele — este înglobat într-un cap de impedanțe. Preamplificatoarele micșorează impedanța mare de ieșire a traductorilor piezoelectrici, extinzînd domeniul liniar de lucru la frecvențe joase. Circuitele de integrare produc semnale proporționale cu deplasarea sau viteza în punctul de măsură. Filtrele de bandă asigură puritatea armonică a semnalelor, absolut necesară pentru măsurarea precisă a defazajelor cu ajutorul

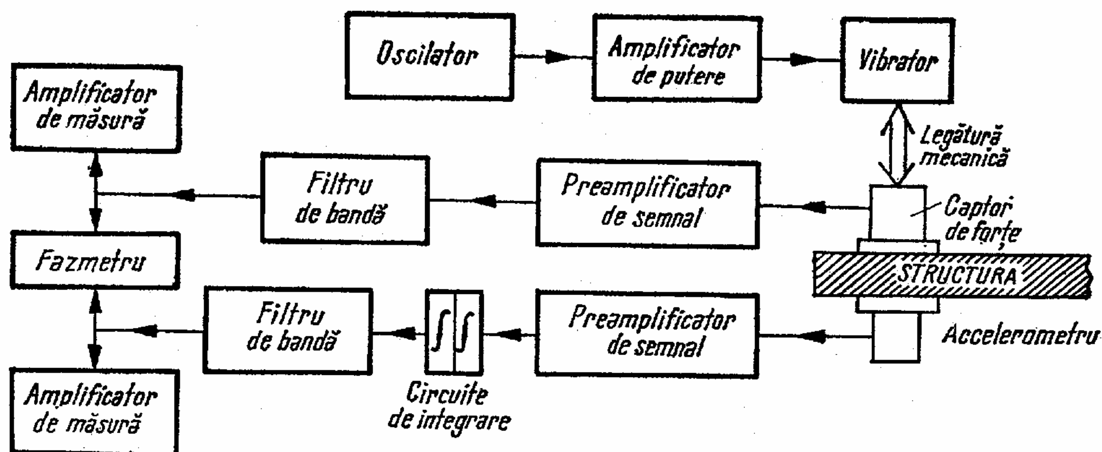


Fig. 7.28

fazmetrului. Cu amplificatoarele de măsură se determină nivelul semnalelor de excitație și răspuns, exprimat opțional în valori maxime sau valori eficace.

Pentru fiecare punct de pe curba de răspuns în frecvență se repetă următorul ciclu de operații : *1* — alegerea frecvenței pe oscilator și reglarea corespunzătoare a filtrelor ; *2* — reglarea nivelului vibrației la valoarea impusă (de exemplu, pentru măsurări cu forțe armonice de amplitudine constantă, se reglează tensiunea semnalului de ieșire din amplificatorul de putere pînă se citește valoarea dorită pe voltmetrul amplificatorului de măsură al semnalului de forță) ; *3* — măsurarea nivelului semnalelor și a defazajului ; *4* — calcularea raportului celor două mărimi, ținînd cont de etalonarea prealabilă (v. Cap. 8) ; *5* — prezentarea grafică a datelor.

Măsurarea funcțiilor de răspuns în frecvență prin valori discrete, cu oprire la anumite frecvențe pînă la realizarea unui regim staționar de vibrații și trasarea diagramelor corespunzătoare, punct cu punct, s-a dovedit a fi un proces de durată, astfel că începînd din jurul anului 1965 au fost puse la punct echipamente pentru înregistrarea automată a acestor diagrame, folosind excitația sinusoidală cu baleiaj de frecvență.

Baleiajul frecvenței, folosit împreună cu metoda wattmetrului (v. § 5.4.6), face posibilă trasarea unei curbe continue de răspuns în frecvență, în timpul desfășurării încercării. Aceasta permite scurtarea duratei încercării și evidențierea unor particularități ale curbei de răspuns, care ar putea fi omise în cazul trasării curbei prin puncte determinate la frecvențe discrete.

O descriere detaliată a acestui echipament depășește cadrul acestei cărți, astfel că vor fi expuse doar cîteva principii de bază, ilustrate de schema din figura 7.29.

Structura este supusă la o excitație sinusoidală, prin lanțul de bază oscilator — amplificator de putere — vibrator electrodinamic. Frecvența este baleiată automat, de obicei pe un domeniu pînă la trei decade (1 — 1000 Hz), de la generatorul de baleiaj. Dacă viteza de baleiaj este suficient de mică (determinată de amortizarea structurii și de constantele de timp ale circuitelor electronice), funcțiile de răspuns în frecvență măsurate prin această metodă sînt identice cu cele determinate staționînd la frecvențe discrete.

Sistemul din figura 7.29 permite înregistrarea directă a modulului și fazei acestor funcții, pe un inscriptor în coordonate rectangulare, analogic. Axa X a inscriptorului este acționată de un semnal de curent continuu, proporțional cu frecvența excitatoare. Pentru înregistrarea caracteristicii amplitudine—frecvență, axa Y este acționată de un semnal rezultat prin detectarea ieșirii unui filtru urmăritor, acordat continuu pe frecvența

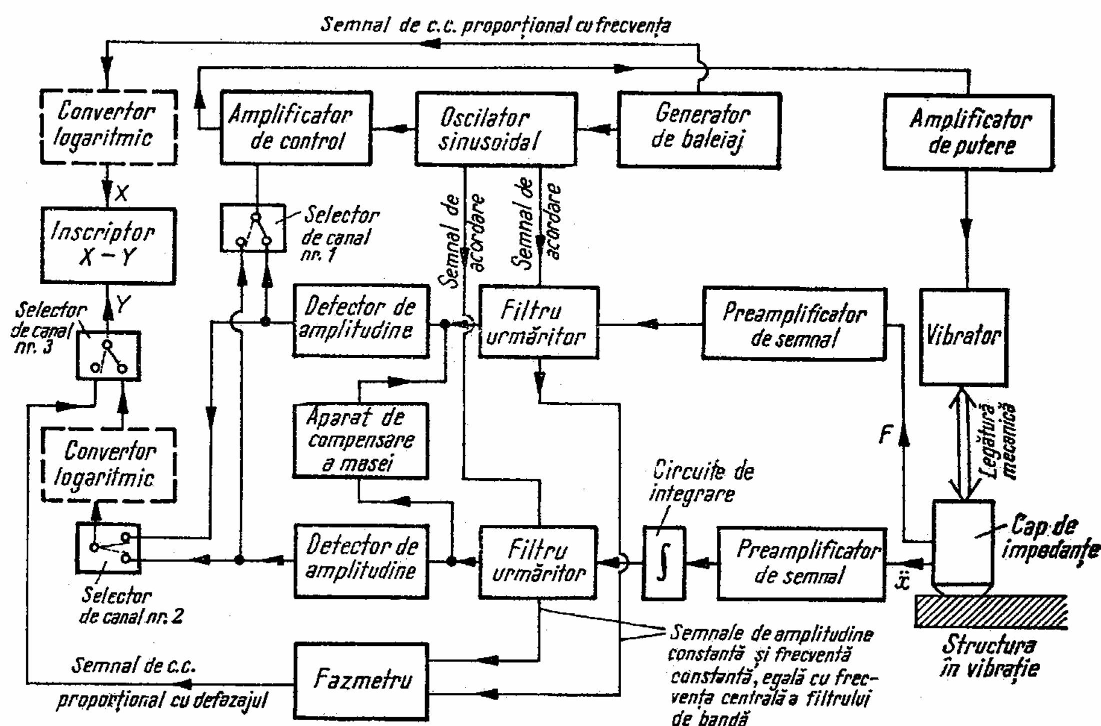


Fig. 7.29

de excitație, care filtrează semnalul primit de la traductorul capului de impedanțe, prin intermediul unui preamplificator.

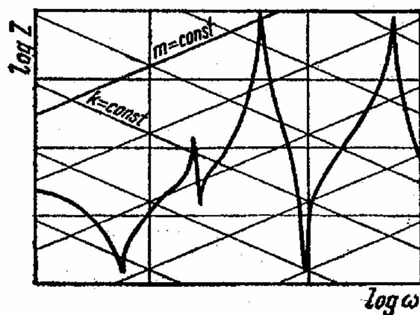
Capul de impedanțe conține un accelerometru și un traductor de forțe montate în aceeași carcasă. El este fixat de structura studiată și atașat mecanic de bobina mobilă a vibratorului, de obicei cu o tijă filetată la ambele capete. Vibratorul este rezemat pe o suspensie foarte elastică.

Pentru înregistrarea caracteristicii fază—frecvență, axa Y este acționată de un semnal de curent continuu, proporțional cu defazajul măsurat de fazmetru.

Selectorul de canal nr. 1 face ca amplificatorul de control să fie conectat în circuitul compresor al excitației, cel al răspunsului compensînd în sistemul de excitare variațiile de impedanță produse de răspunsul dinamic al structurii studiate.

Atunci cînd se măsoară receptanța, mobilitatea sau inertanța — se folosește reacția forței de acționare, iar selectorul de canal nr. 2 conectează la axa Y a inscriptorului semnalul proporțional cu deplasarea, viteza sau accelerația. Atunci cînd se măsoară constanta elastică aparentă, se folosește reacția deplasării, cînd se măsoară impedanța — reacția vitezei, iar la măsurarea masei aparente — reacția accelerației. În aceste ultime cazuri, selectorul de canal nr. 2 conectează la axa Y a inscriptorului semnalul proporțional cu forța de excitație.

În figura 7.30 se prezintă curbe tipice pentru alura caracteristicilor amplitudine-frecvenţă şi fază-frecvenţă obţinute prin măsurarea impedanţei mecanice în punctul de acţionare a unei structuri elastice. Se observă că raportul valorilor impedanţei mecanice măsurate la rezonanţă şi antirezonanţă este de ordinul 10 000 : 1, ceea ce corespunde unui domeniu dinamic continuu de 80dB ce trebuie acoperit de echipamentul de măsură. Aceste variaţii mari ale valorilor funcţiilor de răspuns în frecvenţă, în special la structuri slab amortizate, au impus trasarea diagramelor corespunzătoare în coordonate logaritmice, deci folosirea unor convertoare logaritmice în montajul experimental (fig. 7.29).



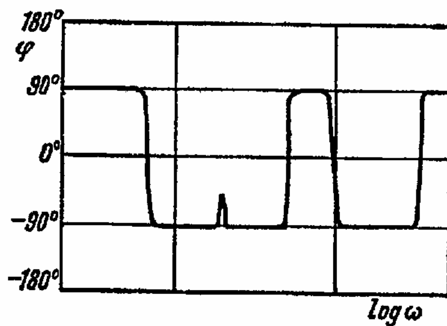


Fig. 7.30

În schema din figura 7.29, în circuitul semnalului dat de accelerometru, s-a introdus (simbolic) o reţea de integrare, care indică necesitatea unei simple sau duble integrări, atunci cînd este de dorit să se măsoare deplasarea sau viteza. Integratoarele electronice uzuale nu pot face însă aceste operaţii pe un domeniu de frecvenţe larg pînă la trei decade, avînd pante ale caracteristicii de 20 dB/decadă. Aceasta înseamnă o atenuare de 60 dB pe trei decade, în cazul măsurării vitezei, şi de 120 dB — în cazul măsurării deplasării. Cum nivelul acceleraţiei este destul de scăzut la antirezonanţe, o atenuare atît de mare nu poate fi admisă şi se recurge la aşa-numita „integrare artificială” [14], uşor de realizat cu ajutorul convertoarelor logaritmice, folosind circuite care efectuează operaţii de tipul

$$\log x = \log \ddot{x} - 2 \log \omega,$$

$$\log \dot{x} = \log \ddot{x} - \log \omega,$$

$$\log \left(\frac{F}{\dot{x}}\right) = \log F - \log \ddot{x} + \log \omega.$$

Cea mai dificilă problemă întîlnită la determinarea răspunsului în frecvenţă este *măsurarea precisă a defazajelor*, aceasta fiind şi în prezent sursa unor erori mari ce apar la trasarea diagramelor polare cu echipamente improvizate sau montaje incomplete. Simpla existenţă a doi traductori diferiţi şi a două canale de măsurare diferite impune în aceste cazuri o verificare a defazajului între canale, în condiţiile ataşării unei mase rigide în locul structurii elastice.

În general, indicaţia fazmetrelor se bazează pe măsurarea intervalului de timp între momentele în care două semnale trec prin valoarea zero. Trecerea întîmplătoare prin zero, datorită distorsiunilor sau zgomotului de fond, poate face ca informaţia asupra fazei să fie complet eronată, fapt ce a determinat introducerea în montaj a filtrelor urmăritoare sau chiar a unor analizoare heterodină [15].

De asemenea, la rezonanţe sau antirezonanţe, unde informaţia asupra variaţiei defazajului cu frecvenţa este cea mai preţioasă, ar trebui comparate semnale de amplitudini mult diferite (la rezonanţă, o forţă minimă produce un răspuns maxim), ceea ce constituie o altă sursă de erori. În plus, deoarece înregistrarea defazajului se face în mod curent pe cel puţin trei decade de frecvenţă, ar fi necesar un fazmetru de bandă largă, a cărui precizie nu este satisfăcătoare.

La analizorul de funcţii de transfer model SD 1002 al firmei Spectral Dynamics [14] se recurge deci la compararea fazei a două semnale sinusoidale de *amplitudine constantă*, extrase din etajul de înaltă frecvenţă al analizoarelor heterodină, avînd *frecvenţă constantă*, independentă de cea a semnalelor analizate (egală cu frecvenţa centrală a filtrului de bandă îngustă), dar acelaşi defazaj relativ.

O altă problemă o constituie aşa-numita *„compensare (automată) a masei"*. Capul de impedanţe este ataşat de structură printr-un ştift filetat sau un adaptor. Aceste elemente de asamblare, precum şi partea capului de impedanţe situată între elementul sensibil al traductorului de forţe şi structură, se comportă — în domeniul frecvenţelor uzuale de lucru — ca o masă adiţională ataşată structurii în punctul de excitaţie. Rezultă că forţa aplicată structurii nu este de fapt forţa măsurată de traductor, ci diferenţa vectorială între aceastea şi forţa necesară pentru deplasarea masei interpuse.

De obicei, forţa de inerţie corespunzătoare masei adiţionale este foarte mică şi introduce o eroare neglijabilă în valorile măsurate ale forţei de excitaţie (se apreciază că dacă masa aparentă a structurii este de 10 ori mai mare decît masa adiţională a unui cap de impedanţe, eroarea ce se face în evaluarea impedanţei mecanice, dacă nu se face compensarea de masă, este sub 1 dB [16]). În vecinătatea rezonanţelor, însă, ea poate deveni comparabilă cu forţa efectiv aplicată, în special la structuri uşoare, slab amortizate. Apare o deplasare aparentă a frecvenţelor de rezonanţă spre valori inferioare şi, paradoxal, o modificare a valorilor calculate ale factorilor de amortizare ai structurii [17].

Se recurge deci la compensarea electrică a acestei mase. Unitatea de compensare a masei face ca din semnalul de forţă să se scadă o cantitate proporţională cu acceleraţia în punctul de excitaţie (deci cu forţa de inerţie corespunzătoare masei adiţionale).

Etalonarea circuitului de compensare se face înaintea ataşării vibratorului de structură. Se pune în vibraţie capul de impedanţe legat de o masă cunoscută şi se reglează amplificarea în reţeaua de compensare pînă cînd peniţa inscriptorului $X - Y$ indică, pe o hîrtie etalonată corespunzător, o masă aparentă egală cu cea ataşată de capul de impedanţă. O metodă mai puţin precisă constă în excitarea capului de impedanţe fără nici o masă ataşată şi reglarea amplificării reţelei pînă forţa rezultantă indicată este zero.

Montajul din figura 7.29 mai poate fi completat cu un circuit ca cel din figura 5.65, pentru a obţine componentele vectoriale ale funcţiilor de răspuns în frecvenţă. Introduse la cele două intrări ale unui inscriptor $X - Y$, acestea permit trasarea diagramelor polare (Nyquist) ale răspunsului în frecvenţă, folosite la identificarea parametrilor dinamici ai structurilor.

Metodele staţionare şi cvasistaţionare de măsurare a răspunsului în frecvenţă al structurilor elastice au aceleaşi avantaje asupra altor

metode, ca cele expuse la încercările similare la vibrații: *a*) precizie ridicată ; *b*) producerea unor puteri mari de excitație, ceea ce este avantajos la analiza structurilor de gabarit mare sau puternic amortizate ; *c*) folosirea unui echipament analogic „clasic" și relativ ieftin. În plus, prin repetarea măsurărilor la diferite nivele de amplitudine constantă a deplasării, se pot pune în evidență unele neliniarități structurale.

Dezavantajul esențial este consumul mare de timp, necesar pentru fixarea corectă a vibratorului (eventual pentru amplasarea lui în diferite puncte), pentru etalonare și verificări pe parcursul experimentării, precum și datorită vitezelor mici de baleiaj impuse la frecvențe joase de structurile slab amortizate. În vecinătatea rezonanțelor, răspunsul maxim măsurat cu baleiaj de frecvență este mai mic decît cel măsurat în regim staționar, iar frecvența de rezonanță este deplasată în sensul în care variază frecvența excitatoare. La acestea se adaugă erorile datorite timpului de mediere al wattmetrului.

7.6.2.2. *Excitație în mai multe puncte.* La identificarea parametrilor unei structuri elastice amortizate este necesară măsurarea formei modurilor principale de vibrație ale structurii conservative asociate. Se demonstrează [18] că, în cazul structurilor amortizate, se poate determina un tip particular de excitație prin forțe sinusoidale, sincrone (de aceeași frecvență) și echifazice (sau defazate cu 180°), aplicate cu ajutorul mai multor vibratoare, care să producă o vibrație după un „mod de distorsiune", în care deplasările punctelor de excitație să fie defazate cu același unghi față de forțe. Defazajul caracteristic este de 90° atunci cînd frecvența excitatoare corespunde cu o frecvență proprie a structurii conservative asociate și în acest caz modul de distorsiune ia forma modului principal de vibrație corespunzător al structurii neamortizate.

Pe baza acestor observații s-au dezvoltat cîteva metode de excitație în mai multe puncte [19],]20].

În figura 7.31 se prezintă schema unui echipament de excitație care realizează vibrarea structurii la o pulsație proprie cu ajutorul mai multor vibratoare electrodinamice, astfel încît mișcările sînt toate în fază una față de alta, dar defazate cu 90° față de forțe.

Sistemul de acționare a vibratoarelor încorporează un sistem de circuite de reacție de servocontrol, folosind faza drept criteriu de rezonanță. Canalul *1* controlează frecvența tuturor vibratoarelor, restul canalelor controlînd doar amplitudinile forțelor.

Fazmetrul produce o tensiune continuă, proporțională cu faza între semnalele de forță și de accelerație. Aceasta, împreună cu o tensiune de compensare, egală dar de polaritate opusă, sînt aplicate unui sumator, rezultînd o tensiune de ieșire nulă, care oprește generatorul de baleiaj la frecvența corespunzătoare rezonanței de fază. Orice variație a răspunsului dinamic al structurii, datorită aplicării ulterioare a celorlalte forțe, care modifică defazajul dintre forță și accelerație, produce un semnal eroare, care acționînd generatorul de baleiaj, modifică frecvența oscilatorului pînă la restabilirea defazajului de 90°, cînd baleiajul este oprit.

De obicei, domeniul de frecvențe este prospectat prin baleiaj manual, pînă se găsește o frecvență de rezonanță și abia apoi este conectat controlul automat, care trebuie să mențină defazajul de 90°.

Apoi nivelul forței la vibratorul *2* este variat manual, pînă la realizarea unui defazaj local de 90° între semnalele de forță și accelerație, după care se închide bucla de servocontrol care reglează automat amplitudinea

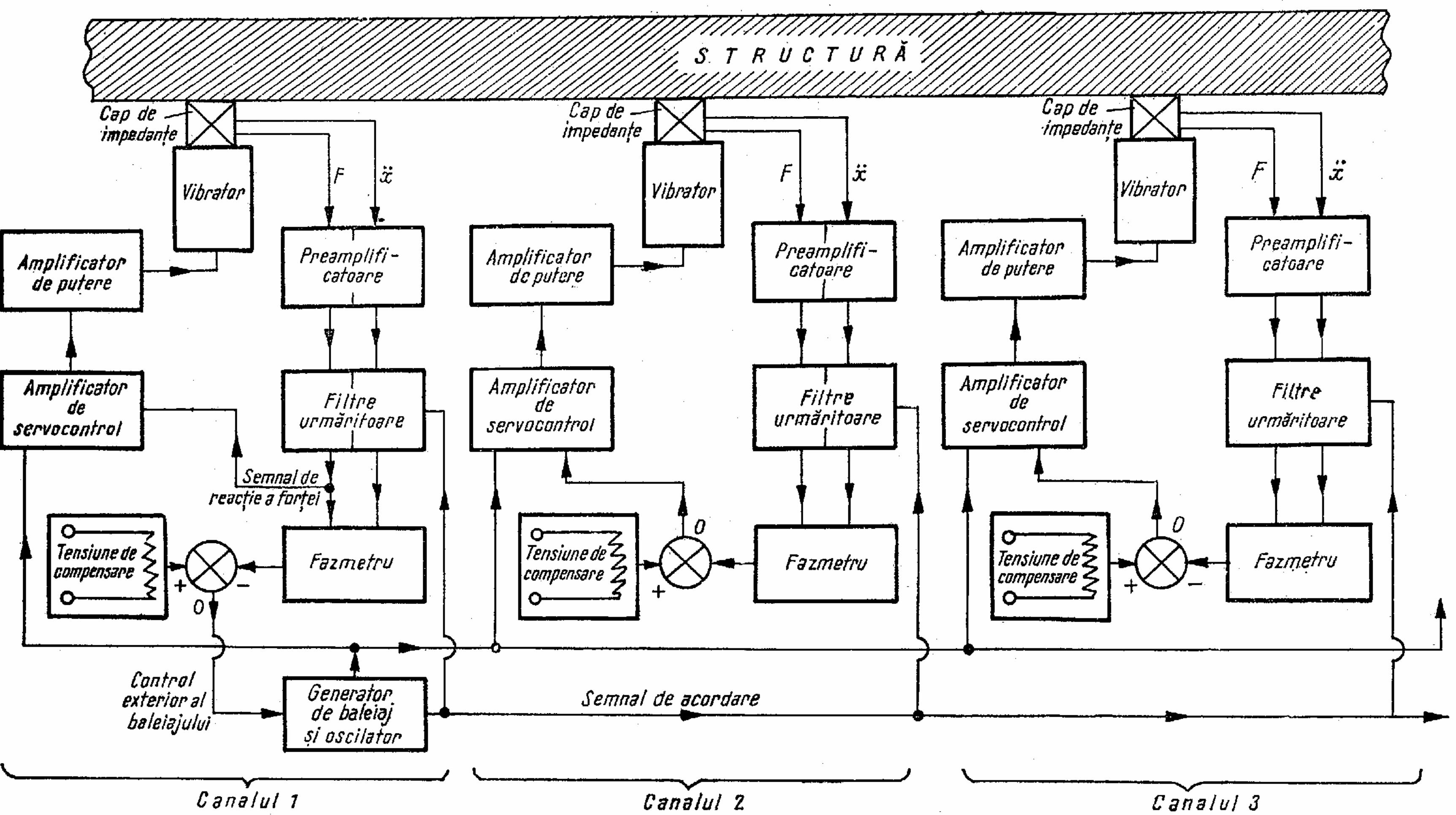

STRUCTURĂ
Cap de impedanțe
Vibrator
F
$\ddot{x}$
Amplificator de putere
Preamplificatoare
Amplificator de servocontrol
Filtre urmăritoare
Semnal de reacție a forței
Tensiune de compensare
Fazmetru
+
−
0
Control exterior al baleiajului
Generator de baleiaj și oscilator
Semnal de acordare
Canalul 1
Canalul 2
Canalul 3

Fig. 7.31

forței excitatoare, pentru a menține defazajul de 90°. Operația se repetă la celelalte canale pînă la realizarea rezonanței de fază, cînd (cu ajutorul unui captor deplasat în diferite puncte ale structurii) se înregistrează forma modului de vibrație.

7.6.3. Măsurări în regim tranzitoriu

Datorită duratei mari a încercării, determinarea răspunsului în frecvență nu se poate face totdeauna folosind excitație sinusoidală staționară. Astfel, pentru încercarea avioanelor în timpul zborului și a rachetelor, s-au dezvoltat metode de măsurare în regim tranzitoriu, care ulterior au fost aplicate cu succes în industria automobilelor și a mașinilor unelte.

În acest caz, funcția de răspuns în frecvență se determină pe baza relației (2.39), ca raport între transformatele Fourier ale răspunsului și excitației

$$H(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{X(i\omega)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t}\,dt}{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}\,dt} = \frac{\mathcal{F}[y(t)]}{\mathcal{F}[x(t)]}. \qquad (7.17)$$

Acestea se pot calcula direct, cu ajutorul analizoarelor Fourier numerice (v. § 5.4.3) sau apelînd la un calculator numeric obișnuit, în care se introduc semnalele eșantionate și codificate ale excitației și răspunsului.

7.6.3.1. *Măsurarea analogică a transformatelor Fourier.* Înaintea dezvoltării metodelor numerice de măsurare, evaluarea integralelor din relația (7.17) s-a făcut prin metode analogice iar pentru reducerea costului aparaturii, s-a căutat să se folosească aproximativ același echipament ca pentru analiza semnalelor periodice.

Pentru majoritatea impulsurilor și excitațiilor tranzitorii folosite în practică, după ce a fost perturbat, sistemul revine la starea inițială de echilibru static. Dacă T este durata impulsului, relația (7.17) devine

$$H(i\omega) = \frac{\int_0^T y(t)\cos\omega t\,dt - i\int_0^T y(t)\sin\omega t\,dt}{\int_0^T x(t)\cos\omega t\,dt - i\int_0^T x(t)\sin\omega t\,dt} = \frac{\mathcal{F}[y(t)]_R - i\mathcal{F}[y(t)]_I}{\mathcal{F}[x(t)]_R - i\mathcal{F}[x(t)]_I}. \qquad (7.18)$$

Pentru realizarea operațiilor indicate de (7.18) se folosește schema-bloc din figura 7.32.

Se remarcă asemănarea cu schema din figura 5.65. În ambele cazuri, semnalele purtătoare de informație sînt înmulțite cu două semnale sinusoidale defazate între ele cu 90°. Dar în timp ce la excitația sinusoidală frecvența semnalelor de referință este aceeași cu frecvența excitatoare, la excitația în regim tranzitoriu poate avea orice valoare în domeniul de frecvențe de interes. O altă deosebire constă în înlocuirea circuitului de mediere din figura 5.65 cu un integrator.

Deoarece pentru analiza semnalelor $x(t)$ și $y(t)$ se folosesc aceleași semnale de referință, defazajul θ între ele nu contează, deci nu este necesară alegerea unei baze de timp.

Este avantajos să se înregistreze semnalele $x(t)$ şi $y(t)$ pe bandă magnetică. În acest caz, datele înregistrate într-o singură încercare, folosind un singur impuls, sînt suficiente pentru determinarea funcţiei $H(\mathrm{i}\omega)$ pe tot domeniul de frecvenţe existente în semnalul de intrare. Funcţia $H(\mathrm{i}\omega)$ se obţine introducînd repetat datele de pe bandă în multiplicatoarele schemei din figura 7.32, modificînd frecvenţa semnalelor de referinţă după

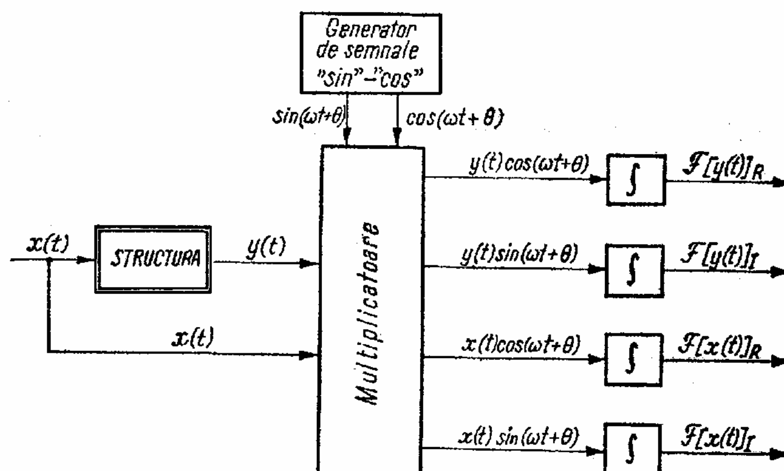


Fig. 7.32

fiecare rulare. Dacă nu se dispune de un înregistrator pe bandă magnetică, trebuie repetată încercarea la fiecare schimbare a frecvenţei de referinţă.

Atunci cînd sistemul nu revine la starea iniţială de echilibru static, ca în cazul excitaţiei cu o forţă „treaptă", deci cînd valorile finale ale funcţiilor $x(t)$ şi $y(t)$ sînt diferite de zero, forma modificată a ecuaţiei (7.18) se scrie [21]

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{\left\{\mathcal{F}[y(t)]_R - \frac{y(T)\sin\omega T}{\omega}\right\} - \mathrm{i}\left\{\mathcal{F}[y(t)]_I + \frac{y(T)\cos\omega T}{\omega}\right\}}{\left\{\mathcal{F}[x(t)]_R - \frac{x(T)\sin\omega T}{\omega}\right\} - \mathrm{i}\left\{\mathcal{F}[x(t)]_I + \frac{x(T)\cos\omega T}{\omega}\right\}}. \tag{7.19}$$

7.6.3.2. *Metoda impactului.* Odată cu dezvoltarea captorilor de forţe şi a analizoarelor Fourier rapide, a recăpătat popularitate metoda măsurării funcţiei $H(\mathrm{i}\omega)$ în regim tranzitoriu, prin aplicarea unui şoc structurii.

Cu ajutorul unui ciocan, de care este ataşat un captor de forţe piezoelectric (fig. 7.33), se loveşte structura. Captorul de forţe măsoară forţa aplicată iar un accelerometru montat pe structură măsoară răspunsul acesteia. După prelucrarea în amplificatoare de sarcină şi filtre „antialiasing", cele două

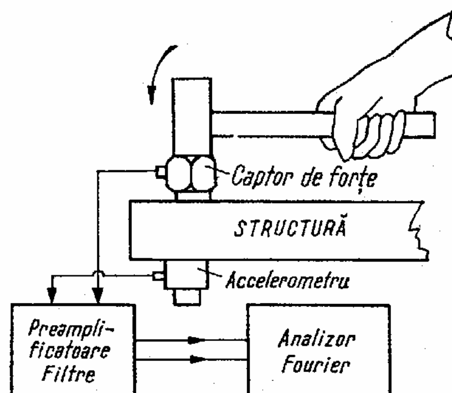


Fig. 7.33

semnale sînt introduse într-un analizor Fourier. Într-o altă variantă, se atașează și captorul de forțe de structură și se lovește cu ciocanul în captor.

Dezavantajul principal al metodei rezidă în faptul că forma de undă și amplitudinea impulsului, deci spectrul de energie al acestuia, nu pot fi controlate, ele variind de la o încercare la alta. Ca urmare, neliniaritățile

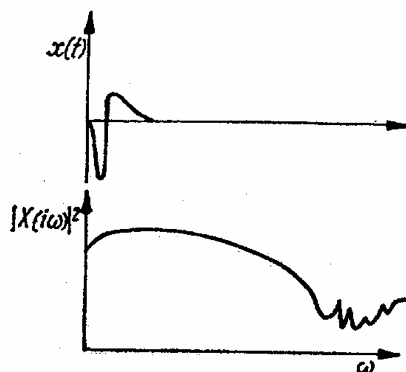


Fig. 7.34

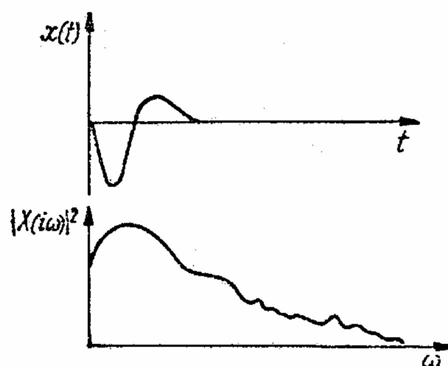


Fig. 7.35

structurii determină răspunsuri diferite, chiar atunci cînd măsurările se fac în același punct.

Dacă impulsul este de scurtă durată, spectrul de energie poate ocupa un domeniu larg de frecvențe (fig. 7.34), dar de obicei densitatea de energie este insuficientă pentru a excita întreaga structură. Singura soluție pentru a produce mai multă energie este de a lovi mai puternic, ceea ce poate duce la deteriorarea structurii sau obținerea unui răspuns pronunțat neliniar. Dacă, pentru a diminua impactul, se introduce un strat din material deformabil între ciocan și structură, crește durata impulsului, deci scade domeniul de frecvențe acoperit de spectrul de energie (fig. 7.35).

Datorită energiei insuficiente în anumite benzi de frecvență, porțiunile cu valori minime ale funcției $H(i\omega)$ pot fi determinate cu erori mari, din cauza valorilor mici ale raportului semnal/zgomot. Reprezentarea funcției în aceste zone poate fi îmbunătățită, înregistrînd mai multe funcții, însumîndu-le și calculînd o funcție medie de răspuns în frecvență.

În general, metoda impactului poate fi folosită cînd se urmărește concentrarea energiei la frecvențe joase, dar nu poate fi utilizată la încercarea structurilor cu gabarit mare, puternic amortizate, deoarece nu se pot realiza nivele de energie suficient de mari.

S-a studiat posibilitatea utilizării excitației cu un impuls de scurtă durată, de formă cunoscută, produs de un generator de semnal și aplicat structurii cu un vibrator electrodinamic. Variația cu frecvența a modulului transformatei Fourier a unui impuls (dreptunghiular, triunghiular, semisinusoidal) este prezentată în tabela 2.6. Un semnal cu astfel de spectru Fourier nu este adecvat măsurării caracteristicilor dinamice ale structurilor. În primul rînd, dacă una din frecvențele proprii ale structurii coincide cu o frecvență la care amplitudinea spectrului se anulează, modul respectiv de vibrație nu va fi excitat. În al doilea rînd, extinderea spectrului pînă la frecvențe foarte înalte impune măsuri de filtrare în cazul folosirii echipamentului numeric (datorită efectului de „suprapunere”), excitînd rezonanțe care s-ar putea să nu intereseze.

7.6.3.3. *Metoda relaxării bruște.* O altă metodă tradițională constă în aplicarea unei deformații inițiale mari, urmată de eliberarea bruscă a structurii și analiza vibrației libere astfel produse. Procedeul se aplică mai mult la structuri încastrate sau fixate de un sistem imobil.

În varianta modernă, se montează traductorul de forțe pe structură și se atașează de acesta o coardă inextensibilă cu ajutorul căreia se deformează structura static. Se taie coarda, structura se „relaxează”, traductorul de forțe înregistrează o forță „negativă” aproximînd o funcție treaptă iar accelerometrul măsoară răspunsul tranzitoriu al structurii. Cu ajutorul unui analizor Fourier se calculează apoi funcția $H(i\omega)$ ca raport al transformatelor Fourier ale celor două semnale.

În general, spectrul acestui tip de excitație conține mai multă energie la frecvențe joase (sub 2 Hz), fiind adecvat excitării clădirilor mari, a stîlpilor și podurilor, a altor structuri cu frecvență proprie fundamentală foarte joasă. Dacă se poate realiza o pretensionare inițială puternică, energia totală obținută este mai mare decît la metoda precedentă. În schimb, durata necesară experimentării este mai mare.

Atunci cînd se urmărește realizarea unui regim de vibrații libere la una din frecvențele proprii ale structurii, este necesară folosirea excitației simultane în mai multe puncte.

Utilizînd mai multe vibratoare, se realizează excitația unui mod pur, în regim de vibrații armonice staționare, după care se întrerupe excitația. Structura continuă să vibreze după forma modului respectiv de vibrație, ca un sistem cu un grad de libertate, ceea ce permite calculul decrementului logaritmic și aprecierea naturii amortizării din sistem.

7.6.3.4. *Metoda baleiajului rapid de frecvență.* Pentru a elimina dezavantajele metodelor precedente, s-a căutat generarea unor semnale care să aibă un spectru constant pe un domeniu limitat de frecvențe. Cele mai bune rezultate s-au obținut cu ajutorul unor semnale sinusoidale de amplitudine constantă și frecvență variabilă în timp (fig. 7.36), deci cu o sinusoidă modulată în frecvență.

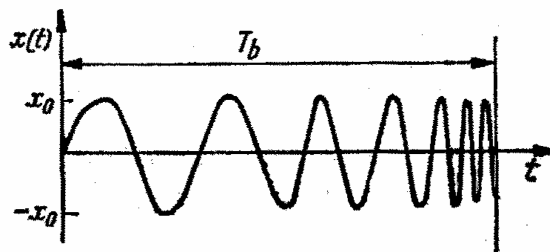


Fig. 7.36

Se demonstrează [21] că în cazul unei *variații liniare a frecvenței cu timpul*, un semnal de forma

$$x(t) = x_0 \sin \int_0^t \omega(t)\, dt, \qquad 0 < t < T_b,$$

are un spectru de energie de amplitudine constantă, proporțională cu T_b, unde T_b este timpul de baleiaj.

La Institutul de cercetări asupra sunetelor și vibrațiilor de la Southampton, Anglia, s-au efectuat cercetări sistematice [22] privind acest tip de măsurări și s-a construit un generator special care produce semnale de forma

$$x(t) = x_0 \sin\, (at^2 + bt), \qquad (7.20)$$

unde

$$a = \frac{\pi(f_i - f_f)}{T_b}, \qquad b = 2\pi f_i$$

iar T_b este durata baleiajului necesară pentru a crește frecvența semnalului de la valoarea f_i la valoarea f_f.

Spectrul acestui semnal are forma din figura 7.37, cu următoarele proprietăți:

1—nivelul mediu al spectrului este $\frac{\pi x_0}{4a}$;

2—valorile maxime de la extremități apar la frecvențele $f'_i = f_i + 1{,}2\sqrt{\frac{a}{2\pi}}$ și $f'_f = f_f - 1{,}2\sqrt{\frac{a}{2\pi}}$, avînd un nivel de 1,4 ori mai mare ca nivelul mediu;

3—amplitudinea ondulațiilor din partea centrală a spectrului este proporțională cu $\frac{1}{\sqrt{T_b}}$;

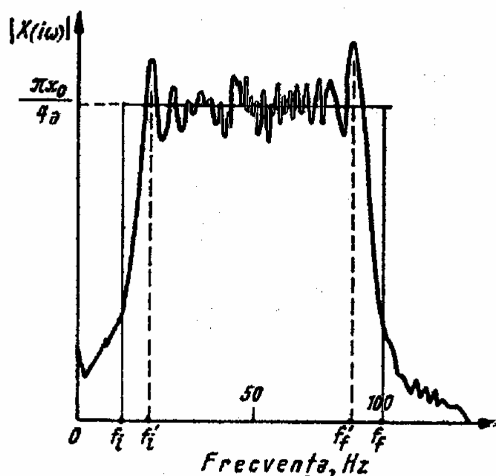


Fig. 7.37

4—limita inferioară și cea superioară de frecvențe sînt clar definite.

Posibilitatea controlului valorii f_f duce la evitarea fenomenelor de „aliasing" în cazul eșantionării semnalelor, cu o frecvență mai mare ca $2f_f$ înaintea prelucrării numerice. Spectrul din figura 7.37 s-a obținut la un baleiaj automat între 20 Hz și 100 Hz, efectuat într-o secundă. Rezultate bune se obțin și cu un generator de semnale sinusoidale, la care baleiajul se efectuează manual.

În trecut s-a folosit o metodă similară pentru determinarea frecvențelor proprii ale structurilor mari. S-a utilizat un vibrator mecanic cu mase excentrice, care era acționat pînă la turația maximă, apoi motorul de antrenare era oprit și vibratorul lăsat să se oprească singur. Se realiza astfel un baleiaj în sens descrescător al frecvențelor, considerat suficient de lent pentru a excita toate rezonanțele. Se măsura numai răspunsul, excitația putînd fi calculată aproximativ pe baza indicațiilor unui tahometru asupra variației în timp a turației, cunoscînd masa și raza la care erau montate greutățile excentrice.

7.6.4. Măsurări în regim aleator

Schema de principiu a procedeelor folosite pentru măsurarea răspunsului sistemelor elastice la excitație aleatoare este arătată în figura 7.38.

Generatorul de semnal acționează un vibrator prin intermediul unui amplificator de putere. Vibratorul solicită structura mecanică, introducînd în sistem o mărime de intrare aleatoare $x(t)$, de natura unei forțe sau deplasări.

Mărimea de ieșire $y(t)$, măsurată cu ajutorul unui captor de vibrații, este introdusă împreună cu $x(t)$ într-un sistem de analiză. Pe una din

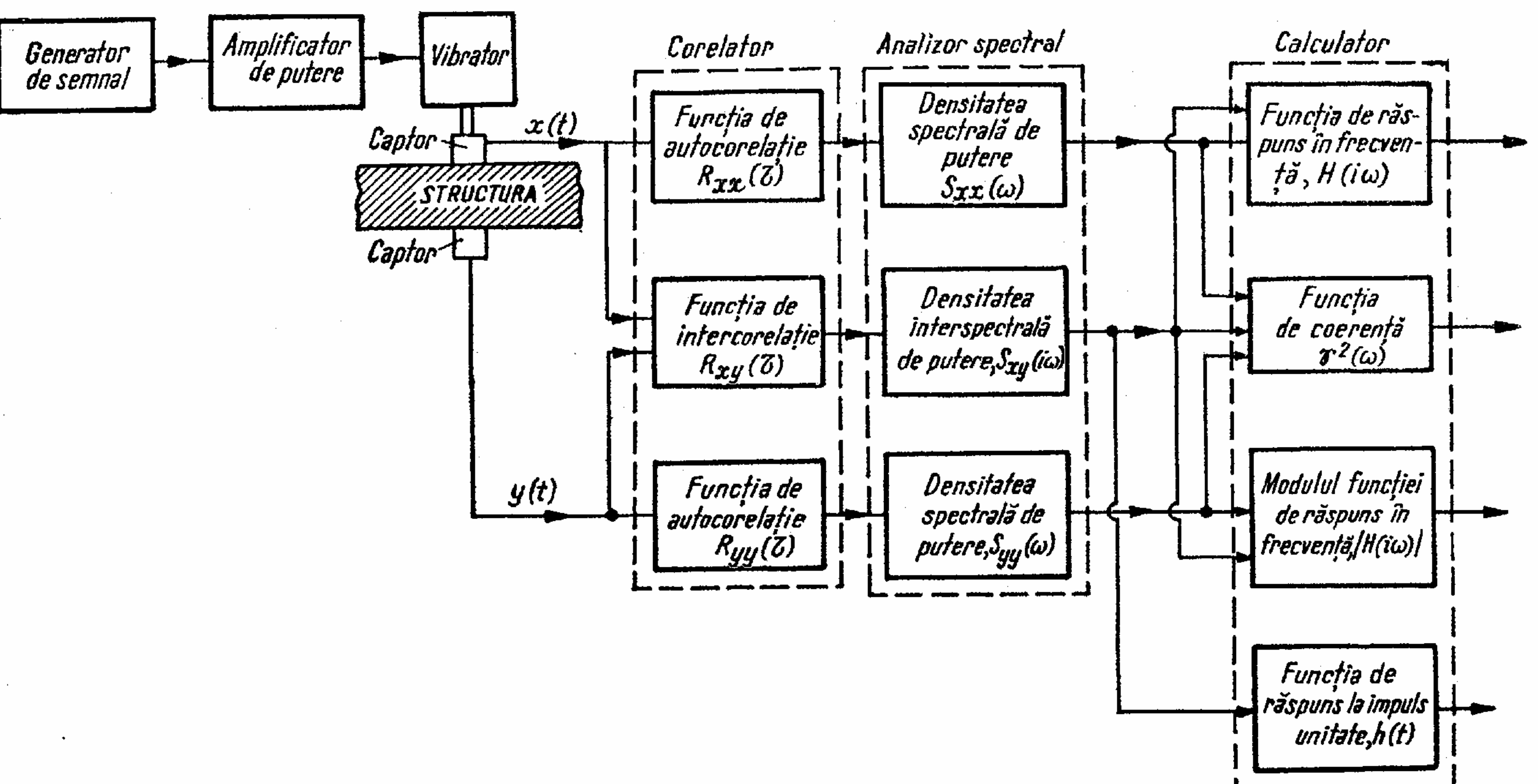

Generator de semnal
Amplificator de putere
Vibrator
Captor
STRUCTURA
Captor
x(t)
y(t)
Corelator
Funcţia de autocorelaţie $R_{xx}(\tau)$
Funcţia de intercorelaţie $R_{xy}(\tau)$
Funcţia de autocorelaţie $R_{yy}(\tau)$
Analizor spectral
Densitatea spectrală de putere $S_{xx}(\omega)$
Densitatea interspectrală de putere, $S_{xy}(i\omega)$
Densitatea spectrală de putere, $S_{yy}(\omega)$
Calculator
Funcţia de răspuns în frecvenţă, $H(i\omega)$
Funcţia de coerenţă $\gamma^2(\omega)$
Modulul funcţiei de răspuns în frecvenţă, $|H(i\omega)|$
Funcţia de răspuns la impuls unitate, $h(t)$

Fig. 7.38.

căile arătate în figura 7.38, se pot obţine :

— funcţia de răspuns în frecvenţă $H(i\omega)$, caracterizată prin modul, $|H(i\omega)|$ şi fază, $\varphi(i\omega)$;

— modulul funcţiei de răspuns în frecvenţă, $|H(i\omega)|$;

— funcţia de răspuns la impulsul unitate (funcţia pondere) $h(t)$;

— funcţia de coerenţă, $\gamma^2_{xy}(\omega)$ a semnalelor $x(t)$ şi $y(t)$.

7.6.4.1. *Măsurarea funcţiei de răspuns în frecvenţă.* Pentru un sistem elastic la care se cunoaşte mărimea de intrare $x(t)$ şi mărimea de ieşire $y(t)$, se calculează :

a) modulul funcţiei de răspuns în frecvenţă, ca rădăcină pătrată a raportului între densitatea spectrală de putere a mărimii de ieşire $S_{yy}(\omega)$ şi a mărimii de intrare $S_{xx}(\omega)$

$$|H(i\omega)| = \sqrt{\frac{S_{yy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)}}; \qquad (7.21)$$

b) Funcţia de răspuns în frecvenţă, pe baza cunoaşterii densităţii interspectrale de putere a mărimii de ieşire şi de intrare $S_{yx}(i\omega)$ şi a densităţii spectrale de putere a mărimii de intrare $S_{xx}(\omega)$

$$H(i\omega) = \frac{S_{yx}(i\omega)}{S_{xx}(\omega)}. \qquad (7.22)$$

Relaţiile de mai sus sînt valabile în situaţia în care sistemul elastic este supus unui semnal de excitaţie unic cunoscut $x(t)$, ca în figura 7.39 *a*.

Metoda de măsurare a funcţiilor de răspuns în frecvenţă, pornind de la cunoaşterea densităţii spectrale de putere, este aplicabilă şi sistemelor elastice aflate sub influenţa unor perturbaţii (zgomote), ca urmare a funcţionării în cadrul unor instalaţii. Este evident avantajul pe care îl prezintă o metodă de identificare a sistemelor fără oprirea lor din funcţiune ; în acest caz, mărimea de ieşire $y(t)$, datorată semnalului de probă $x(t)$ şi semnalul necunoscut, datorat funcţionării $z(t)$, se însumează (fig. 7.39 *b*).

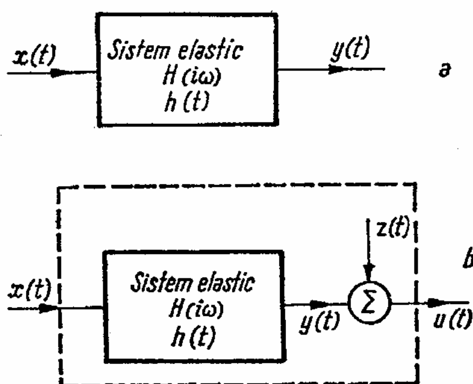


Fig. 7.39

Fie $u(t)$, mărimea de ieşire accesibilă pentru măsurare. Interesează înlăturarea efectului zgomotului $z(t)$ în decursul măsurărilor, în vederea obţinerii unei funcţii de răspuns în frecvenţă neafectată de erori [23].

Dacă $S_{yy}(\omega)$ şi $S_{zz}(\omega)$ sînt spectrele de putere ale semnalelor $y(t)$, respectiv $z(t)$, spectrul de putere al mărimii de ieşire $S_{uu}(\omega)$ se obţine ca sumă a acestora

$$S_{uu}(\omega) = S_{yy}(\omega) + S_{zz}(\omega).$$

Densitatea interspectrală a mărimii de ieşire $u(t)$ cu mărimea de intrare $x(t)$ se obţine prin însumarea interspectrelor $S_{yx}(i\omega)$ şi $S_{zx}(i\omega)$

$$S_{ux}(i\omega) = S_{yx}(i\omega) + S_{zx}(i\omega).$$

În general, zgomotul $z(t)$ nu este corelat cu mărimea de intrare $x(t)$, ceea ce face ca, luînd o medie a densității interspectrale $\overline{S_{ux}(i\omega)}$, aceasta să se apropie de $\overline{S_{yx}(i\omega)}$, întrucît contribuția termenului $\overline{S_{zx}(i\omega)}$ tinde către zero. Barele orizontale arată că se lucrează cu medii de ansamblu.

Pentru sistemul din figura 7.39 *b*, relația prin care se determină funcția de răspuns în frecvență, utilizînd mediile densităților spectrale, devine

$$H(i\omega) = \frac{\overline{S_{ux}(i\omega)}}{\overline{S_{xx}(\omega)}} \cong \frac{\overline{S_{yx}(i\omega)}}{\overline{S_{xx}(\omega)}}. \qquad (7.23)$$

Rapiditatea cu care $\overline{S_{ux}(i\omega)}$ se apropie de $\overline{S_{yx}(i\omega)}$ depinde de măsura în care $u(t)$ se datorează intrării $x(t)$.

Pentru a putea aprecia cantitativ influența zgomotului $z(t)$ asupra mărimii de ieșire $u(t)$, se calculează funcția de coerență medie pe ansamblu

$$\overline{\gamma^2(\omega)} = \frac{\overline{|S_{ux}(i\omega)|^2}}{\overline{S_{uu}(\omega)} \cdot \overline{S_{xx}(\omega)}}. \qquad (7.24)$$

Funcția de coerență medie este cuprinsă între zero și 1, fiind maximă atunci cînd mărimea $u(t)$ este produsă numai de mărimea de intrare $x(t)$.

Funcția de coerență medie pe ansamblu a semnalelor $x(t)$ și $u(t)$ de indicații asupra gradului în care zgomotul $z(t)$ influențează rezultatele măsurărilor. Cu cît funcția de coerență medie este mai apropiată de unitate, cu atît funcția de răspuns în frecvență dată de relația (7.23) este mai precis determinată. Aceasta se obține prin considerarea unui număr mai mare de realizări în procesul de mediere.

7.6.4.2. *Măsurarea funcției pondere.* Aplicarea unui impuls asupra sistemului mecanic studiat ridică o serie de probleme.

Astfel, dacă impulsul este prea slab, ieșirea sistemului nu poate fi detectată din zgomot, în schimb un impuls prea sever poate duce la distrugerea sistemului.

Folosirea semnalelor aleatoare ca semnale de probă permite măsurarea funcției pondere a sistemelor, fără a folosi ca mărime de intrare un impuls [24].

La intrarea sistemului se aplică un semnal de probă $x(t)$, avînd funcția de autocorelație de forma unui impuls. Semnalul pseudo-aleator binar răspunde în mod corespunzător acestei cerințe, așa cum se observă din figura 7.40, unde este reprezentată funcția sa de autocorelație.

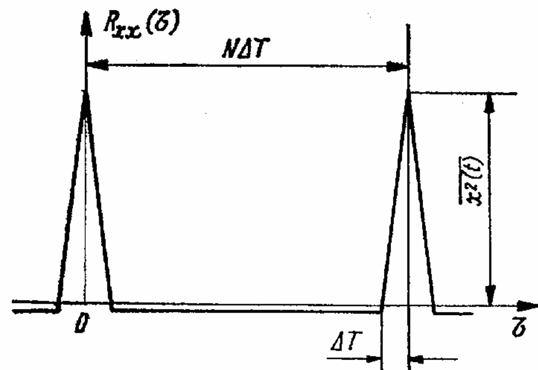


Fig. 7.40

În acest caz, funcția de intercorelație a mărimilor de intrare $x(t)$ și de ieșire $y(t)$ este dată de relația

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x^2(t)}\, h(\tau),$$

unde $\overline{x^2(t)}$ este valoarea medie pătratică a semnalului pseudo-aleator, folosit ca mărime de intrare, iar $h(\tau)$ este funcţia pondere a sistemului elastic studiat.

Rezultă deci că, dacă se măsoară funcţia de intercorelaţie $R_{xy}(\tau)$, cunoscînd mărimea $\overline{x^2(t)}$, se poate determina funcţia pondere $h(\tau)$.

Timpul de mediere T, pentru calculul funcţiilor de corelaţie, trebuie să fie egal cu perioada $N \cdot \Delta T$ a semnalului pseudoaleator; în acest caz nu apar erori de estimare.

Această tehnică experimentală prezintă următoarele avantaje:

a) încercarea se poate efectua în timpul funcţionării sistemului, deoarece intensitatea semnalului de probă poate fi suficient de mică pentru a nu deranja procesul tehnologic; *b)* întrucît se efectuează corelarea semnalelor, rezultatele încercărilor nu sînt perturbate de zgomotul din sistem, acesta nefiind corelat cu semnalul de probă.

O comparaţie a avantajelor şi dezavantajelor metodelor de măsurare a răspunsului în frecvenţă al structurilor se face în lucrarea [25].

7.6.5. Analiza curbelor de răspuns în frecvenţă

7.6.5.1. ***Analiza răspunsului sistemului cu un grad de libertate.*** Ecuaţia de mişcare a sistemului din figura 7.41 este

$$m\ddot{x} + \frac{h}{\omega}\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t}, \tag{7.25}$$

unde m, k şi h reprezintă masa, constanta elastică şi respectiv coeficientul de amortizare histeretică echivalentă.

Înlocuind în ecuaţia (7.25) o soluţie staţionară de forma $x = X^* e^{i\omega t}$, rezultă amplitudinea complexă a deplasării

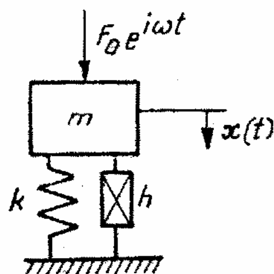


Fig. 7.41

$$X^* = \frac{F_0}{k} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2} + ig}, \tag{7.26}$$

unde

$$g = \frac{h}{k}, \quad p = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{7.27}$$

Aceasta se mai poate exprima sub forma

$$X^* = Xe^{i\varphi} = X_R + iX_I, \tag{7.28}$$

unde X este modulul, φ — unghiul de fază, X_R — componenta reală (în fază cu forţa) iar X_I — componenta imaginară (în cuadratură cu forţa).

Dacă se înregistrează diagramele $X_R - \omega$ (fig. 7.42) şi $X_I - \omega$ (fig. 7.43) pentru $F_0 = \text{const.}$, pulsaţia de rezonanţă p este definită de maximul lui $X_I(\omega)$ iar factorul de amortizare histeretică se calculează cu relaţia

$$g = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2}, \tag{7.29}$$

unde ω_1 şi ω_2 sînt pulsaţiile punctelor de extremum ale funcţiei $X_R(\omega)$.
Constanta elastică se determină din formula

$$k = \frac{1}{g}\frac{F_0}{X_{rez}}, \tag{7.30}$$

unde X_{rez} este amplitudinea componentei X_I la rezonanţă.

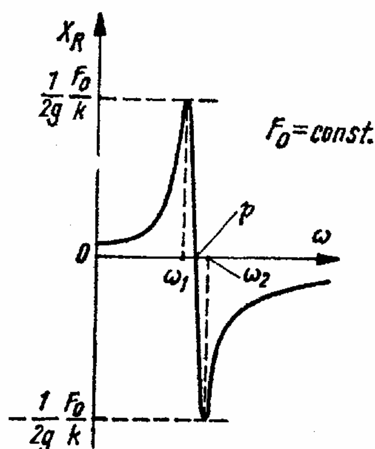


Fig. 7.42

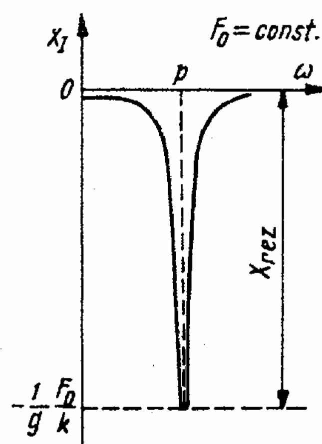


Fig. 7.43

Masa se calculează apoi din a doua relaţie (7.27).
Dacă se înregistrează doar curba $X - \omega$ (fig. 7.44), pentru F_0 = const., se determină pulsaţia p în dreptul maximumului X_{rez}, apoi pulsaţiile punctelor de semiputere ω_1 şi ω_2, unde $X = \frac{1}{\sqrt{2}} X_{rez}$. Factorul de amortizare se calculează şi cu relaţia

$$g = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2p^2} \tag{7.31}$$

care pentru amortizare redusă devine

$$g \cong \frac{\omega_2 - \omega_1}{p}. \tag{7.32}$$

Dacă se elimină ω între expresiile cantităţilor X_R şi X_I, se obţine ecuaţia diagramei polare corespunzătoare

$$\left(X_I + \frac{1}{2g}\frac{F_0}{k}\right)^2 + X_R^2 = \left(\frac{1}{2g}\frac{F_0}{k}\right)^2, \tag{7.33}$$

care este un cerc (fig. 7.45) tangent în origine la axa reală.
Rezonanţa apare în punctul M de pe semiaxa imaginară negativă, unde $X_R = 0$, $\frac{dX_I}{d\omega} = 0$ şi corespunde la $|X_I|_{max}$ şi $|X|_{max}$.

Deoarece $\frac{ds}{d(\omega^2/p^2)} = X^2$, pulsaţia p poate fi localizată în punctul unde raportul $\frac{\Delta s}{\Delta\omega}$ este maxim, deci în zona unde unor creşteri egale ale pulsaţiei $\Delta\omega$ le corespunde un arc de cerc Δs de lungime maximă (criteriul Kennedy — Pancu).

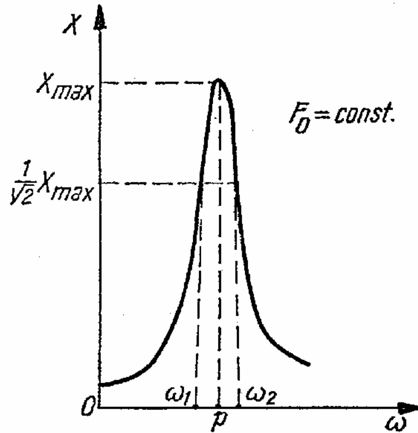


Fig. 7.44

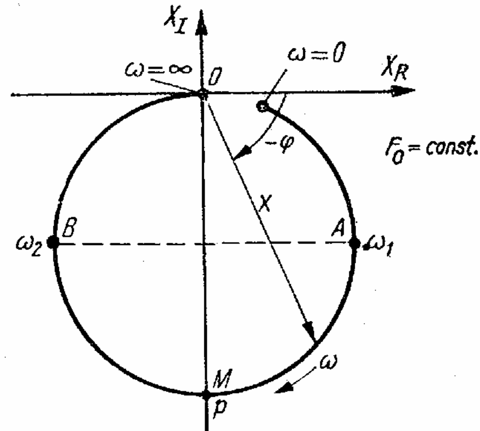


Fig. 7.45

Factorul de amortizare g se calculează cu relaţia (7.29) în care ω_1 şi ω_2 sînt pulsaţiile punctelor A şi B, extremităţile diametrului AB, perpendicular pe OM. Constanta elastică k se calculează cu relaţia (7.30) în care $X_{rez} = OM$, iar masa m cu a doua relaţie (7.27).

Alte metode de identificare a parametrilor sistemului cu un grad de libertate sînt descrise în lucrarea [26].

7.6.5.2. *Analiza răspunsului sistemelor cu mai multe grade de libertate.* În scopul studierii comportării dinamice a structurilor reale continue, cu parametri distribuiţi, deoarece interesează răspunsul într-un domeniu limitat de frecvenţe şi într-un număr limitat de puncte semnificative, se recurge la un model cu număr finit de grade de libertate, reprezentînd un sistem format din n mase discrete, legate între ele prin elemente elastice şi disipative, a căror deplasare este definită prin coordonatele independente $q_1, q_2, \ldots q_n$.

În cazul excitaţiei armonice, ecuaţiile mişcării acestor mase se scriu sub forma

$$[M]\{\ddot{q}\} + \frac{1}{\omega}[H]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\}e^{i\omega t}, \qquad (7.34)$$

unde $[M]$, $[H]$ şi $[K]$ sînt matricele pătrate ale inerţiei, amortizării histeretice şi rigidităţii, $\{q\}$ este vectorul coordonatelor generalizate, $\{F\}$ — vectorul excitaţiei, ω — pulsaţia excitatoare.

În cazul amortizării proporţionale, soluţia generală a ecuaţiei (7.34) se scrie sub forma

$$\{q\} = \{Q\}e^{i\omega t} = \frac{\{\Psi^{(r)}\}'\{F\}\{\Psi^{(r)}\}}{k_r\left(1 - \frac{\omega^2}{p_r^2} + ig_r\right)} e^{i\omega t}. \qquad (7.35)$$

În relaţia (7.35), $\{\Psi^{(r)}\}$ este vectorul propriu de ordin r al sistemului conservativ asociat, soluţie a problemei de valori proprii

$$([K] - p_r^2[M])\{\Psi^{(r)}\} = \{0\}, \tag{7.36}$$

unde p_r este pulsaţia proprie de ordin r

$$p_r^2 = \frac{k_r}{m_r} = \frac{\{\Psi^{(r)}\}'[K]\{\Psi^{(r)}\}}{\{\Psi^{(r)}\}'[M]\{\Psi^{(r)}\}}. \tag{7.37}$$

S-au mai notat k_r — constanta elastică modală, m_r — masa modală, $g_r = \frac{h_r}{k_r}$ factorul de amortizare histeretică modală, unde $h_r=\{\Psi^{(r)}\}'[H]\{\Psi^{(r)}\}$, iar semnul „prim" indică transpunere.

Dacă se aplică o singură forţă de excitaţie F_l în punctul l, receptanţa complexă în punctul j se scrie sub forma

$$\bar{\alpha}_{jl} = \frac{Q_j}{F_l} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\Psi_j^{(r)}\Psi_l^{(r)}}{k_r} \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{p_r^2} + ig_r}, \tag{7.38}$$

indicînd contribuţia tuturor modurilor de vibraţie la valoarea lui Q_j.

La structuri slab amortizate şi cu frecvenţe proprii relativ depărtate, se poate neglija contribuţia celorlalte moduri de vibraţie în zona de frecvenţe din vecinătatea unei rezonanţe şi considera că răspunsul are loc doar în modul de vibraţie respectiv. În aceste cazuri, valorile parametrilor modali se determină pe baza analizei răspunsului sistemului cu un grad de libertate.

Pentru separarea unui singur mod de vibraţie se foloseşte excitaţia în mai multe puncte, la rezonanţa de fază [27].

Dacă separarea pur experimentală a modurilor proprii nu este posibilă, aceasta se face prin metode care îmbină măsurările cu calculul analitic [28].

Metoda rezonanţei de fază

Dacă se pun în evidenţă componentele în fază şi în cuadratură ale vectorului $\{Q\}$ definit de (7.35), sub forma

$$\{Q\} = \{Q_R\} + i\{Q_I\},$$

ecuaţia (7.34) devine

$$(-\omega^2[M] + [K + iH])(\{Q_R\} + i\{Q_I\}) = \{F\}. \tag{7.39}$$

Egalînd părţile reale şi cele imaginare, rezultă

$$(-\omega^2[M] + [K])\{Q_R\} - [H]\{Q_I\} = \{F\}, \tag{7.40}$$

$$[H]\{Q_R\} + (-\omega^2[M] + [K])\{Q_I\} = \{0\}. \tag{7.41}$$

Pentru excitaţia unei forme proprii $\{\Psi^{(r)}\}$, pulsaţia excitatoare trebuie să egaleze pulsaţia proprie corespunzătoare, iar componentele reale ale deplasărilor să fie nule (condiţie echivalentă cu cea a rezonanţei de fază)

$$\omega = p_r, \quad \{Q_R\} = \{0\}. \tag{7.42}$$

Dacă se notează $-\{Q_I(p_r)\} = \{\Psi^{(r)}\}$, ecuaţia (7.41) devine, ţinînd cont şi de (7.42),

$$(-p_r^2[M] + [K])\ \{\Psi^{(r)}\} = \{0\},$$

arătînd că dacă se realizează condiţiile (7.42) sistemul cu amortizare proporţională vibrează după o formă proprie a sistemului conservativ asociat.

Ecuaţia (7.40) devine

$$\{F^{(r)}\} = -\ [H]\{Q_I(p_r)\} = [H]\{\Psi^{(r)}\} = -\mathrm{i}[H]\{Q(p_r)\}, \tag{7.43}$$

indicînd vectorul excitaţiei $\{F^{(r)}\}$ necesar pentru a produce vibraţia într-un mod propriu $\{\Psi^{(r)}\}$. Acest vector se determină experimental, aşa cum s-a arătat la § 7.6.2.2, din condiţia de rezonanţă locală de fază.

După determinarea pulsaţiilor proprii şi a formei modurilor proprii, masele modale pot fi determinate măsurînd variaţia pulsaţiei proprii corespunzătoare, cînd se adaugă mase cunoscute structurii. Fie $[\Delta M]$ matricea acestor mase adiţionale. Variaţia masei modale este

$$\Delta m_r = \{\Psi^{(r)}\}'[\Delta M]\{\Psi^{(r)}\}.$$

Înaintea ataşării maselor, pulsaţia proprie (7.37) este

$$p_r^2 = \frac{k_r}{m_r}. \tag{7.44}$$

După ataşarea maselor ΔM_j, *dacă rigiditatea sistemului nu se modifică*, noua pulsaţie proprie va fi

$$(p_r + \Delta p_r)^2 = \frac{k_r}{m_r + \Delta m_r}. \tag{7.45}$$

Din relaţiile (7.44) şi (7.45) rezultă

$$k_r = p_r^2 m_r = (p_r + \Delta p_r)^2\,(m_r + \Delta m_r).$$

Neglijînd infiniţii mici de ordin superior, se obţine

$$m_r = -\frac{p_r}{2}\frac{\Delta m_r}{\Delta p_r}. \tag{7.46}$$

Deci masa modală m_r se poate determina ataşînd mase adiţionale ΔM_j structurii, cunoscînd deci $\Delta m_r = \sum_{j=1}^{n} \Delta M_j . \Psi_j^{(r)2}$ şi măsurînd variaţia corespunzătoare Δp_r a pulsaţiei proprii p_r.

Metoda se bazează pe invarianța constantei elastice modale k_r, ceea ce presupune nu numai invarianța matricei rigidității $[K]$ dar și a modului principal de vibrație $\{\Psi^{(r)}\}$. De aceea masele adiționale trebuie să fie relativ mici, pentru a avea efect minim asupra formei modului studiat.

Amortizarea se poate determina prin „metoda energiei introduse în sistem". Înmulțind ecuația (7.43) cu $\{\Psi^{(r)}\}'$ rezultă

$$\{\Psi^{(r)}\}'\{F\} = \{\Psi^{(r)}\}'[H]\{\Psi^{(r)}\} = h_r = g_r m_r p_r^2, \qquad (7.47)$$

de unde se obține

$$g_r = \frac{\{\Psi^{(r)}\}'\{F\}}{m_r p_r^2}. \qquad (7.48)$$

Numărătorul relației (7.48) reprezintă forța modală de ordin r, egală cu lucrul mecanic al forțelor excitatoare, cantitate măsurabilă.

Cunoscînd valorile generalizate m_r, k_r și h_r, se pot calcula apoi matricele

$$\begin{aligned} [M] &= [[\Psi]']^{-1}\lceil m\rfloor\,[\Psi]^{-1}, \\ [K] &= [[\Psi]']^{-1}\lceil k\rfloor\,[\Psi]^{-1}, \qquad (7.49) \\ [H] &= [[\Psi]']^{-1}\lceil h\rfloor\,[\Psi]^{-1}, \end{aligned}$$

unde $[\Psi] = [\{\Psi^{(1)}\}\ \{\Psi^{(2)}\}\ldots\{\Psi^{(n)}\}]$ este matricea modală, iar $\lceil m\rfloor = \mathrm{diag}[m_r]$, $\lceil k\rfloor = \mathrm{diag}\ [k_r]$, $\lceil h\rfloor = \mathrm{diag}\ [h_r]$.

Metoda expusă este valabilă doar în cazul amortizării proporționale, deci atunci cînd matricea $[\Psi]'\,[H]\,[\Psi]$ este diagonală.

Alte metode de identificare a parametrilor sistemelor mecanice sînt prezentate în lucrarea [29].

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 7

1. Nicolau, E., Beliș, M., *Măsurări electrice și electronice*, Editura didactică și pedagogică, București, 1972.
2. Bendat, J.S., Piersol, A.G., *Measurement and Analysis of Random Data*, John Wiley, New York, 1966.
3. Ventsel, M., *Théorie des probabilités* (trad. din l. rusă), Mir, Moscova, 1973.
4. Mitchell, L.D., Lynch, G.A., *Origins of noise*, Machine Design, May, 174 (1969).
5. Fieldhouse, K.N., *Techniques for identifying sources of noise and vibration*, Sound and Vibration, *4*, *12*, 14—18 (1970).
6. Randall, R.B., *Application of B & K Equipment to Frequency Analysis*, Brüel & Kjaer, Naerum, 1977.
7. Tustin, W., *A practical primer on vibration testing*, Evaluation Engineering, Nov.-Dec., 21—24, 53—54 (1969).
8. Riis, H., *Electronic control of vibration exciters*, Brüel & Kjaer Lecture Nr. *3023*, 1971.
9. Morrow, Ch.T., *Shock and Vibration Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1963.
10. Broch, J.T., *Mechanical Vibration and Shock Measurements*, Brüel & Kjaer, 1972.
11. Olesen, M.W., *A narrow band vibration test*, Shock and Vibration Bulletin, **25**, *1* (1957).
12. * * * U.S.A. Standard S 2.6 — 1963 : Specifying the Mechanical Impedance of Structures.
13. Ewins, D.J., Sainsbury, M.G., *Mobility measurements for the vibration analysis of connected structures*, Shock and Vibration Bulletin, **42**, 105—122 (1972).

14. KELLER, A.C., *Fundamentals for mechanical impedance analysis*, Spectral Dynamics Corp. Technical Publication M-2, 6—67.
15. KERFOOT, R.E., *Solutions for mechanical impedance measurement problems*, Spectral Dynamics Corp. Technical Publication M-1, 9—66.
16. * * * *Instruction manual* — Mass Compensation Unit Type 5565, Brüel & Kjaer Publication 61—795.
17. RADEŞ, M., *Compensarea maselor la măsurarea impedanţelor mecanice*, St. cerc. mec. apl., **35**, *4*, 547—568 (1976).
18. BUZDUGAN, GH., FETCU, L., RADEŞ, M., *Vibraţiile sistemelor mecanice*, Editura Academiei R.S. România, Bucureşti, 1975.
19. LEWIS, R.C., WRISLEY, D.L, *A system for the excitation of pure natural modes of complex structures*, Journal of the Aeronautical Sciences, **17**, 705—736 (1950).
20. BÉATRIX, CH., *The experimental methods for structural vibration global testing*, La Recherche Aérospatiale, *109*, 57—64 (1965).
21. REED, W.H., HALL, A.W., BARKER, L.E., *Analog techniques for measuring the frequency response of linear physical systems excited by frequency sweep inputs*, NASA TN D508 (1960).
22. WHITE, R.G., *Evaluation of the dynamic characteristics of structures by transient testing*, Journal of Sound and Vibration, **15**, *2*, 147—161 (1971).
23. ROTH, R.P., *Digital Fourier Analysis*, Hewlett Packard Journal, June, 1970.
24. * * * *Testing with pseudo-random and random noise*, Hewlett-Packard Journal, September 1967.
25. BROCH, J.T., *On the measurement of frequency response functions*, Brüel & Kjaer Technical Review, *4* (1975).
26. RADEŞ, M., *Methods for the analysis of structural frequency-response measurement data*, Shock and Vibration Digest, **8**, *2*, 73—88 (1976).
27. BÉATRIX, CH., *Experimental determination of the vibratory characteristics of structures*, ONERA Technical Note Nr. *212* E (1974).
28. STAHLE, C.V. Jr., *Phase separation technique for ground vibration testing*, Aerospace Engineering, *21*, 56—57, 91—96 (1962).
29. RADEŞ, M., *Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice*, Editura Academiei R.S. România, Bucureşti, 1979.

CAPITOLUL 8

ETALONAREA CAPTORILOR ŞI SISTEMELOR DE MĂSURĂ

Etalonarea aparatelor folosite la măsurarea vibraţiilor constă în determinarea relaţiei între mărimea de ieşire (electrică sau mecanică) şi mărimea de intrare (deplasare, viteză, acceleraţie, forţă, cuplu etc.). În general, raportul acestor mărimi poartă numele de *factor de etalonare* sau, mai des utilizat, mai ales în cazul captorilor — *sensibilitate.*

Complexitatea operaţiei de etalonare depinde printre altele de scopul urmărit, de condiţiile în care se fac măsurările, de aparatura disponibilă. Etalonarea pe teren se face de obicei la o singură frecvenţă şi pentru întregul lanţ de măsură. În laborator, ea se poate face pentru fiecare aparat în parte sau pentru sistemul de măsură în întregime.

În general, sînt necesare următoarele determinări : *a*) sensibilitatea în intervalul util de frecvenţe ; *b*) sensibilitatea în diferite condiţii de mediu ambiant (temperatură, tensiune de alimentare, zgomote, umiditate, cîmpuri electromagnetice) ; *c*) sensibilitatea în intervalul util de amplitudine (neliniaritatea) ; *d*) stabilitatea în timp (reetalonarea la perioade de 1—2 ani) ; *e*) răspunsul în frecvenţă şi domeniul liniar de lucru pentru diferite condiţii de montaj.

8.1. Etalonarea captorilor de vibraţii

O descriere detaliată a metodelor de etalonare a captorilor de vibraţii este dată în cap. 18, vol. 1, al lucrării [1]. În cele ce urmează sînt descrise doar cîteva din metodele mai des utilizate în practica curentă şi care sînt la îndemîna unui număr mai mare de laboratoare.

Fiecare metodă are un domeniu de aplicare limitat de considerente mecanice sau electrice, recomandîndu-se acea metodă care permite determinarea sensibilităţii captorului în domeniul de frecvenţe şi amplitudini în care acesta urmează să funcţioneze.

8.1.1. Etalonarea statică

O categorie largă de captori, utilizaţi la măsurarea vibraţiilor de frecvenţe joase, pot fi etalonaţi static.

Captorii seismici de deplasări, cu traductori inductivi sau tensometrici rezistivi, se pot etalona cu ajutorul unui şurub micrometric sau cu orice dispozitiv care produce o deplasare cunoscută a elementului sensibil, în domeniul de liniaritate al captorului. În acest mod se etalonează captorii folosiţi atît la măsurarea deplasărilor liniare, cît şi a celor unghiulare (cînd şurubul este montat tangenţial).

Captorii seismici de accelerații, cu traductori parametrici, se etalonează prin răsturnare (metoda cîmpului gravitațional terestru). Dacă se așează captorul astfel ca axa de sensibilitate maximă să fie orizontală (paralelă cu pămîntul), semnalul de ieșire trebuie să fie nul. La răsturnarea captorului, astfel ca axa de sensibilitate maximă să fie verticală (perpendiculară pe pămînt), se aplică o accelerație $+1\,g$, căreia îi corespunde o anumită variație a tensiunii de ieșire. La răsturnarea inversă, se aplică o accelerație $1\,g$ în sens contrar. Făcînd diferența citirilor pe puntea de măsură și împărțind la 2, rezultă sensibilitatea în volt/g.

Captorii de forțe cu traductori tensometrici rezistivi se etalonează static, prin încărcare cu greutăți etalonate (în cazul cînd puntea permite efectuarea de măsurări statice).

Captorii electrodinamici de viteze se pot etalona static, pe baza relațiilor de reciprocitate (4.20)

$$S_v = \frac{e}{v} = \frac{F}{i} = Bl. \tag{8.1}$$

Măsurînd cu un dinamometru cu arc forța F, N, produsă atunci cînd bobina captorului este parcursă de un curent i, A, se poate determina sensibilitatea captorului S_v, V/(m/s).

8.1.2. Etalonarea dinamică „directă"

Sub acest nume se grupează de obicei metodele de etalonare absolută a captorilor, prin care se imprimă acestora o mișcare vibratorie cunoscută și se măsoară semnalul de ieșire. Mișcarea poate fi produsă cu un pendul fizic, cu mese rotitoare, cu vibratoare mecanice sau electromagnetice, putînd fi măsurată optic — observînd deplasarea unor repere mobile, sau acustic — prin trepidațiile unei bile care se desprinde de suport la accelerații peste $1\,g$. Pentru etalonări de mare precizie se folosește metoda interferometrică [1].

În cele ce urmează se prezintă două metode de etalonare, aplicabile pentru vibrații de frecvență joasă (0—2 000 Hz) și accelerații mici ($0{,}1\,g$—$100\,g$).

8.1.2.1. *Etalonarea unui accelerometru piezoelectric.* Determinarea sensibilității exprimate ca tensiune (în circuit deschis)

$$S_e = \frac{u}{\ddot{x}} \qquad \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m/s^2}}\right] \text{sau} \left[\frac{\mathrm{V}}{g}\right] \tag{8.2}$$

se poate face cu una din următoarele metode:

a) Etalonarea cu o masă vibratoare mecanică. În forma cea mai simplă (fig. 8.1), masa vibratoare este alimentată direct de la rețea, producînd o mișcare armonică de frecvență unică și amplitudine dată, indicate de producător. Se folosește la etalonări pe teren, puritatea armonică a mișcării nefiind totdeauna asigurată.

Ca exemplu, masa de etalonare mecanică MET 1, produsă de firma „VEB Schwingungstechnik und Akustik W.I.B." din Dresda, lucrează la 220 V și pentru o încărcare a mesei de 50 grame, are o frecvență de

22,7 Hz, producînd deplasări de 1,97 mm valoare eficace ($\dot{x}_{ef} = 0{,}28$ m/s, $\ddot{x}_{ef} = 40$ m/s²).

b) *Etalonarea cu mese electrodinamice.* Se poate folosi un vibrator electrodinamic, acționat de la un oscilator de frecvență variabilă, prin intermediul unui amplificator de putere (fig. 8.2). Pe masa mobilă a vibratorului se fixează un bloc metalic, pe care sînt marcate repere, a căror mișcare poate fi măsurată cu o lunetă microscopică, iar captorul se atașează de acest bloc. Atît frecvența cît și amplitudinea mișcării pot fi reglate în limite largi, astfel că se poate obține întreaga curbă de răspuns în frecvență. Dacă pe blocul metalic sînt gravate linii la distanțe egale d, în timpul vibrației ele apar ca benzi întunecate, de grosime egală cu dublul amplitudinii deplasării. Reglînd amplificatorul de putere, se face ca marginile a două benzi adiacente să se atingă. În acel moment, amplitudinea deplasării este $\frac{d}{2}$ și se poate calcula accelerația $\frac{d}{2}\omega^2$ căreia îi corespunde un anumit semnal de ieșire, avînd tensiunea indicată de voltmetru.

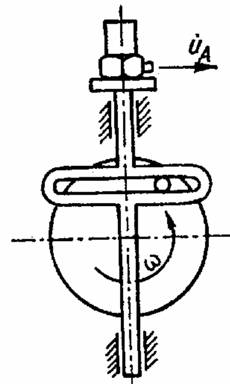


Fig. 8.1

Aparatele de etalonare tip 4 290 și 4 291, ale firmei Brüel & Kjaer, se bazează pe acest principiu cînd lucrează cu oscilator exterior. Aparatul tip 4291 lucrează și cu oscilator propriu, producînd o accelerație de 1 g, la frecvența de 79,6 Hz ($\omega = 500$ rad/s, conform DIN 45666 și ANSI S 2.2, 1959).

c) *Etalonarea cu dispozitive bazate pe rezonanță.* Captorul de etalonat poate fi montat pe o structură rezonantă — de exemplu, o bară liberă la

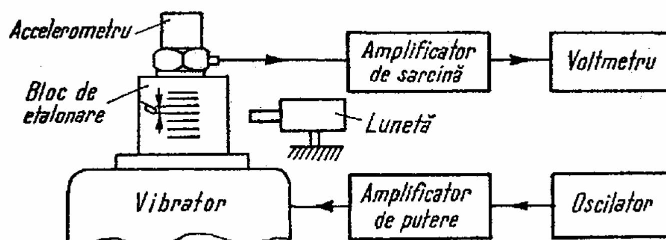


Fig. 8.2

capete, rezemată în punctele nodale ale primului mod de vibrație — acționată fie de un vibrator cu contact direct, fie de un electromagnet fără contact direct (fig. 8.3). Ca și la cazul b), se reglează excitația pînă se obține o amplitudine care se poate citi exact cu luneta microscopică. Funcționarea la rezonanță asigură o mișcare armonică pură, dar este limitată la o singură frecvență. În caz contrar, se impune adăugarea unor mase suplimentare, eventual schimbarea barei. Aparatul de etalonat tip 4292, fabricat de Brüel & Kjaer, lucrează la frecvența de rezonanță a unei benzi de bronz, a cărei tensiune de întindere poate fi reglată din exterior și a cărei mișcare se măsoară prin trepidațiile unei bile, care indică accelerația de 1 g. La montajul din figura 8.4, cînd comutatorul este în

poziția 2, semnalul de la oscilator trece prin filtrul de bandă care se acordează pe frecvența semnalului. Acordarea este realizată cînd pe ecranul duoscopului semnalul de referință și semnalul filtrat apar defazate cu 180°. Se trece comutatorul pe poziția 1 și se citește indicația voltmetrului pentru o valoare cunoscută a accelerației. Se determină astfel „sensibilitatea ca tensiune" pentru întregul sistem de măsură accelerometru — amplificator — filtru — voltmetru. Sensibilitatea accelerometrului se calculează după ce se face o etalonare prin simulare a sistemului de măsură.

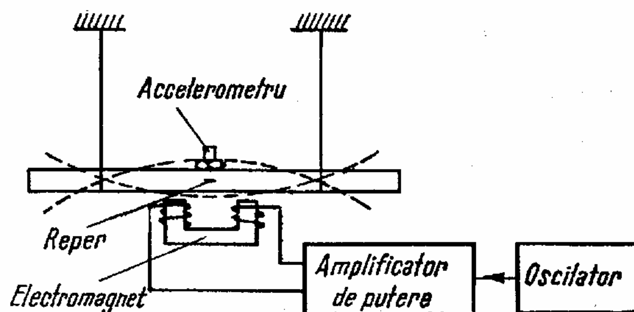


Fig. 8.3

După ce s-a determinat S_e ca mai sus, folosind montajul din figura 8.4, se poate măsura *sensibilitatea exprimată ca sarcină electrică*

$$S_q = \frac{q}{\ddot{x}} \quad \left[\frac{\text{pC}}{\text{m/s}^2}\right] \text{ sau } \left[\frac{\text{pC}}{\text{g}}\right]. \tag{8.3}$$

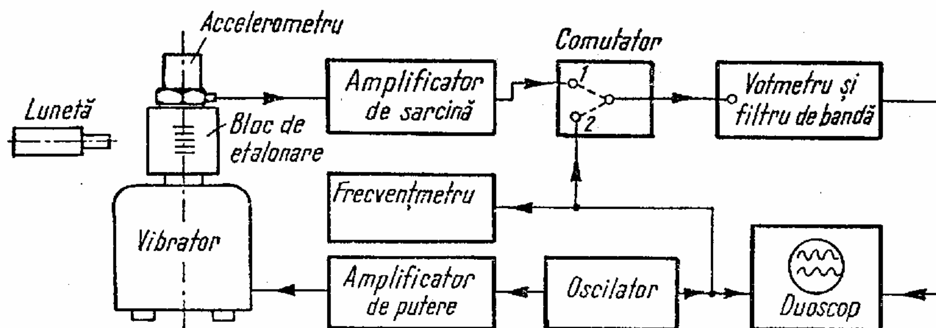


Fig. 8.4

Dacă oscilatorul produce un semnal armonic de pulsație ω, iar amplificatorul de putere este astfel reglat încît vibratorul produce o deplasare x, măsurată optic, atunci captorul este vibrat cu o accelerație $\omega^2 x$ căreia ar trebui să-i corespundă un semnal de ieșire, de tensiune $u_e = S_e \omega^2 x$. Deoarece voltmetrul indică la început altă valoare, se modifică poziția butoanelor de reglaj a sensibilității S_q ale amplificatorului de sarcină (de exemplu, aparatul tip 2626, Brüel & Kjaer) pînă cînd voltmetrul indică o tensiune u_e. Atunci S_q este valoarea căutată.

8.1.2.2. *Etalonarea unui captor de forțe piezoelectric.* Pentru determinarea sensibilității exprimate ca tensiune

$$S_{e_F} = \frac{u_F}{f} \quad \left[\frac{V}{N}\right] \tag{8.4}$$

se folosește montajul din figura 8.5. Fie M masa accelerometrului și a greutății adiționale, S_{e_A} — sensibilitatea accelerometrului, u_A — semnalul de ieșire al accelerometrului.

Accelerația produsă de vibrator este $\ddot{x} = \frac{u_A}{S_{e_A}}$.

Semnalul de ieșire al captorului de forțe este

$$u_F = S_{e_F} M \ddot{x}. \tag{8.5}$$

Menținînd constantă frecvența, se adaugă o masă ΔM și se reglează excitația pentru a menține $\ddot{x}$ constant. Semnalul de ieșire al captorului de forțe va fi

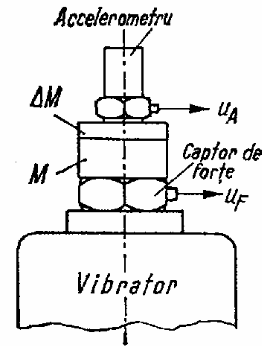


Fig. 8.5

$$u_F + \Delta u_F = S_{e_F}(M + \Delta M)\ddot{x}. \tag{8.6}$$

Prin scăderea relațiilor (8.5) și (8.6) rezultă

$$\Delta u_F = S_{e_F} \Delta M \ddot{x}$$

deci

$$S_{e_F} = \frac{\Delta u_F}{\Delta M \ddot{x}} = \frac{\Delta u_F}{u_A} \frac{S_{e_A}}{\Delta M}. \tag{8.7}$$

În continuare, determinarea masei totale m ce acționează asupra traductorului piezoelectric se face cu relația

$$m = \frac{f}{\ddot{x}} = \frac{u_F}{S_{e_F} \ddot{x}} = \frac{u_F}{u_A} \frac{S_{e_A}}{S_{e_F}}. \tag{8.8}$$

În general, pentru simplificarea calculelor, se caută ca unghiul de fază între u_F și u_A să fie zero. În caz contrar sînt necesare corecții.

Masa totală m se compune din masa atașată m_a și masa m_c a părții captorului de forțe situate deasupra traductorului. Se obține

$$u_F = S_{e_F} \ddot{x} m = S_{e_F} \ddot{x}(m_c + m_a). \tag{8.9}$$

Din relația (8.9) rezultă că dacă se măsoară u_F pentru diferite valori m_a și se reprezintă rezultatele într-o diagramă $u_F - m_a$ (fig. 8.6), dreapta care trece prin punctele astfel desenate are o pantă arctg $S_{e_F}\ddot{x}$ și taie axa absciselor într-un punct care determină un segment proporțional cu m_c.

Dacă forţa f măsurată de captor are acelaşi ordin de mărime cu forţa de inerţie $m_c \ddot{x}$, corespunzătoare masei proprii a părţii captorului de forţe situate de o parte a elementului piezoelectric, atunci trebuie efectuată o corecţie, forţa aplicată structurii fiind $(f-m_c \ddot{x})$.

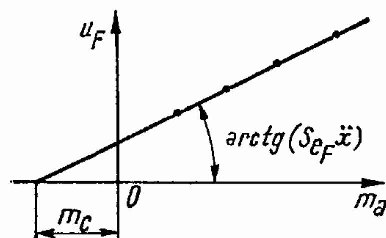


Fig. 8.6

Pentru determinarea răspunsului în frecvenţă se măsoară $\frac{u_F}{u_A}$ în domeniul 10 — 5 000 Hz, deoarece conform relaţiei (8.8) $S_{e_F} = \frac{u_F}{u_A} \frac{S_{e_A}}{m}$. Desigur, se verifică faptul că S_{e_A} = const. în acest interval [2].

Pentru determinarea sensibilităţii exprimate ca sarcină electrică

$$S_{q_F} = \frac{q}{f} \quad \left[\frac{\text{pC}}{\text{N}}\right] \tag{8.10}$$

se foloseşte un montaj asemănător celui din figura 8.6 dar care conţine şi un amplificator de sarcină, ca în figura 8.4. Se alege o valoare u_F şi se calculează acceleraţia corespunzătoare

$$\ddot{x} = \frac{u_F}{m S_{e_F}},$$

cunoscînd S_{e_F} şi masa totală m. Se reglează amplificatorul de putere pînă se obţine $\ddot{x}$, apoi se variază S_{q_F} la butoanele amplificatorului de sarcină pînă ce voltmetrul indică o tensiune u_F.

8.1.3. Etalonarea prin metoda reciprocităţii

Metoda se aplică la etalonarea absolută a captorilor „standard" (de referinţă), utilizaţi ulterior la etalonarea captorilor „de serie" prin metoda comparaţiei. Ea poate fi folosită numai la captori cu traductori electromecanici bilaterali liniari, de tipul celor electrodinamici de viteze sau al captorilor piezoelectrici de acceleraţii.

Principiul metodei se bazează pe relaţia de reciprocitate (8.1) în virtutea căreia, la un captor bilateral, se pot egala rapoartele forţă/curent şi tensiune/viteză, în care mărimile electrice se referă la bobina de excitaţie, iar cele mecanice — la echipamentul mobil. Metoda se rezumă la determinarea produsului şi raportului sensibilităţilor a doi captori [3].

8.1.3.1. *Modul de lucru* se va exemplifica pentru un captor de viteze electromagnetic, de sensibilitate S_v, V · s/m. Se parcurg două etape experimentale şi una de calcul.

a) *Experimentul 1.* Se utilizează montajul din figura 8.7, în care o masă cunoscută m se fixează rigid între armătura mobilă a captorului de etalonat C şi cea a unui captor electromagnetic E folosit ca excitator. Se fac mai multe determinări, pentru diferite valori m. Pentru fiecare

valoare a masei m, se aplică captorului E o tensiune de excitaţie de pulsaţie ω şi se măsoară admitanţa de transfer

$$Y = \frac{i_E}{u_C}, \tag{8.11}$$

definită de raportul între intensitatea curentului de excitaţie i_E în bobina vibratorului şi tensiunea u_C generată în circuit deschis (sau la bornele unui voltmetru cu impedanţă mare) de captorul C.

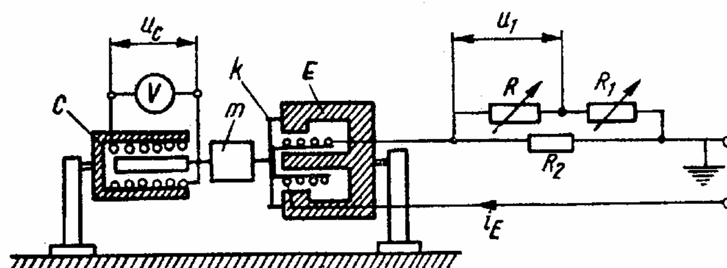


Fig. 8.7

Reglînd valoarea rezistenţelor din circuitul bobinei vibratorului, se realizează condiţia $u_1 = u_C$. În acest caz $|Y| = \frac{R+R_1+R_2}{RR_2}$, unde se recomandă ca $R + R_1 = 1\,000\, R_2$ şi $R_2 \cong 10\Omega$ [4].

b) *Experimentul 2.* Se foloseşte montajul din figura 8.8, în care bobinele mobile ale captorilor C şi E sînt puse în vibraţie armonică, cu pulsaţia ω, de un vibrator T.

Se măsoară raportul

$$K = \frac{u_C}{u_E} \tag{8.12}$$

între tensiunea u_C — generată în circuit deschis de captorul C şi tensiunea u_E — generată în circuit deschis de bobina captorului E.

Reglînd rezistenţele din circuitul bobinei captorului E, se realizează condiţia $u_2 = u_C$. În acest caz $|K| = \frac{R}{R + R_1}$, unde se recomandă ca $R_1 \cong 10^4\,\Omega$ [4].

c) *Calculul sensibilităţii S_v.* Pe o diagramă (fig. 8.9), avînd în abscisă admitanţa de transfer Y, A/V şi în ordonată masa m, kg, se marchează punctele corespunzătoare măsurărilor cu diferite mase m. Se trasează o linie dreaptă printre aceste puncte şi se determină panta J, kg.V/A şi abscisa Y_0, A/V, care corespunde valorii $m = 0$.

Sensibilitatea captorului de viteze se calculează cu relaţia

$$|S_v| = \sqrt{\omega J K} \quad \left[\frac{\text{Vs}}{\text{m}}\right]. \tag{8.13}$$

Dacă C este un accelerometru piezoelectric, sensibilitatea S_A se calculează cu relația

$$|S_A| = \sqrt{\frac{JK}{\omega}} \quad \left[\frac{\mathrm{Vs}^2}{\mathrm{m}}\right]. \tag{8.14}$$

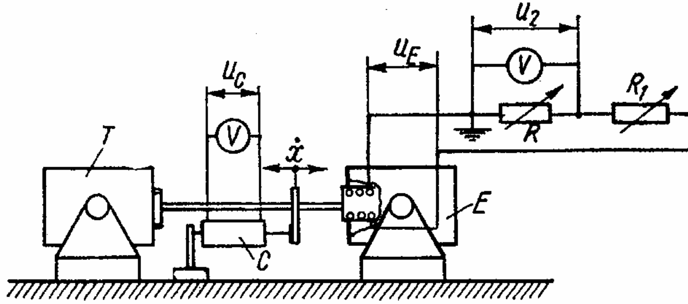


Fig. 8.8

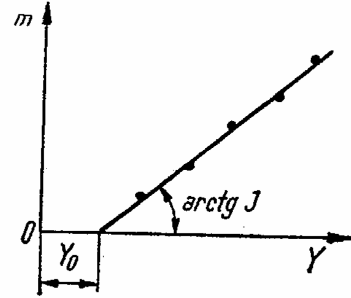


Fig. 8.9

8.1.3.2. *Baza analitică a metodei.* În primul experiment, conform relației (8.1), forța produsă de vibratorul E este

$$f = Bli_E = S_E\, i_E, \tag{8.15}$$

unde S_E este sensibilitatea captorului E. Această forță pune în mișcare armonică cu viteza $\dot{x}$ sistemul format din masa M a părților mobile ale celor doi captori și masele atașate m, rezemate pe suspensia elastică a captorului E (eventual a lui C).

Impedanța mecanică complexă a acestui sistem în vibrație este

$$Z = \frac{f}{\dot{x}} = Z_0 + \mathrm{i}\omega m, \tag{8.16}$$

unde Z_0 este valoarea lui Z pentru $m = 0$, iar $\mathrm{i}\omega m$ este impedanța masei m.

Deoarece tensiunea măsurată la bornele captorului C este

$$u_C = B_C\, l_C\, \dot{x} = S_V\, \dot{x}, \tag{8.17}$$

înlocuind expresiile (8.15) și (8.17) în relația (8.16), rezultă

$$Z = \frac{f}{\dot{x}} = \frac{S_E\, i_E}{\dfrac{u_C}{S_V}} = S_E\, S_V \frac{i_E}{u_C} = S_E\, S_V\, Y. \tag{8.18}$$

Conform relațiilor (8.16) și (8.18),

cînd $m \neq 0$

$$S_E\; S_V\; Y = \mathrm{i}\omega(m + M) = \mathrm{i}\omega m + Z_0$$

iar cînd $m = 0$

$$S_E\; S_V\; Y_0 = \mathrm{i}\omega M = Z_0,$$

de unde rezultă prin scădere

$$S_E S_V (Y - Y_0) = i\omega m$$

deci

$$S_E S_V = \frac{i\omega m}{Y-Y_0}. \tag{8.19}$$

În cadrul experimentului *2*, armăturile captorilor *C* şi *E* au viteze egale. Deoarece $u_E = S_E \dot{x}$, rezultă

$$K = \frac{u_C}{u_E} = \frac{S_V}{S_E}. \tag{8.20}$$

În domeniul de funcţionare liniară a captorului, acest raport este independent de viteza $\dot{x}$.

Eliminînd S_E între relaţiile (8.19) şi (8.20), se obţine

$$S_V^2 = \frac{i\omega m K}{Y-Y_0} \tag{8.21}$$

de unde, cu notaţia $J = \frac{m}{Y-Y_0}$, calculînd valoarea absolută, rezultă (8.13).

Relaţia liniară între *m* şi *Y*, care stă la baza construcţiei diagramei din figura 8.9, este valabilă doar la sisteme cu amortizare neglijabilă şi la frecvenţe în afara rezonanţei echipamentului mobil.

La un captor de acceleraţii, sensibilitatea este

$$S_A = \frac{u_C}{\ddot{x}} = \frac{u_C}{i\omega\dot{x}} = \frac{S_V}{i\omega} = \sqrt{\frac{JK}{i\omega}}, \tag{8.22}$$

formulă valabilă în ipoteza că, în expresia raportului *K* (8.12), unghiul de fază este 90°, iar în expresia raportului *Y* (8.11), defazajul este zero, ceea ce se verifică practic cu un osciloscop.

De obicei, se recomandă o frecvenţă de lucru de 100 Hz. Determinarea sensibilităţii se face cu o eroare de circa 0,5%. Vibratorul T trebuie să asigure o mişcare sinusoidală cu distorsiuni sub 1% şi fără componente transversale. Răspunsul în frecvenţă se măsoară pînă la 2 000 Hz — la captorii electrodinamici, şi pînă la 10 000 Hz — la captorii piezoelectrici folosiţi la măsurarea şocurilor. Pentru a acoperi domenii atît de largi de frecvenţe, se folosesc mai multe vibratoare de construcţii diferite. Captorii „standard" se reetalonează periodic, la intervale de un an. Detalii asupra aplicării metodei reciprocităţii se găsesc în lucrările [3, 4, 5].

8.1.3.3. *Masa de etalonare ZE 319* [6]. În figura 8.10 se prezintă schema mesei vibrante ZE 319 a instalaţiei de etalonare AE 101, a captorilor, fabricată de VEB RFT Messelektronik „Otto Schön" din Dresda.

Aceasta permite etalonarea captorilor de viteze cu sensibilități $S_V = 3 \ldots 100 \frac{\text{mV}}{\text{mm/s}}$ și a captorilor de accelerații cu sensibilități $S_A = 0{,}3 \ldots 1000 \frac{\text{mV}}{\text{m/s}^2}$, în domeniul de frecvențe 20 ... 4000 Hz, cu eroare de $\pm$ 3%.

Se notează ① — traductorul electromagnetic din stînga, ② — traductorul electromagnetic din dreapta, ③ — captorul de etalonat, M — masa carcasei, m — masa echipamentului mobil și a captorului ③.

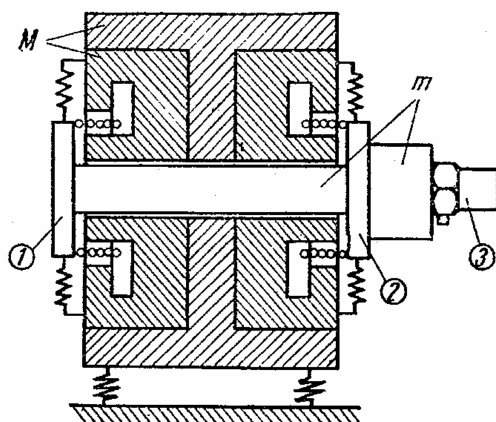


Fig. 8.10

a) Experimentul 1. Sistemul din figura 8.10 se poate schematiza ca în figura 8.11, unde s-a notat cu $\dot{x}$ viteza relativă între cele două mase. Din teorema conservării cantității de mișcare,

$$m\dot{x}_2 + M\dot{x}_1 = 0$$

și relația între viteze

$$\dot{x}_2 - \dot{x}_1 = \dot{x},$$

rezultă

$$\dot{x}_2 = \frac{M}{m + M}\dot{x}. \tag{8.23}$$

Dacă se aplică o tensiune sinusoidală la bornele bobinei traductorului ①, în traductorul ③, de sensibilitate S_V, se produce o tensiune (în circuit deschis)

$$u_{31} = S_V\, \dot{x}_2 = S_V\, \dot{x}\frac{M}{m + M} \tag{8.24}$$

iar în traductorul ②, o tensiune

$$u_{21} = Bl\,\dot{x}. \tag{8.25}$$

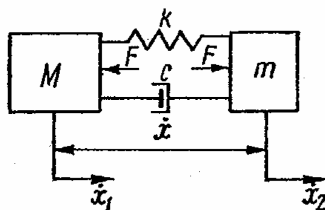


Fig. 8.11

b) Experimentul 2. Se aplică o tensiune sinusoidală la bornele bobinei traductorului ②. În traductorul ③ apare tensiunea

$$u_{32} = S_V\,\dot{x}\frac{M}{m + M}. \tag{8.26}$$

Între cele două mase ale sistemului din figura 8.11 apare o forță

$$F = Bl\,i_2. \tag{8.27}$$

Impedanța mecanică complexă a masei m este

$$Z_2 = \frac{F}{\dot{x}_2} = c + \mathrm{i}\left(\omega m - \frac{k}{\omega}\right) = \mathrm{i}\,\omega m\left[\left(1 - \frac{p^2}{\omega^2}\right) + \frac{2\zeta p}{\mathrm{i}\omega}\right] \tag{8.28}$$

unde

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \tag{8.29}$$

Se notează

$$Z = \frac{F}{\dot{x}} = \frac{M}{m + M}\,\frac{F}{\dot{x}_2} = \frac{M}{m + M}\,Z_2. \tag{8.30}$$

c) Calculul sensibilității S_V. Din relațiile (8.24) și (8.25) rezultă

$$S_V = \frac{u_{31}}{u_{21}}\,\frac{M + m}{M}\,Bl, \tag{8.31}$$

iar din relațiile (8.26), (8.27) și (8.30) se obține

$$S_V = \frac{u_{32}}{i_2}\,\frac{1}{Bl}\,\frac{M + m}{M}\,Z. \tag{8.32}$$

Eliminînd Bl între (8.31) și (8.32), rezultă

$$S_V^2 = \frac{u_{31}}{u_{21}}\,\frac{u_{32}}{i_2}\left(\frac{M + m}{M}\right)^2 Z. \tag{8.33}$$

Folosind expresiile (8.28) și (8.30), se deduce relația de calcul

$$S_V = \sqrt{\frac{u_{31}}{u_{21}}\,\frac{u_{32}}{i_2}\,\frac{M + m}{M}\,\omega m\left[\left(1 - \frac{p^2}{\omega^2}\right)^2 + 4\zeta^2\frac{p^2}{\omega^2}\right]^{\frac{1}{2}}}. \tag{8.34}$$

Dacă se lucrează în afara zonei de rezonanță, o bună aproximație se obține cu relația

$$S_V \cong \sqrt{\frac{u_{31}}{u_{21}}\,\frac{u_{32}}{i_2}\,m\,\frac{M + m}{M}\,\omega\left(1 - \frac{p^2}{\omega^2}\right)}. \tag{8.35}$$

Pentru calculul parantezei de sub radical se dau diagrame în prospectul aparatului [6].

8.1.4. Etalonarea prin metoda comparației

Se folosește montajul din figura 8.12. Pe placa *3*, fixată de echipamentul mobil al unui vibrator cu mișcare sinusoidală, se montează captorul *1*, a cărui sensibilitate S_1 trebuie calculată, și un captor etalon *2*, de sensibilitate cunoscută S_2 (determinată preferabil prin metoda reciprocității sau interferometrică).

Se măsoară tensiunile u_1 şi u_2 ale semnalelor celor doi captori. Deoarece $S_1 = \frac{u_1}{\ddot{x}}$ şi $S_2 = \frac{u_2}{\ddot{x}}$, sensibilitatea S_1 se poate calcula cu relaţia

$$S_1 = \frac{u_1}{u_2} S_2. \tag{8.36}$$

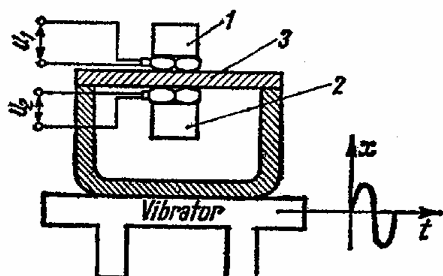


Fig. 8.12

Etalonarea prin metoda comparaţiei este limitată la domeniul de frecvenţe şi amplitudini pentru care a fost etalonat captorul *2*. Montajul trebuie să asigure diferenţe minime de excitaţie între cei doi captori. Detalii suplimentare se găsesc în lucrarea [7].

8.2 Etalonarea circuitelor auxiliare prin simulare

Adesea este necesară verificarea circuitelor auxiliare (înţelegînd prin aceasta aparatele de după captor, inclusiv cele de înregistrare sau vizualizare) înainte, în timpul sau după o încercare. Dintre cele mai utilizate aplicaţii ale etalonării prin simulare se pot cita :

a — stabilirea factorului de etalonare optim pentru un montaj ce conţine mai multe aparate, de exemplu, reglarea amplificării unui sistem de măsură, pentru a obţine deplasarea dorită a galvanometrului unui inscriptor, la o valoare dată a semnalului de intrare;

b — verificarea continuităţii electrice a traductorului şi a circuitelor auxiliare (eventual a scurtcircuitelor).

c — determinarea nivelului zgomotului de fond al aparatelor;

d — evaluarea caracteristicilor electrice ale aparatelor din schema de montaj, în condiţii care simulează îndeaproape situaţia finală de măsurare.

8.2.1. Etalonarea prin substituire

Metoda este ilustrată în figura 8.13. Traductorul este deconectat de restul sistemului de măsură, iar în locul lui este conectată ieşirea unui generator de frecvenţă. Variind frecvenţa şi tensiunea semnalului dat de generator, se determină caracteristicile aparatelor din montaj.

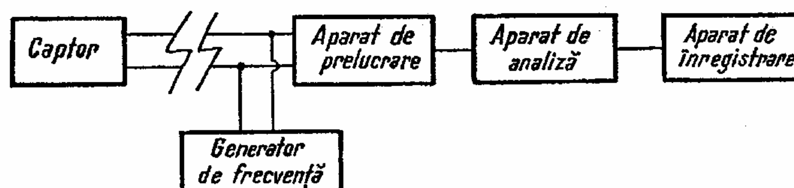


Fig. 8.13

Dacă se cunoaşte sensibilitatea traductorului S_e, se poate face etalonarea întregului sistem de măsură. Astfel, dacă pentru un semnal u_0 deplasarea peniţei inscriptorului sau a spotului osciloscopului este d, în cazul cuplării unui captor de acceleraţii la circuit, deplasării d îi va corespunde o acceleraţie a structurii măsurate $\ddot{x} = \frac{u_0}{S_e}$.

8.2.2. Etalonarea prin inserare

Metoda constă în inserarea unei surse de tensiune, în serie cu un traductor nelegat la pămînt (fig. 8.14). Această tensiune simulează ieşirea traductorului generator, care atunci cînd nu este solicitat mecanic, lucrează ca o simplă impedanţă (element pasiv). În figura 8.14, traductorul piezo-

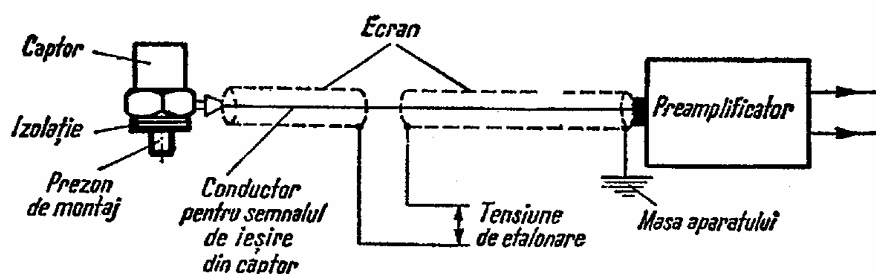


Fig. 8.14

electric este izolat de masa electrică a preamplificatorului, fiind montat cu un şurub special izolat sau pe un strat de ceară sau adeziv. Ecranul cablului coaxial este întrerupt şi în serie cu traductorul se inserează o tensiune de etalonare.

De obicei, în timpul simulării etalonării, traductorul este în repaus. Dacă tensiunea de simulare trebuie aplicată în timpul unei măsuri de vibraţii, fără demontarea captorului de pe structura în vibraţie, se iau măsuri de izolare a semnalului de etalonare faţă de ieşirea captorului.

Se pot enumera mai multe metode de realizare a inserării [8].

a) În cazuri de urgenţă, se taie ecranul cablului coaxial şi se conectează sursa de tensiune la cele două părţi ale ecranului. O parte a conductorului dintre traductor şi preamplificator poate însă rămîne neecranată, reprezentînd o sursă potenţială de captare de zgomote.

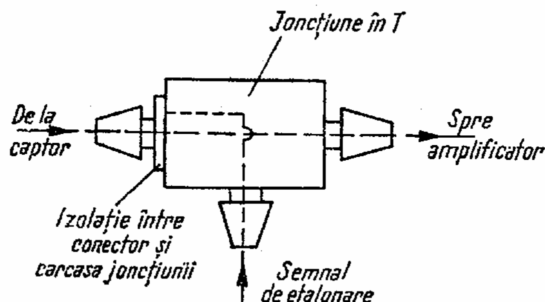


Fig. 8.15

b) Inserarea unei „joncţiuni în T" (fig. 8.15), prevăzută cu conectori care să se potrivească cu fişele cablurilor adiacente. În această configuraţie, circuitul „masei electrice" este deschis în corpul joncţiunii şi trebuie închis în exterior (deci măsurările nu se pot face cînd cablul pentru semnalul de etalonare este fără fişă). Se foloseşte o fişă de scurtcircuitare, care întrerupe semnalul de etalonare în timpul

măsurărilor de vibrații. Joncțiunea T trebuie izolată electric pentru a nu forma bucle cu pămîntul (masa).

c) Introducerea unei „joncțiuni în T" similară cu cea de mai sus, dar care conține o rezistență internă sau un potențiometru, pentru a închide circuitul la „masă" și a permite efectuarea de măsurări cu circuitul extern de etalonare conectat sau deconectat.

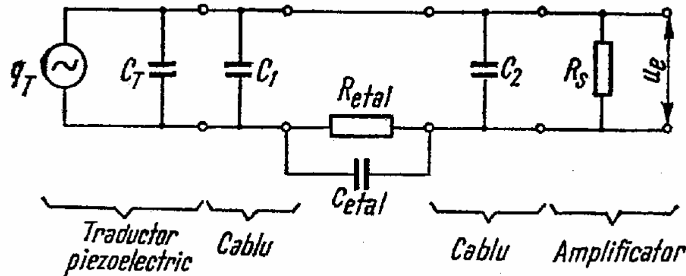


Fig. 8.16

d) Introducerea unei rezistențe de etalonare în amplificator sau chiar în captor.

Circuitul de măsură poate fi schematizat ca în figura 8.16, unde R_{etal} este o rezistență introdusă între bornele de ieșire ale generatorului semnalului de etalonare, iar C_{etal} este capacitatea de șuntare a sursei de etalonare.

Dacă se folosește un amplificator de tensiune, pentru ca R_{etal} să nu influențeze montajul în timpul măsurărilor, trebuie ca

$$R_{etal} << \frac{C_T + C_1 + C_2}{\omega C_2(C_T + C_1)} \tag{8.37}$$

la frecvența maximă de lucru.

Dacă se folosește un amplificator de sarcină, condiția este

$$R_{etal} << \frac{1}{\omega(C_T + C_1)}\,. \tag{8.38}$$

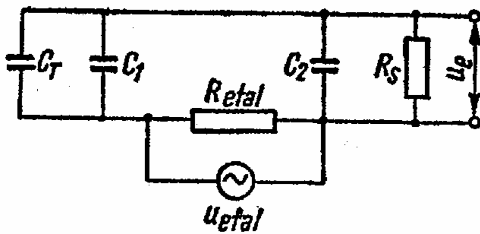


Fig. 8.17

În timpul etalonării, schema circuitului de măsură se reduce la forma din figura 8.17. Deci, pentru simularea corespunzătoare a traductorului trebuie ca

$$u_{etal} = \frac{q_T}{C_T + C_1} \tag{8.39}$$

sau sensibilitatea

$$S_{etal} = \frac{u_{etal}}{\ddot{x}} = \frac{S_q}{C_T + C_1}\,, \tag{8.40}$$

unde $S_q = \frac{q_T}{\ddot{x}}$ este sensibilitatea traductorului exprimată ca sarcină.

8.2.3. Etalonarea cu rezistență de șuntare

În cazul traductorilor rezistivi, etalonarea prin simulare se face conectînd o rezistență de șuntare R_S la bornele traductorului R_T cînd acesta nu este solicitat.

Fie R_T traductorul activ dintr-o punte Wheatstone (fig. 8.18) echilibrată ($u_e = 0$), avînd întrerupătorul K deschis. Atunci cînd se închide întrerupătorul, rezistența din brațul AB variază, iar puntea se dezechilibrează. Pe voltmetru se citește u_e, iar variația de rezistență ΔR, care a produs această tensiune, este

$$\Delta R = R_T - \frac{R_T\ R_S}{R_T + R_S} = \frac{R_T^2}{R_T + R_S}. \qquad (8.41)$$

Sensibilitatea punții este

$$S = \frac{u_e}{\Delta R}\left[\frac{\text{V}}{\Omega}\right]. \qquad (8.42)$$

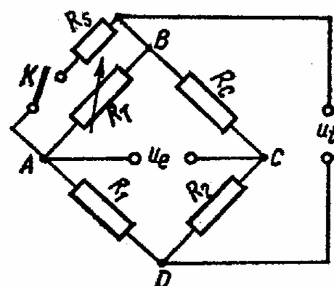


Fig. 8.18

Alte metode de etalonare, folosite în special de firma Hottinger Baldwin Messtechnik, sînt prezentate în lucrarea [9].

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 8

1. HARRIS. C., și CREDE, CH., *Șocuri și vibrații* (trad. din l. engleză), vol.1, Ed. Tehnică, București, 1968.
2. BOUCHE, R. R., *Instruments and methods for measuring mechanical impedance*, Endevco Technical Paper *203* (1961).
3 TRENT, H.M., *The absolute calibration of electromechanical pickups*, Journal of Applied Mechanics (Trans. A.S.M.E.), *15*, 49—52 (1948).
4. LEVY, S., BOUCHE, R. R., *Calibration of vibration pickups by the reciprocity method*, Journal of Research National Bureau of Standards, **57**, *4*, 227—243 (Oct. 1956).
5. BOUCHE, R.R., ENSOR, L. C., *Accelerometer calibration with reciprocity vibration standards*, Endevco Technical Paper *251* (1970).
6. *** Aufnehmer — Eichgerät AE 101, VEB RFT Messelektronik „Otto Schön" Dresden (1974).
7. BOUCHE, R.R., *Vibration standards for performing comparison calibrations*, Endevco Technical Paper *241* (1967).
8. RHODES, J.E., *Piezoelectric transducer calibration simulation method using series voltage insertion*, Endevco Technical Paper *216* (1962).
9. *** *Empfindlichkeit, Massangaben, Kalibrierung, Messbereiche; Betrachtungen über Aufnehmer und Messgeräte*, Messtechnische Briefe *1* (1969).

CAPITOLUL 9

EXEMPLE DE MĂSURĂRI DE VIBRAŢII

Tratarea detaliată a metodelor de măsurare a vibraţiilor, aplicate în diferite ramuri ale practicii inginereşti, depăşeşte cadrul acestei lucrări. De aceea, în cele ce urmează, se va face o prezentare succintă — pe de o parte a unor metode moderne, cu sferă largă de aplicare, pe de alta — a unor metode utilizate în cadrul laboratorului de Rezistenţa materialelor de la Institutul politehnic Bucureşti, legate deci de specificul preocupărilor autorilor.

9.1. Identificarea surselor de vibraţii

În timpul funcţionării, orice maşină produce zgomote şi vibraţii caracteristice. Spectrul de frecvenţe al semnalelor complexe astfel generate este specific fiecărei maşini în parte, formînd o „semnătură" unică. Analiza „semnăturii mecanice a maşinilor" facilitează localizarea surselor de vibraţii iar observarea evoluţiei ei în timp permite aprecierea stării mecanice a maşinii.

Frecvenţele predominante din semnalele produse de maşini sau de componentele acestora au fost studiate atît analitic, cît şi experimental [1] — [8]. S-au publicat lucrări referitoare la maşini rotative — turbine [4], maşini electrice [8], pompe [9], ventilatoare [10], la motoare cu piston şi vehicule [11], precum şi la componentele acestora — lagăre cu rulmenţi [3, 12 —14], lagăre de alunecare [12], angrenaje cu roţi dinţate [15—17].

Pentru identificarea surselor de zgomote şi vibraţii, se face o corelare a frecvenţelor corespunzătoare maximelor din spectrogramele determinate experimental, cu parametrii funcţionali şi constructivi ca turaţia, numărul dinţilor roţilor dinţate, numărul elementelor de rostogolire la un rulment, numărul paletelor la o elice sau un rotor, numărul înfăşurărilor unei maşini electrice etc. Se mai ţine cont de armonicele generate de dezechilibrul sau excentricitatea arborilor în rotaţie, de forţele şi momentele din maşinile cu mişcare alternativă, de nealinierea arborilor sau mişcarea fusului rotorului în lagărele de alunecare cu ungere, precum şi de „benzile laterale" de frecvenţe generate de roţile dinţate în cazul angrenării imperfecte [18, 19].

Deci primul pas în identificarea surselor de vibraţii este calculul frecvenţelor la care este posibil ca spectrul vibraţiei măsurate să aibă maxime.

Dintre sursele de vibrații de frecvență relativ joasă, la o mașină care are turația n (rot/min), se pot menționa următoarele [5]:

Dezechilibrul produce vibrații la frecvența $f_1 = \frac{n}{60}$ [Hz], de amplitudini proporționale cu dezechilibrul și de valori mari în special pe direcție radială.

Dezaxarea cuplajelor sau a lagărelor, ca și existența unui arbore îndoit, produc vibrații la frecvențe f_1, $2f_1$ și $3f_1$, de amplitudini mari pe direcție axială, pînă la 50% sau chiar mai mult din cele laterale.

Excentricitatea fusurilor arborilor produce vibrații la frecvența f_1, de amplitudini relativ scăzute. Uneori roți dințate excentrice produc același efect. În acest caz, amplitudinea maximă de vibrație a arborelui respectiv are loc în dreptul roții. Dacă fusurile sau roțile aparțin unui motor de antrenare, vibrațiile dispar la oprirea motorului.

Jocurile în lagăre produc vibrații la frecvența $2f_1$.

Curelele de acționare defecte produc vibrații de frecvențe f_1, $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$. Cureaua defectă poate fi detectată folosind fixarea imaginii cu ajutorul luminii stroboscopice.

Motoarele electrice produc vibrații la frecvența f_1 sau la frecvența de sincronism (sau dublul acesteia), care dispar brusc la întreruperea curentului.

Mecanismele bielă-manivelă produc vibrații la frecvența f_1 și la multiplii acesteia, care pot fi reduse prin soluții constructive adecvate sau izolări antivibratoare.

Instabilitatea mișcării fusului într-un lagăr cu ungere produce o vibrație subarmonică de frecvență 0,5 f_1 (de obicei ceva mai mică —0,42—0,48f_1).

Dintre sursele de vibrații de frecvențe relativ înalte, se pot menționa următoarele:

Forțele de natură aerodinamică (sau hidrodinamică) produc vibrații la frecvențe egale cu produsul dintre numărul palelor sau paletelor și f_1. În general aceste vibrații sînt periculoase doar cînd produc rezonanța carcasei sau a altor elemente componente.

Vibrații similare poate induce elicea în coca sau cîrma unui vapor. Vibrațiile produse de turbulența gazelor de evacuare dintr-un motor cu reacție asupra fuselajului unui avion au caracter aleator, fiind dificilă evidențierea unor frecvențe predominante.

Rulmenții produc zgomote datorită unor defecte locale sau imperfecțiuni ale inelelor sau elementelor de rostogolire.

Pentru un rulment cu inelul exterior fix și cel interior în rotație cu turația n [rot/min], dacă se notează d — diametrul interior, D — diametrul exterior, d_B — diametrul bilei, N — numărul de bile, β — unghiul de contact și se definește un diametru mediu $d_m = \frac{D + d}{2}$, atunci se pot calcula următoarele frecvențe de bază:

— frecvența fundamentală a componentei spectrale datorită excentricității inelului interior

$$f_1 = \frac{n}{60} \text{ [Hz]};$$

— frecvenţa corespunzătoare rotirii bilei faţă de inelul exterior fix

$$f_B = \frac{1}{2} f_1 \frac{d_m}{d_B}\left[1 - \left(\frac{d_B}{d_m}\right)^2 \cos^2 2\beta\right]; \tag{9.1}$$

— frecvenţa corespunzătoare rotirii coliviei şi bilelor faţă de inelul exterior fix

$$f_c = \frac{1}{2} f_1 \left(1 - \frac{d_B}{d_m} \cos 2\beta\right); \tag{9.2}$$

— frecvenţa corespunzătoare mişcării relative între colivie şi inelul mobil

$$f_c' = f_1 - f_c. \tag{9.3}$$

Cu ajutorul acestor valori se pot calcula:

— frecvenţele componentelor datorite unei neregularităţi pe bilă, cînd aceasta ia contact cu inelul exterior şi cel interior, alternativ

$$f_b = 2kf_B; \qquad k = 1,2,3,\ldots \tag{9.4}$$

— freventele componentelor datorite unui defect local pe suprafaţa de rulare a inelului interior

$$f_{int} = k\,N\,f_c'; \qquad k = 1,2,3\ldots \tag{9.5}$$

— frecvenţele componentelor datorite trecerii bilei peste un defect local de pe suprafaţa de rulare a inelului exterior

$$f_{ext} = kNf_c; \qquad k = 1,\ 2,\ 3,\ldots \tag{9.6}$$

— frecvenţa componentei datorite abaterii de la forma sferică a bilei

$$f_B' = f_c;$$

— frecvenţele componentelor generate de ondulaţiile suprafeţei de rulare a inelului interior

$$f_{int}' = kNf_c' \pm f_1 \qquad \text{(conform teoriei liniare)};$$
$$f_{int}'' = kf_c' \pm f_c \qquad \text{(conform teoriei neliniare)};$$

— frecvenţele generate de ondulaţiile suprafeţei de rulare a inelului exterior

$$f_{ext}' = 2kf_B \pm f_c \qquad \text{(conform teoriei liniare)};$$
$$f_{ext}' = (k \pm 1)f_c \qquad \text{(conform teoriei neliniare)}.$$

Roţile dinţate produc vibraţii şi zgomote datorită angrenării imperfecte, datorită erorilor de prelucrare şi erorilor „ereditare" produse de scule prelucrate incorect.

Dacă pe arborele conducător, de turaţie n, este montată o roată

cu z_1 dinți, iar pe arborele condus este o roată cu z_2 dinți, atunci frecvența fundamentală este $f_1 = \frac{n}{60}$ [Hz].

Frecvența impulsurilor datorite contactului dinților angrenajului este

$$f_a = f_1 z_1. \tag{9.7}$$

Frecvența datorită dezechilibrului arborelui condus este

$$f_2 = \frac{f_a}{z_2}. \tag{9.8}$$

În afara frecvențelor f_1, f_2, f_a, spectrul vibrațiilor produse de un angrenaj mai are maxime la frecvențe ce reprezintă sume, diferențe și produse ale acestor valori. De exemplu, excentricitatea arborelui conducător face ca cercurile de divizare ale celor două roți să nu rămînă tangente pe toată durata rostogolirii. Peste vibrația de frecvență relativ mare f_a se suprapune cea de frecvență joasă f_1, rezultînd o vibrație modulată în amplitudine. În cazul limită al modulației de 100%, componenta fundamentală f_1 dispare, rămînînd frecvențele laterale caracteristice modulației

$$f_{s_1} = f_a + f_1,$$
$$f_{i_1} = f_a - f_1. \tag{9.9}$$

În realitate, procesul de modulație nu este chiar atît de simplu, adăungîndu-se erorile de prelucrare, și nici modulația nu este de 100%, astfel că apar frecvențe

$$f_{s_2} = f_a + 2f_1, \qquad f_{s_3} = f_a + 3f_1, \ldots$$
$$f_{i_2} = f_a - 2f_1, \qquad f_{i_3} = f_a - 3f_1, \ldots \tag{9.10}$$

Un exemplu simplificat de calcul este redat după lucrarea [7]. Se consideră ansamblul din figura 9.1, cu următoarele date. Turația arborelui nr. *1* : $n_1 = 1000$ rot/min. Numărul dinților roților dințate : $z_1 = 20$, $z_2 = 79$; rulment radial-axial cu bile, tip 46305, GOST 831—54, avînd $d = 25$mm, $D = 62$ mm, $d_B = 11{,}51$ mm, $N = 10$ bile, $\beta = 26°$. Se calculează frecvențele cu relațiile (9.1) — (9.10) și se aranjează în ordine crescătoare ca în tabela 9.1. Prin raportarea tuturor valorilor la frecvența fundamentală f_1, corespunzătoare turației arborelui conducător, se calculează „ordinul" diferitelor componente spectrale.

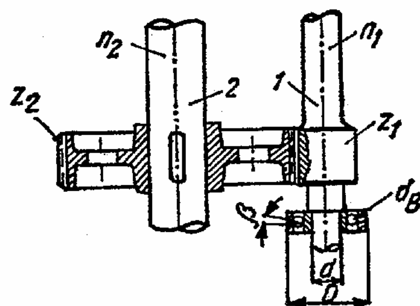


Fig. 9.1

Pe baza unui astfel de tabel se calculează „distanța" probabilă între diferitele componente spectrale discrete și se alege lățimea de bandă a filtrului cu care se face analiza, care la frecvențe înalte trebuie să fie minimum 0,5 f_1.

Pentru a pune în evidență componente spectrale atît de apropiate între ele, măsurările trebuie efectuate cu filtre de bandă îngustă, de obi-

cei cu lățime de bandă constantă, cum sînt cele din construcția analizoarelor dinamice moderne [2].

TABELA 9.1

Frecvențele forțelor perturbatoare care apar la funcționarea ansamblului din figura 9.1

Componenta	Frecvența, Hz	Ordinul componentei	Componenta	Frecvența, Hz	Ordinul componentei	Componenta	Frecvența, Hz	Ordinul componentei	Componenta	Frecvența, Hz	Ordinul componentei
f_2	4,22	0,25	f_b	61,44	3,68	f_{i3}	283,3	17	f_{s1}	350	21
f_c	6,99	0,42	f_{ex}	69,9	4,18	f_{i2}	300,0	18	f_{s2}	366,7	22
f_1	16,7	1	f_{in}	97,1	5,81	f_{i1}	316,7	19	f_{s3}	383,4	23
f_B	30,72	1,84	f_{i4}	266,6	16,0	f_a	333,3	20	f_{s4}	400	24

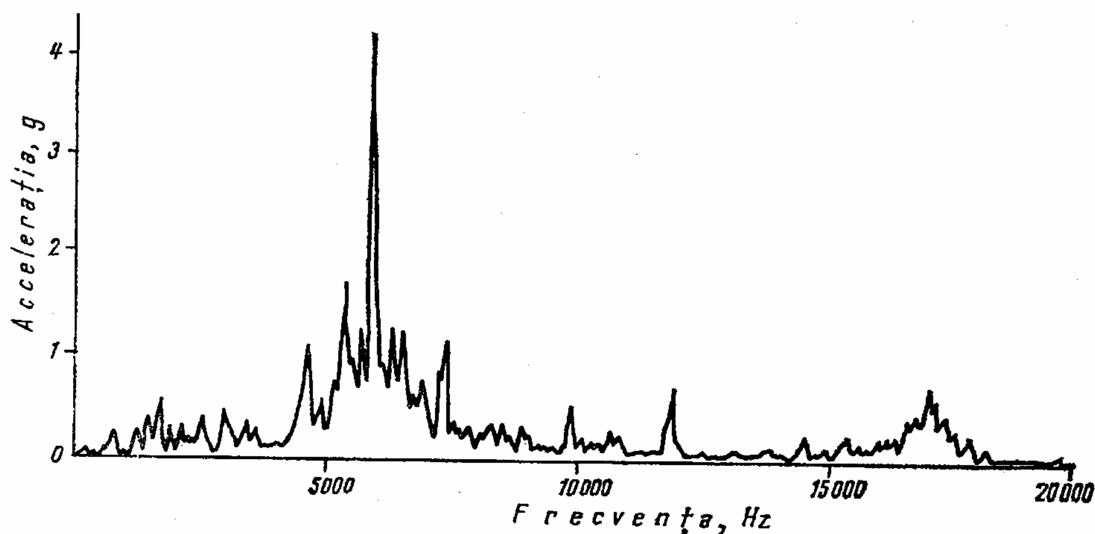


Fig. 9.2

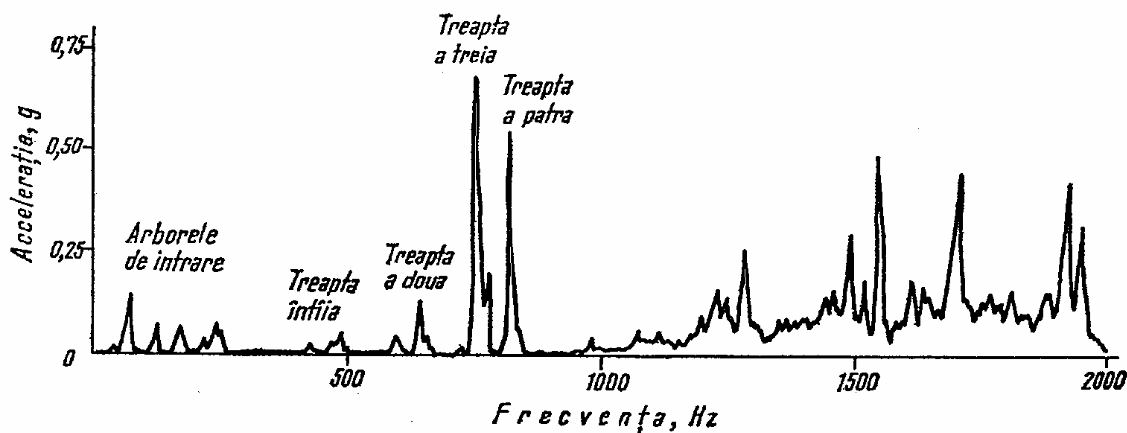


Fig. 9.3

În figura 9.2 se prezintă spectrul de frecvențe obținute cu un accelerometru plasat pe carcasa unui compresor de aer, de mare turație, folosind un analizor de frecvență în timp real [6]. O porțiune din acest spectru este mărită în figura 9.3, pe care s-au identificat ușor frecvențele corespunzătoare turațiilor de lucru ale celor patru trepte și turației arborelui de intrare.

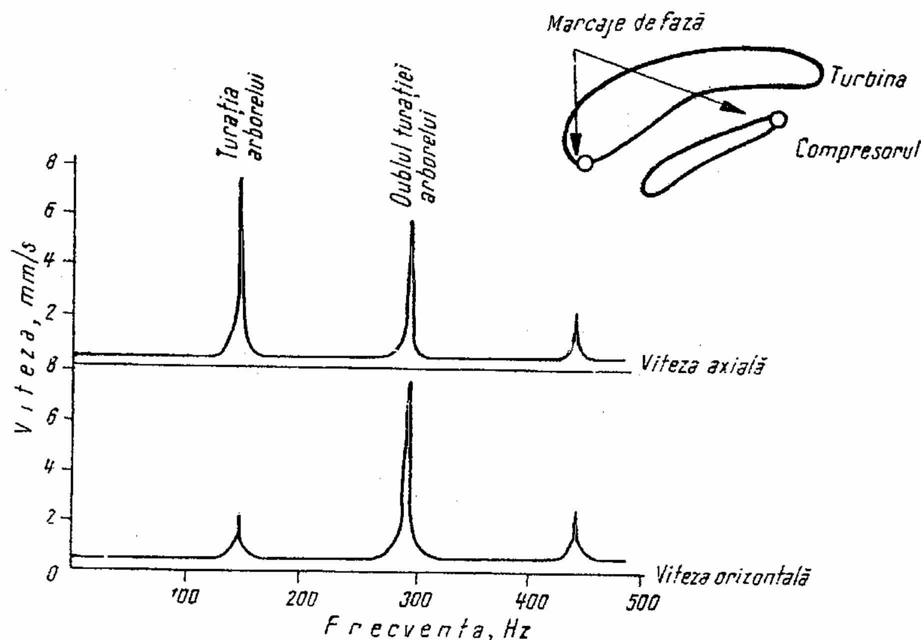


Fig. 9.4

O „semnătură" caracteristică nealinierii arborilor turbinei și compresorului dintr-o instalație este redată în figura 9.4, la măsurarea căreia s-a folosit un captor de viteze [6]. Se remarcă vibrația radială cu două maxime pe rotație, însoțită de vibrația axială caracteristică. Pentru comparație se prezintă și traiectoriile distorsionate descrise de arbori în planul perpendicular pe axa de rotație, pe care marcajele de fază efectuate sincron sînt defazate cu 180°.

Figurile 9.5 și 9.6 ilustrează importanța alegerii corespunzătoare a captorilor pentru astfel de măsurări. Ambele indică spectre de frecvență măsurate pe angrenaje identice, ce acționează pompe centrifuge de debit mare [6]. „Semnăturile" de joasă frecvență din figura 9.5, obținute cu un captor de viteze, sînt asemănătoare, indicînd în mod eronat faptul că cele două angrenaje ar avea același grad de uzură. În schimb, „semnăturile" de înaltă frecvență din figura 9.6, obținute cu un captor de accelerații, simultan cu cele din figura 9.5, diferă substanțial, indicînd pentru primul caz o angrenare imperfectă, ceea ce s-a dovedit după măsurări, la verificarea roților, cînd s-a găsit un dinte lovit.

Un alt rezultat, care subliniază importanța analizei spectrale în identificarea surselor de vibrații de frecvențe înalte, este prezentat în figura 9.7, reprodusă tot după lucrarea [6].

Creșterea nivelului vibrațiilor arborelui unui compresor axial de mare capacitate, cu geometrie variabilă a statorului, a determinat efectuarea unor măsurări pentru detectarea cauzelor. Folosirea unui captor de deplasări și vizualizarea formei de undă a vibrației pe un osciloscop, a

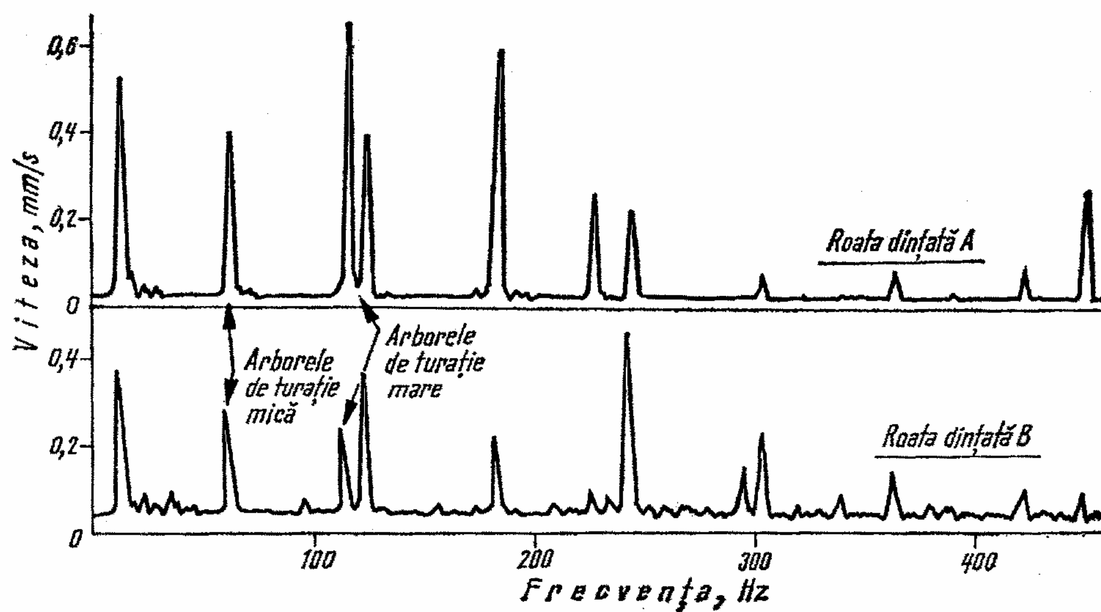

0,6
0,4
0,2
0
Viteza, mm/s
Roata dințată A
0,4
0,2
0
Arborele de turație mică
Arborele de turație mare
Roata dințată B
100
200
300
400
Frecvența, Hz

Fig. 9.5

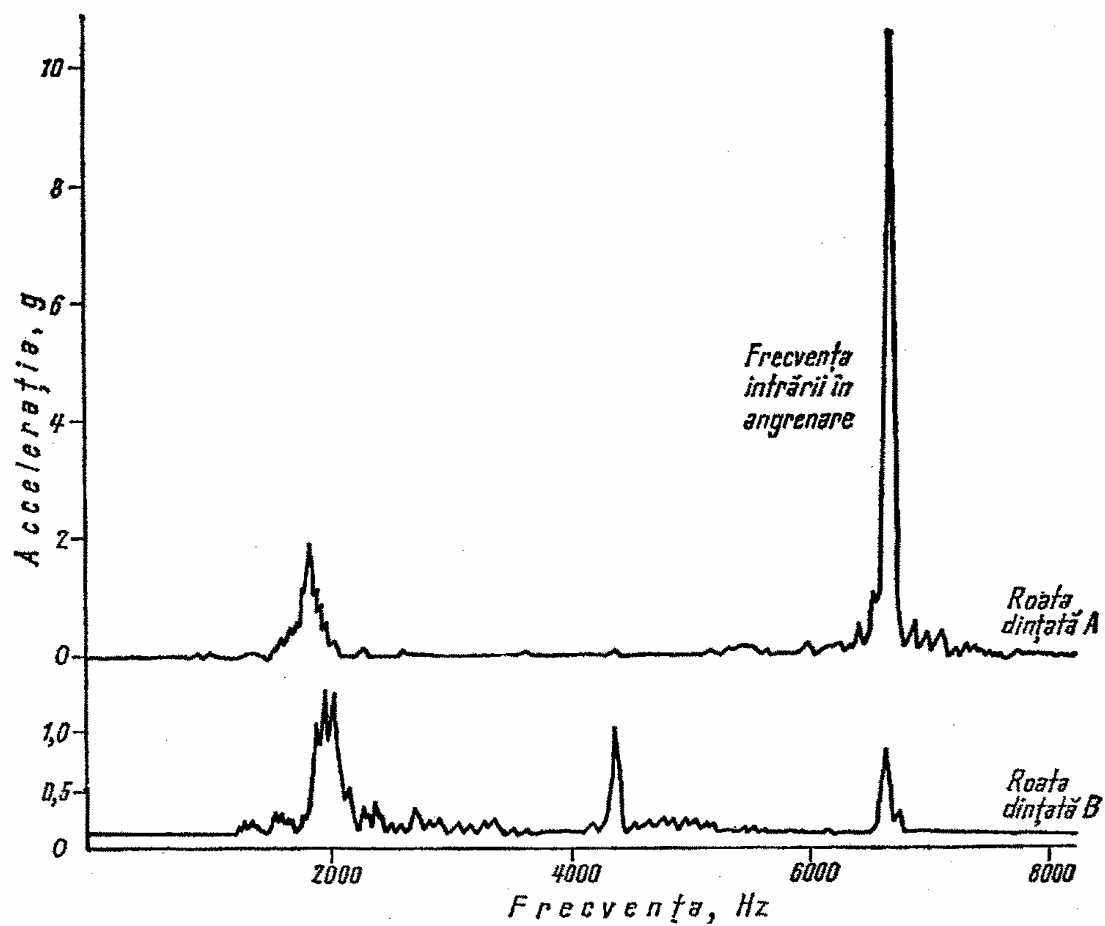

10
8
6
4
2
0
Accelerația, g
Frecvența intrării în angrenare
Roata dințată A
1,0
0,5
0
Roata dințată B
2000
4000
6000
8000
Frecvența, Hz

Fig. 9.6

dus la identificarea unei frecvenţe corespunzătoare dezechilibrului arborelui, amplitudinea semnalului global fiind considerată acceptabilă, conform normelor de apreciere a severităţii vibraţiilor. În schimb, analiza în frecvenţă şi folosirea unui accelerometru au dus la obţinerea „semnăturii" din figura 9.7, pe care se observă componente de amplitudine mare, la frecvenţe de 45, 47, 94 şi 141 de ori frecvenţa fundamentală. Corelate cu numărul de palete, s-a ajuns la concluzia că vibraţia se datoreşte unor palete ale statorului care s-au rotit necontrolat, rămînînd perpendiculare pe curentul de aer, producînd astfel solicitări ciclice suplimentare. După oprirea maşinii, diagnosticul a fost confirmat.

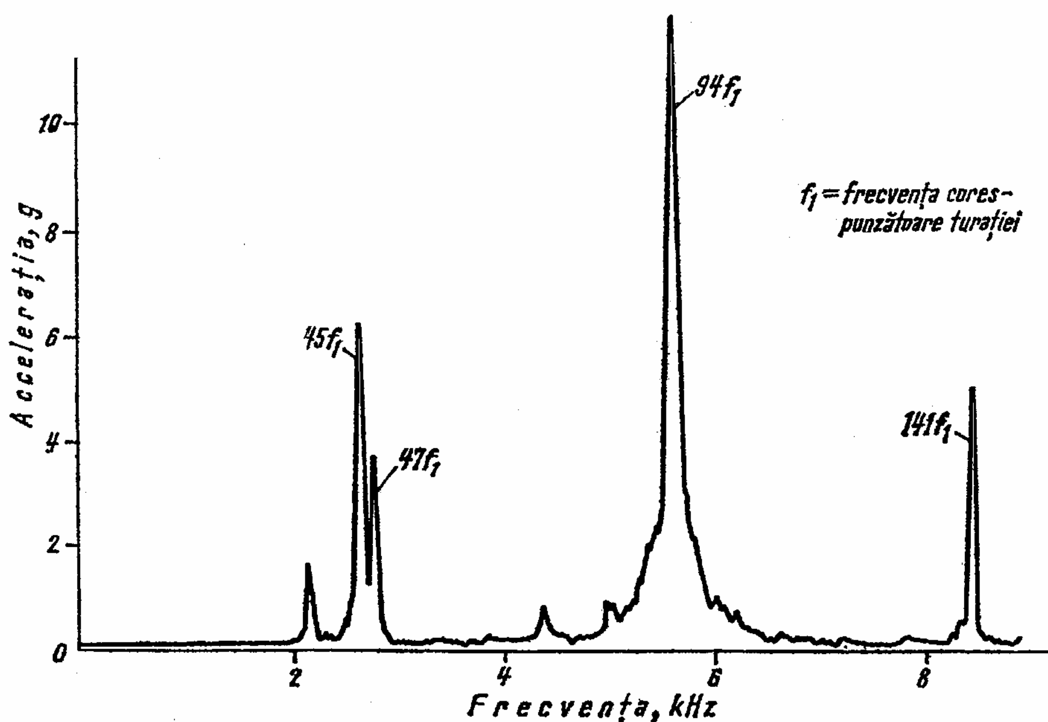


Fig. 9.7

Aplicarea metodelor de analiză a „semnăturii" maşinilor permite trecerea de la simpla *constatare* a unor defecţiuni, la *prevederea* apariţiei şi evoluţiei lor. Prin urmărirea variaţiei în timp a spectrelor de frecvenţă ale maşinilor, se poate constata creşterea amplitudinii anumitor componente şi, prin corelarea frecvenţei acestora cu parametrii de lucru ai maşinii, se pot detecta uzuri, fisurări, slăbiri, sau modificări locale incipiente. Se face astfel o *întreţinere preventivă*, evitînd ruperile sau incidentele de lucru, micşorînd durata perioadelor de scoatere din funcţie pentru revizii planificate.

În figura 9.8 se prezintă „semnătura" unui lagăr de rostogolire de bună calitate. În figura 9.9 se prezintă semnătura unui rulment similar, care din fabricaţie a rezultat cu defecte. Compararea celor două semnături devine un instrument deosebit de util la controlul producţiei, permiţînd eliminarea rulmenţilor cu defecte. Prin folosirea unui calculator, operaţia poate fi automatizată [3].

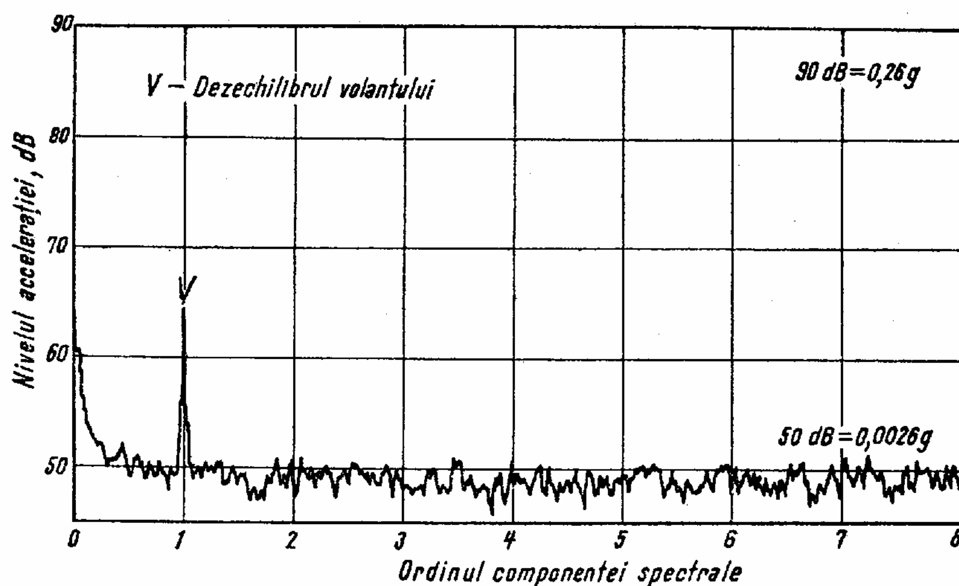


Fig. 9.8

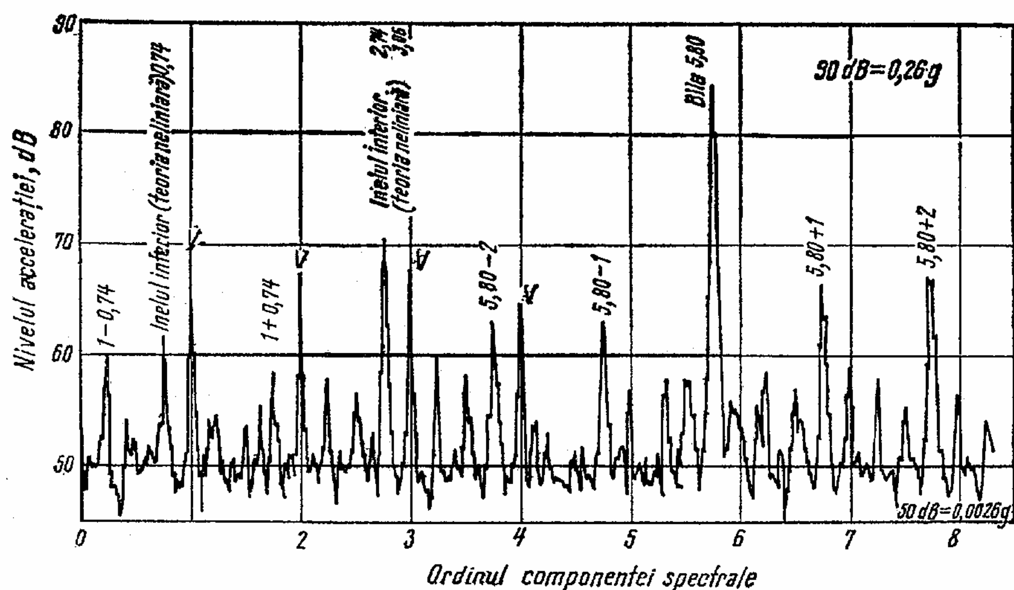


Fig. 9.9

9.2. Măsurări pe prototipuri

9.2.1. Mașini unelte

Una din sursele apariției vibrațiilor autoexcitate la mașini unelte, în timpul funcționării în regim normal de lucru, este existența unui element „slab" din punct de vedere dinamic. Elemente cu rigiditate dinamică redusă pot apare în structura de rezistență a mașinii unelte (batiu, coloane, sănii, traverse, console), în lanțul cinematic de antrenare, în axul principal, în suportul sculei, în lagăre și ghidaje, precum și în piesa prelucrată.

Eliminarea regimurilor de așchiere cu vibrații autoexcitate se face uneori prin mărirea rigidității dinamice a mașinii unelte, după un studiu

pe prototip, ce are drept scop localizarea precisă a elementului slab. Un astfel de studiu comportă trei etape succesive [21]:

a) Mașina unealtă este adusă într-un regim de funcționare cu trepidații puternice, de intensitate relativ constantă, care este menținut maximum 15—20 secunde (pentru a nu periclita durabilitatea mașinii și produce fisuri sau ruperi).

De la un captor de vibrații plasat cît mai aproape de sculă, se obține un semnal care este fie înregistrat pe bandă magnetică (în vederea analizei ulterioare), fie trecut printr-un analizor heterodină a cărui frecvență este variată rapid într-un domeniu relativ larg (5—2 000 Hz). Se obține astfel spectrul de frecvențe al mișcării studiate (fig. 9.10), ale cărui maxime indică frecvențele vibrațiilor autoexcitate.

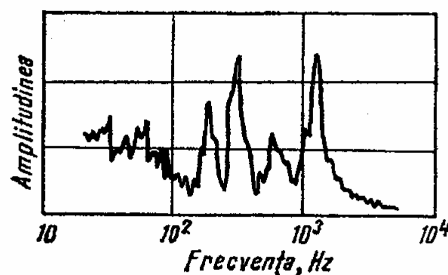


Fig 9.10

Determinările se repetă pentru diferite regimuri de așchiere și poziții ale săniilor sau consolelor, alegînd piese din diferite materiale și schimbînd poziția și geometria sculelor.

b) Etapa a doua a studiului dinamic constă în analiza răspunsului în frecvență al mașinii unelte. Aceasta se face fie în timpul funcționării mașinii, cu excitație din însuși procesul de așchiere [22], fie cu mașina oprită (sau doar axul principal în rotație) și excitație de la un vibrator electrodinamic comandat de la un generator de semnal.

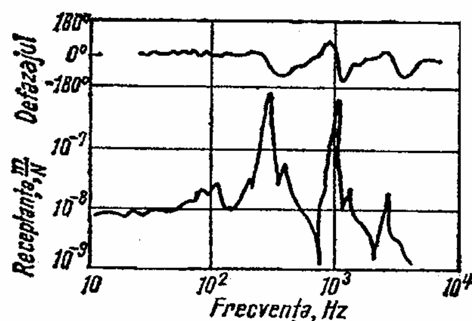


Fig. 9.11

Mașinile unelte relativ rigide sînt așezate pe suporturi foarte elastice, pentru a micșora cît mai mult frecvențele de rezonanță ale oscilațiilor de corp rigid (ale mașinii pe elementele deformabile de susținere) și a le separa de rezonanțele structurii elastice.

Datorită rigidității dinamice relativ mari și accesibilității reduse din punct de vedere al excitației a majorității punctelor structurii, nu se folosește excitare simultană în mai multe puncte, izolarea completă a unui mod de vibrație fiind dificilă, iar cheltuielile legate de achiziționarea echipamentului necesar fiind în general nejustificate.

Se recurge la „excitarea absolută" într-un singur punct, a sculei sau piesei [23], prin folosirea unui singur vibrator electrodinamic suspendat elastic de un punct exterior fix și montat, de preferință, pe o direcție cît mai apropiată de cea a forței rezultante maxime de așchiere; se măsoară fie răspunsul relativ între sculă și piesă, fie răspunsul absolut al acestora pe diferite direcții.

Cînd spațiul permite, se folosește „excitarea relativă" între sculă și piesă. De asemenea, utilizarea vibratoarelor electromecanice fără contact permite efectuarea măsurărilor chiar în timpul rotirii sculei sau piesei.

Se măsoară atît vibrațiile orizontale și verticale, cît și cele de răsucire, determinîndu-se funcțiile de răspuns în frecvență sub forma unor diagrame receptanță-frecvență și fază-frecvență (fig. 9.11) sau ca diagrame polare.

De cele mai multe ori se folosește excitație armonică, măsurînd răspunsul la diferite valori ale frecvenței excitatoare — pentru identificarea rezonanțelor — și la diferite nivele ale excitației — pentru evaluarea neliniarităților. Montajul trebuie realizat astfel încît vibratorul și captorii să aibă o influență minimă asupra răspunsului mașinii.

Pe baza curbelor din figurile 9.10 și 9.11 se compară apoi frecvențele de rezonanță cu frecvențele vibrațiilor autoexcitate determinate în prima etapă. Cele care corespund, sînt frecvențe proprii ale modurilor de vibrație în care anumite părți ale structurii mașinii determină valori minime ale rigidității dinamice.

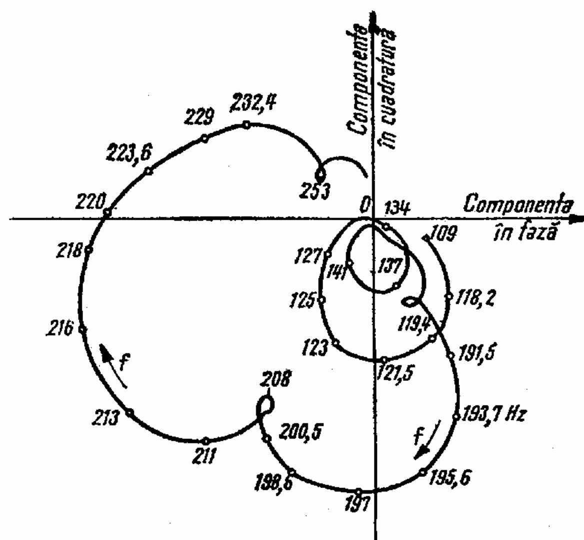


Fig. 9.12

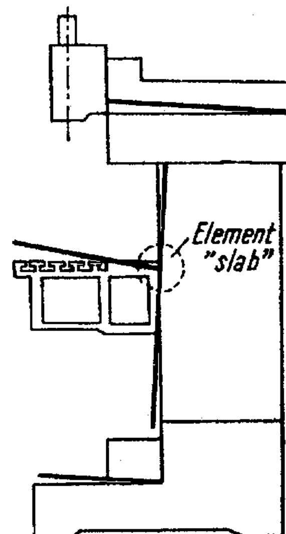


Fig. 9.13

Una din aceste valori se regăsește și pe diagrama polară a răspunsului în frecvență, pe bucla care corespunde modului ce produce o valoare maximă a componentei reale (în fază) negative a deplasării. În figura 9.12 se prezintă o astfel de diagramă obținută pentru o mașină de frezat [24] în cazul excitației verticale relative între capul port-freză și masa mașinii.

c) Etapa a treia a studiului dinamic constă în excitarea structurii la frecvența de rezonanță a acestui mod de vibrație, determinarea formei modului respectiv și localizarea elementului slab al structurii.

Un captor de vibrații este amplasat consecutiv în diferite puncte în lungul componentelor principale ale mașinii, înregistrîndu-se deplasările măsurate. Un alt captor, menținut într-un același punct al structurii, produce un semnal de referință, necesar pentru stabilirea punctelor care vibrează în fază sau în opoziție de fază.

Unind punctele în care se înregistrează aceeași amplitudine de vibrație, se pot obține „hărți modale". Acestea sînt utile în cazul structurilor sudate, pe baza lor stabilindu-se locul de fixare a nervurilor de rigidizare.

Cînd elementele structurii măsurate sînt predominant unidimensionale (ghidaje, traverse, coloane, montanți), se desenează forma modului de vibrație. Variații brusțe de pantă sau discontinuități dé formă indică prezența elementului „dinamic slab".

În figura 9.13 se arată deformata dinamică, în plan vertical, a mașinii de frezat pentru care s-a trasat diagrama din figura 9.12. Se observă deplasarea mare a mesei mașinii față de coloana verticală, de unde s-a

dedus că șuruburile de fixare a mesei au rigiditate insuficientă, ceea ce a dus la formarea buclei „instabile”, de frecvențe 208—253 Hz, de pe diagrama polară.

În modul acesta, localizarea elementelor de rigiditate dinamică minimă se face eficient și rapid, putîndu-se lua apoi măsuri de rigidizare.

9.2.2. Grinzi rulante

La darea în exploatare a unor grinzi rulante suspendate, fabricate pentru prima dată în țara noastră [25], s-a cerut efectuarea unor măsurări tensometrice și de vibrații în vederea omologării.

Atît căile de rulare cît și grinzile rulante au fost fabricate din profile expandate (fig. 9.14 *a*). Pe tălpile profilelor, la mijlocul deschiderii precum și în alte puncte (fig. 9.14 *b*) au fost montați traductori tensometrici rezistivi (notați cu numere de la *1* la *9*), cu ajutorul cărora s-a măsurat variația eforturilor unitare la diferite manevre (ridicarea, deplarea și coborîrea sarcinii). De asemenea, pentru înregistrarea deplasărilor verticale din punctele de măsură, s-a folosit un vibrograf cuasistatic tip Stoppani (v. § 5.2).

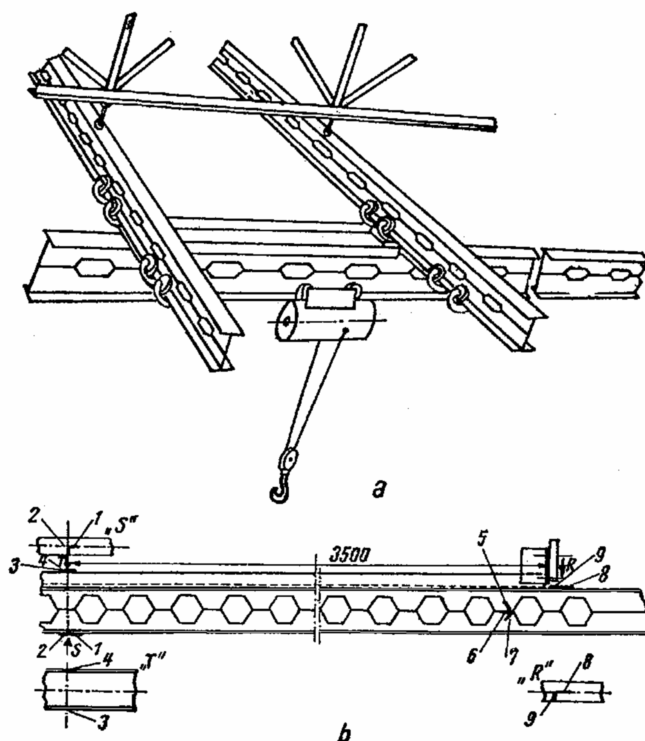


Fig. 9.14

În figura 9.15 se arată o vibrogramă tipică, corespunzătoare ridicării sarcinii de pe sol și opririi la o anumită înălțime, urmată de coborîrea sarcinii pînă la sol. Se măsoară astfel săgeata statică, săgeata dinamică, frecvența proprie fundamentală și decrementul logaritmic.

În figura 9.16 se arată vibrograma similară a eforturilor unitare, înregistrată la ridicarea bruscă a sarcinii, pe care s-au evidențiat efortul

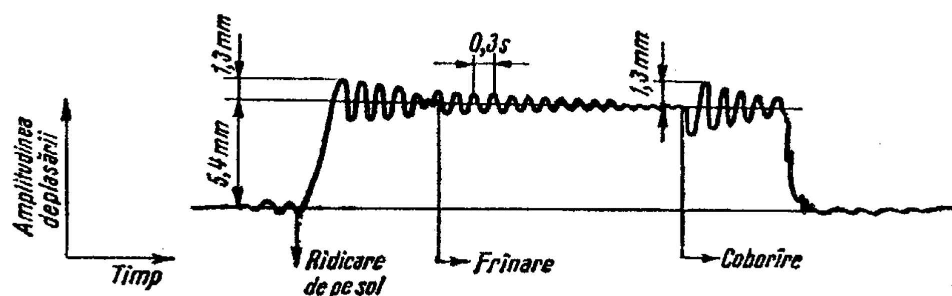


Fig. 9.15

unitar static din grindă, σ_{st}, înregistrat după amortizarea completă a vibrațiilor, și efortul unitar total maxim, σ_d, înregistrat la ridicarea sarcinii de pe sol. Raportul celor două segmente de pe vibrogramă

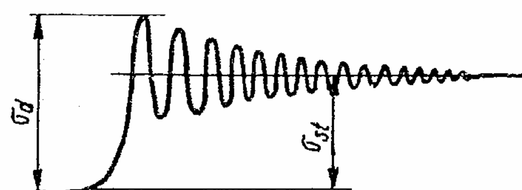


Fig. 9.16

$$\psi = \frac{\sigma_d}{\sigma_{st}}$$

este o măsură a *coeficientului dinamic*, care se determină executînd diferite manevre.

Este interesant de arătat că la ridicarea sarcinii s-au înregistrat suprasolicitări de 14,8% iar la coborîrea acesteia, cu frînare în aer, suprasolicitări de 25,6%.

9.2.3. Traversări aeriene de conducte

Soluțiile constructive adoptate pentru trecerea peste rîuri a conductelor de alimentare cu apă sau gaz metan sînt traversări aeriene, realizate ca grinzi continue.

Aceste construcții sînt solicitate prin forțe aerodinamice $q(x, t)$ produse de desprinderea vîrtejurilor de aer datorate vîntului. Amplitudinea q_{max} a acestor forțe este

$$q_{max} = \frac{\rho}{2} D V^2 C_k \left[\frac{\text{daN}}{\text{m}}\right],$$

unde ρ este masa specifică a aerului, D — diametrul conductei, V — viteza vîntului și C_k — un coeficient care depinde de forma secțiunii transversale a conductei.

În cazul unui corp cilindric, frecvența f cu care se aplică această sarcină aerodinamică este dată de relația

$$f = 0{,}22 \frac{V}{D} \text{ [Hz]}.$$

În faza de asimilare a prototipului traversării, se pune problema verificării rezistenței mecanice a conductei la solicitările produse de forțele aerodinamice [26].

După realizarea construcţiei, se determină experimental frecvenţele şi forma modurilor proprii de vibraţie ale conductei, precum şi coeficienţii de amortizare ai structurii [27].

Pentru început, se excită *vibraţiile libere* ale structurii, în vederea măsurării frecvenţei proprii fundamentale şi a decrementului logaritmic al amortizării. În acest scop, se aplică o forţă statică, prin intermediul unei bare crestate, fixată de un colier metalic montat pe conductă. Crescînd progresiv valoarea forţei, conducta se deformează static pînă cînd bara intermediară se rupe în dreptul crestăturii. Conducta începe apoi să execute vibraţii libere, care, după un număr oarecare de cicluri, au frecvenţa practic egală cu frecvenţa proprie fundamentală a sistemului elastic.

Studiul *vibraţiilor forţate* ale conductei cuprinde determinarea frecvenţelor de rezonanţă şi a formei deformate la rezonanţă, care se consideră a corespunde aproximativ cu forma modurilor proprii de vibraţie, precum şi trasarea curbelor amplitudine-frecvenţă în jurul fiecărei rezonanţe, în vederea calculării rapoartelor de amortizare corespunzătoare fiecărui mod propriu de vibraţie.

În figura 9.17 se prezintă schema bloc a echipamentului folosit în cadrul măsurărilor efectuate de Catedra de Rezistenţa materialelor de la Institutul politehnic Bucureşti.

La alegerea aparaturii de excitaţie şi măsurare, trebuie ţinut cont de faptul că frecvenţele proprii ale traversărilor suspendate sînt joase (de la valori sub 1 Hz pînă la 25...30 Hz) şi relativ apropiate.

Valorile raportului de amortizare, măsurat pentru aceste tipuri de structuri, au fost $\zeta = 0{,}003 \ldots 0{,}015$.

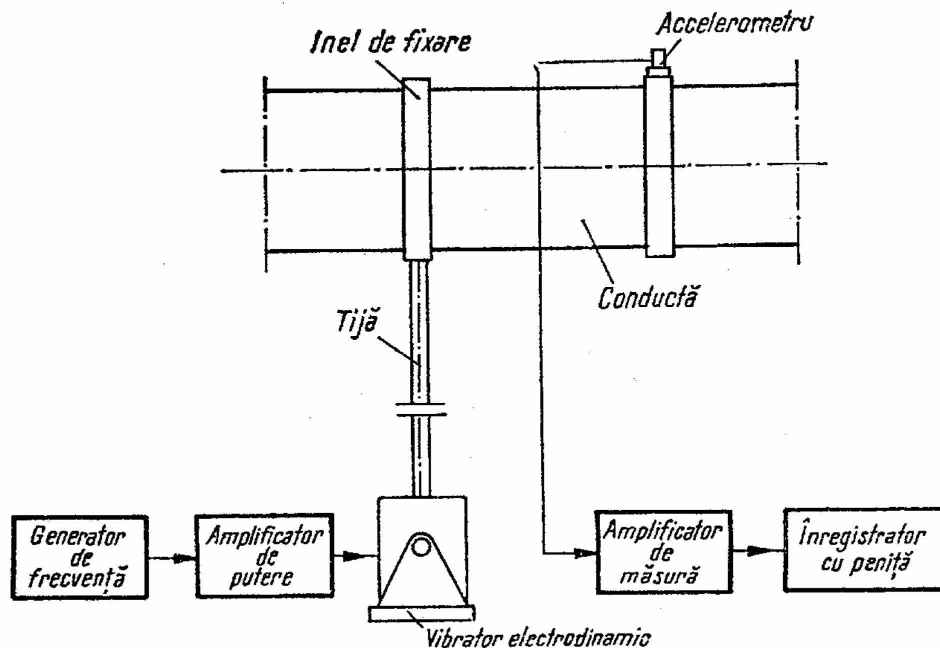


Fig. 9.17

Excitarea structurii se poate face şi cu ajutorul unor vibratoare mecanice, avînd ca elemente de antrenare motoare electrice de turaţie reglabilă (v. § 6.1).

Pornind de la datele experimentale, se determină, prin calcul, amplitudinea eforturilor unitare variabile care ar putea apare în pereţii

conductei în situaţii de rezonanţă, cînd frecvenţa de desprindere a vîrtejurilor devine egală cu una din frecvenţele proprii ale structurii elastice.

În acest scop, se consideră situaţia cea mai defavorabilă, în care forţele aerodinamice perturbatoare se distribuie în lungul conductei după o lege identică cu forma modului propriu pe care se produce rezonanţa. În cazul cînd valorile calculate depăşesc limitele admisibile, se recomandă modificarea construcţiei, în sensul suspendării conductei pe o reţea de cabluri, soluţie prin care se măreşte amortizarea din sistem.

9.2.4. Maşini rotative

În paragrafele anterioare s-au făcut o serie de referiri la măsurarea vibraţiilor maşinilor rotative. În cele ce urmează se prezintă doar cîteva aplicaţii tipice, de dată recentă.

Analizoarele dinamice moderne (v. § 5.4.3), în componenţa cărora există un filtru sincron bazat de obicei pe principiul heterodinei, permit o analiză în frecvenţă, completă, a semnalelor complexe produse de maşini rotative.

Un prim aparat care se adaugă sistemului de măsură este un *acordor*. Dacă se măsoară vibraţiile maşinii la funcţionare în regim de turaţie constantă, acordorul baleiază continuu frecvenţa semnalului de comandă (acordare) a analizorului dinamic, înregistrîndu-se spectrul de frecvenţe al semnalului generat de un captor plasat pe maşină. Analizorul dinamic lucrează ca un *filtru sclav* (aservit).

Dacă se măsoară vibraţiile maşinii la funcţionare cu turaţie variabilă (de la mers în gol, la turaţia maximă), acordorul transformă semnalele primite de la un tahometru (sau un traductor prin impulsuri, plasat pe maşină), într-un semnal de acordare a analizorului dinamic, care lucrează ca un adevărat *filtru urmăritor* (trasor). Un *multiplicator al frecvenţei de urmărire*, adăugat în sistemul de măsură, permite generarea unor semnale de acordare ale căror frecvenţe sînt multipli ai frecvenţei fundamentale corespunzătoare turaţiei maşinii (sau aprinderilor în cilindrii unui motor cu ardere internă). Astfel se poate înregistra, pe un inscriptor în coordonate rectangulare, variaţia cu turaţia maşinii a unei componente armonice, de un anumit ordin, a semnalului analizat. În figura 9.18 se arată rezultatul înregistrării variaţiei cu turaţia a componentei de ordinul doi a semnalului înregistrat pe o instalaţie cu dezaxare mare a arborilor [20]. Pe aceeaşi figură se arată şi un spectru de frecvenţe înregistrat la o anumită turaţie de regim a maşinii.

În timpul măsurărilor, turaţia unei maşini are variaţii inerente, astfel că frecvenţele predominante din spectrul semnalului produs de maşină nu sînt tot timpul în acelaşi raport faţă de frecvenţa fundamentală (corespunzătoare turaţiei), ceea ce îngreunează identificarea ordinului diferitelor armonice şi deci localizarea surselor de zgomote şi vibraţii.

Dacă în schema sistemului de măsură se adaugă un *oscilator de baleiaj* (fig. 9.19), se îmbunătăţeşte analiza spectrală cu baleiaj de frecvenţă. Acordorul înregistrează variaţiile de turaţie şi produce semnale de „corecţie" către oscilatorul de baleiaj, realizînd astfel compensarea acestor variaţii. Pe diagrama inscriptorului $X-Y$ este convenabilă înlocuirea axei absciselor divizată în frecvenţe, printr-o axă care exprimă „ordinul" diferitelor componente spectrale, adică raportul între frecvenţa lor şi frecvenţa fundamentală corespunzătoare turaţiei.

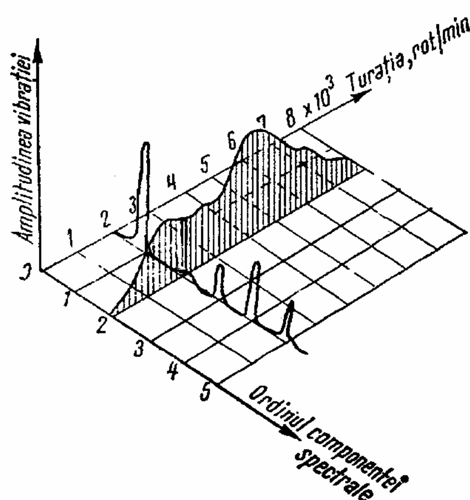


Fig. 9.18

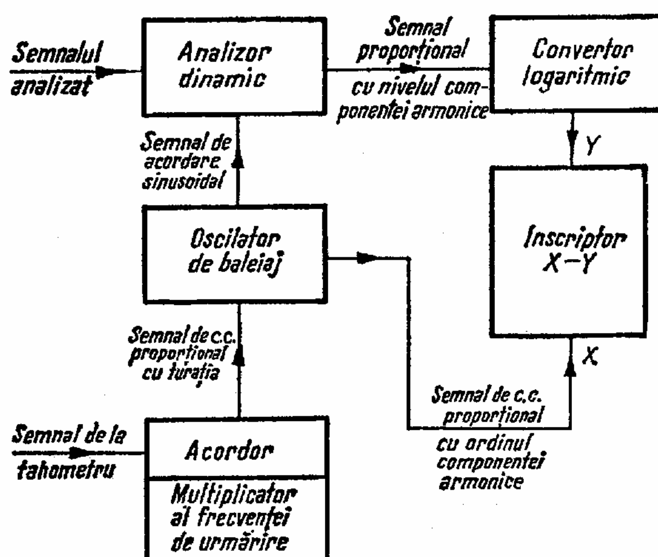


Fig. 9.19

În acest fel se elimină „lunecarea în frecvență" a componentelor spectrale ale semnalului odată cu variațiile inerente ale turației, distribuția maximelor în „semnătura" mașinii fiind independentă de turația la care a fost măsurată.

Impulsurile primite de la tahometru, a căror frecvență este proporțională cu turația și urmărește variațiile acesteia, pot fi folosite pentru a controla viteza de eșantionare a analizoarelor spectrale în timp real, realizînd astfel direct compensarea dorită. Aceasta este deosebit de importantă cînd se face o mediere a spectrelor, pe un interval oarecare de timp (pentru „netezirea" lor).

În afara măsurărilor descrise mai sus, adesea apare necesitatea măsurării momentelor de torsiune din arbori. O metodă larg utilizată se bazează pe folosirea traductorilor tensometrici rezistivi și a contactoarelor cu inele alunecătoare sau cu mercur. O altă metodă se bazează pe folosirea traductorilor prin impulsuri și măsurarea defazajului între două semnale sinusoidale, în fază cu impulsurile primite de la traductori fără contact, plasați în două secțiuni diferite ale unui arbore. Schema bloc a aparaturii folosite este arătată în figura 9.20.

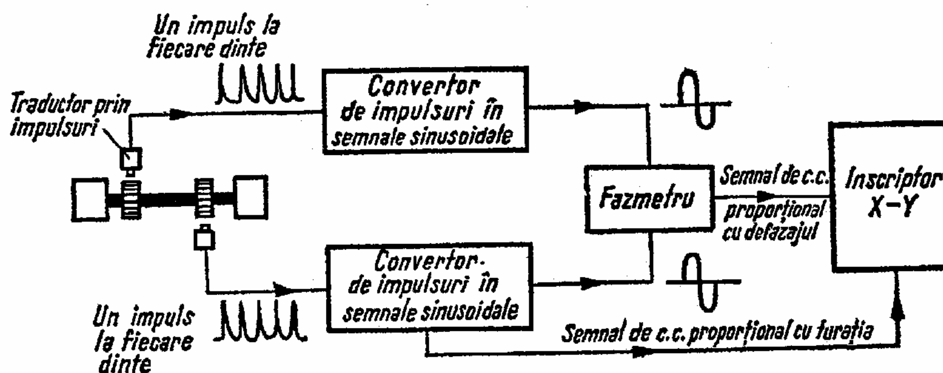


Fig. 9.20

În faza de dezvoltare a unui nou tip de maşină, informaţii deosebit de utile se obţin din încercarea anumitor părţi componente, de exemplu rotorul sau un disc cu palete, la vibraţii produse cu un excitator electrodinamic care realizează o solicitare armonică, cu posibilităţi de variaţie a frecvenţei pe un domeniu larg.

Un studiu sistematic al modurilor proprii de vibraţie ale unui disc cu palete se face prin *analiza liniilor nodale* (figurile Chladni), care se pun în evidenţă presărînd nisip fin pe suprafaţa orizontală a elementului în vibraţie (la rezonanţă nisipul se adună în lungul liniilor nodale), sau atunci cînd geometria rotorului face imposibilă folosirea nisipului — cu ajutorul *holografiei*.

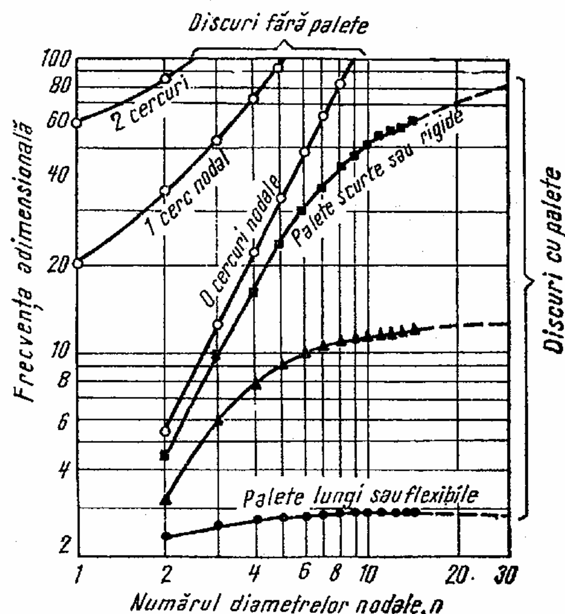


Fig. 9.21

O prezentare sistematică a frecvenţelor de rezonanţă se face pe o diagramă ca în figura 9.21, unde punctele care definesc rezonanţe sînt grupate în familii de moduri avînd acelaşi număr de cercuri nodale, într-un sistem de axe avînd în abscisă numărul de diametre nodale [28].

La determinarea experimentală a frecvenţelor proprii, se trasează întîi puncte corespunzătoare valorilor măsurate ale frecvenţelor de rezonanţă şi numărului respectiv de diametre nodale. Se unesc apoi prin linii continue punctele cu acelaşi număr de cercuri nodale. Dacă vreuna din frecvenţele de rezonanţă a fost omisă, ea poate fi acum determinată la intersecţia graficului respectiv cu verticala corespunzătoare unui anumit număr de diametre nodale.

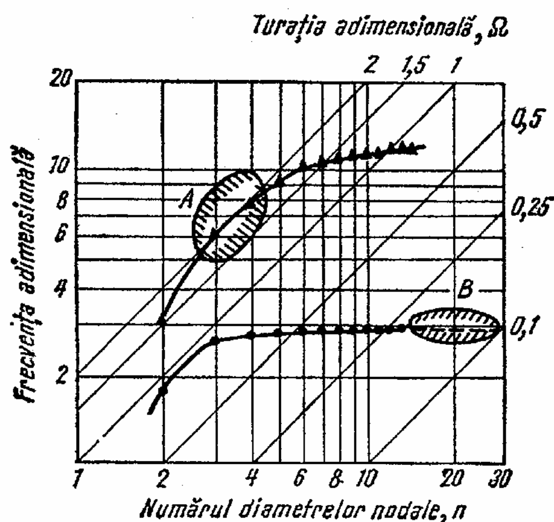


Fig. 9.22

După cum rezultă din figura 9.21, există posibilitatea ca moduri diferite de vibraţie să aibă aproximativ aceeaşi frecvenţă de rezonanţă, fiind deci excitate simultan.

În partea de jos a figurii se arată efectul paletelor asupra frecvenţelor de rezonanţă ale discului, doar pentru „familia" de moduri cu zero cercuri nodale.

Pe baza unei diagrame ca cea din figura 9.22, se poate aprecia apoi efectul unei distribuţii circumferenţiale neuniforme a presiunii axiale a gazului dintr-o turbină, asupra vibraţiilor discului cu palete. Dacă în dez-

voltarea în serie Fourier a presiunii statice, apare un termen predominant în cos $n\theta$ (unde θ este unghiul care definește poziția circumferențială), acesta va excita modurile de vibrație cu n diametre nodale ale discului care se rotește în cîmpul de presiune respectiv. Aceste moduri vor fi excitate la o pulsație $n\,\Omega$ (unde Ω este pulsația corespunzătoare turației). Turația la care un anumit mod este excitat la rezonanță, se deduce cu ajutorul liniilor înclinate din figura 9.22, care sînt linii de turație constantă.

Se vede că la un disc relativ flexibil (zona *A*), două moduri proprii diferite pot fi excitate la aproximativ aceeași turație, deși frecvențele proprii corespunzătoare sînt diferite. Din contră, la un disc relativ rigid (sau în cazul unor palete flexibile), mai multe moduri de vibrație au aproximativ aceeași frecvență proprie, dar fiecare va fi excitat la o altă turație (zona *B*).

9.3. Măsurări pentru controlul și recepția produselor

9.3.1. Mașini unelte

Calitatea „statică" a unei mașini unelte se stabilește pe baza încercărilor de recepție propuse de Schlesinger [29]. Calitatea „dinamică" a unei mașini unelte, adică „rezistența" acesteia la vibrații ce apar ca rezultat al procesului de așchiere, este în general mai greu de evaluat, neexistînd pînă în prezent criterii de recepție dinamică unanim acceptate.

În 1962, Tobias [30] a propus o metodă pentru aprecierea stabilității unei mașini unelte în cazul vibrațiilor autoexcitate produse de efectul regenerativ al așchiei. El a introdus noțiunea de „coeficient de merit" *CoM*, mărime proporțională cu grosimea maximă stabilă a așchiei h_{mo}, care pentru operația de frezare este dat de relația

$$CoM = \chi\, z_c h_{mo},$$

unde z_c este numărul muchiilor tăietoare în așchie, iar χ este un factor care depinde de condițiile de așchiere.

Se poate stabili relația

$$h_{mo} = \frac{1}{2\,\chi X_0 z_c},$$

unde X_0 este valoarea componentei reale negative maxime a răspunsului armonic al mașinii unelte, trasat sub forma unei diagrame polare (fig. 9.23).

În 1971, Sadek și Tobias [31] au revizuit metoda de determinare a coeficientului de merit, propunînd măsurarea lui X_0 pe diagrama polară a receptanței operative α_{xP}, definită ca raport între deplasarea pe direcția x (normala la suprafața prelucrată) și forța de așchiere totală P, calculată ca rezultanta componentelor ce acționează pe fiecare dinte în așchie, trecînd prin centrul arcului ce definește suprafața de contact între sculă și piesă (fig. 9.24). Lungimea arcului de contact, deci poziția punctului central și direcția x, variază cu adîncimea de așchiere d. Direcția forței P variază cu d, cu geometria sculei, materialul piesei prelucrate etc. Astfel, direcțiile P și x pot varia între limite largi.

Diagrama polară a răspunsului operativ se poate determina analitic, pe baza a trei diagrame polare trasate experimental. Acestea se pot

măsura cu ajutorul montajului din figura 9.25, unde V_1 şi V_2 sînt vibratoare electrodinamice, iar C_1 şi C_2 sînt captori de vibraţii.

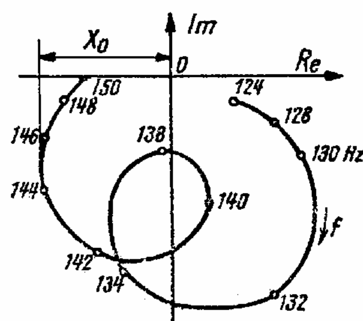


Fig. 9.23

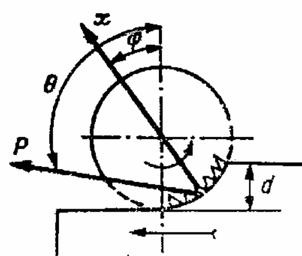


Fig. 9.24

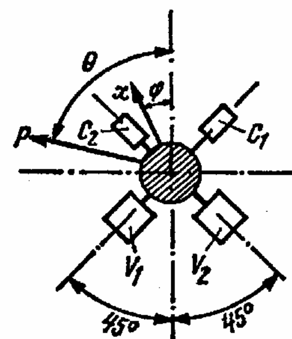


Fig. 9.25

Folosind vibratorul V_1 şi captorul C_1, se trasează diagrama polară a receptanţei complexe $\alpha_{11} = \frac{x_1}{F_1}$ (fig. 9.26 *a*), definită ca raport între deplasarea x_1, măsurată pe direcţia captorului C_1 şi forţa F_1, produsă de vibratorul V_1. Folosind vibratorul V_2 şi captorul C_2, se trasează diagrama receptanţei $\alpha_{22} = \frac{x_2}{F_2}$ (fig. 9.26 *b*), apoi cu vibratorul V_1 şi captorul C_2 se trasează diagrama $\alpha_{12} = \frac{x_1}{F_2}$ (fig. 9.26 *c*). Receptanţa operativă se calculează cu relaţia [31]

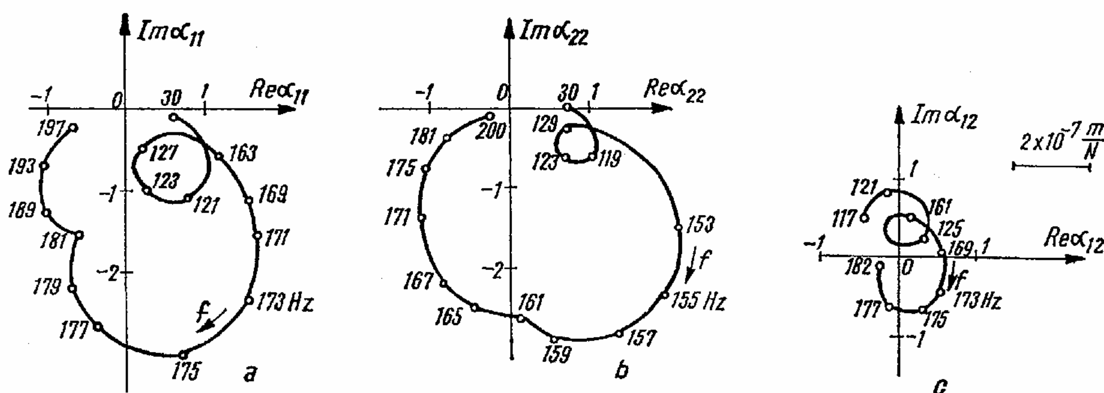


Fig. 9.26

$$2\,\alpha_{xP} = (\alpha_{11} + \alpha_{22})\cos(\theta - \varphi) + 2\,\alpha_{12} - (\alpha_{11} - \alpha_{22})\sin(\theta + \varphi).$$

În acest mod se pot considera diferite valori ale unghiurilor θ şi φ, corespunzătoare la diferite condiţii de aşchiere, rezultînd diagrame ca cea din figura 9.27, cu ajutorul căreia se calculează X_0 şi apoi „coeficientul de merit" al maşinii.

$$CoM = \frac{1}{2\,X_0}.$$

Măsurări efectuate pe o maşină de frezat [32] au dat o valoare $CoM = 2{,}1 \times 10^6$ N/m.

Comparînd valorile *CoM* determinate pentru mai multe maşini similare, beneficiarul va alege maşina cu valoarea minimă a acestui coeficient, fiind cea mai bună din punctul de vedere al stabilităţii dinamice în timpul aşchierii.

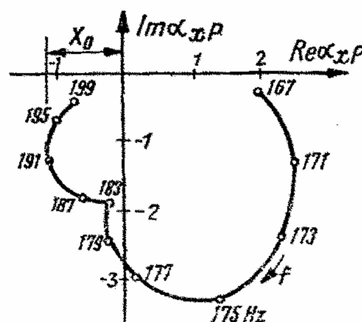


Fig. 9.27

Aceleaşi măsuri pot fi făcute şi de către producător. Studiind factorii de care depinde *CoM*, se pot stabili patru categorii de măsuri pentru îmbunătăţirea performanţelor unei maşini unelte :

a — reorientarea axelor principale de vibraţie în raport cu direcţia forţei de aşchiere θ, respectiv a normalei la suprafaţa prelucrată φ (schimbarea poziţiei sculei) ;

b — mărirea rigidităţii statice echivalente a modului de vibraţie care poate deveni instabil în condiţii de vibraţii autoexcitate ;

c — mărirea amortizării echivalente a acestui mod de vibraţie ;

d — folosirea unor absorbitori dinamici de vibraţii, de tip pasiv sau activ.

Toate aceste măsuri duc la micşorarea lui X_0, deci la creşterea lui h_{mo}.

În lucrarea [32] se arată că creşterea lui X_0 se poate datori existenţei unor moduri de vibraţie cu frecvenţe proprii apropiate sau cuplajelor intermodale datorite amortizării. Prin măsurări, se pot determina poziţiile săniilor şi meselor pentru care se realizează structuri fără frecvenţe proprii apropiate sau se deplasează buclele instabile ale diagramei polare în sensul pozitiv al axei reale.

De asemenea, existenţa unui defazaj în sistemul de măsură, între canalul de măsurare a forţei şi cel de măsurare a amplitudinii vibraţiei, poate duce la o creştere aparentă a lui X_0, datorită rotirii diagramei polare. Acelaşi tip de măsurări eronate se obţin prin folosirea unui fazmetru pentru măsurarea defazajului între semnale care nu au fost în prealabil filtrate, datorită principiului de lucru al fazmetrelor, care măsoară timpul dintre momentele trecerii prin zero a semnalelor.

9.3.2. Sisteme de conducte pentru transportul sub presiune al gazelor

În exploatarea staţiilor de pompare a gazelor sub presiune se constată deseori o serie de deficienţe legate de vibraţiile conductelor şi reazemelor acestora, care devin cu atît mai dăunătoare cu cît se utilizează agregate de putere mai mare, capabile să vehiculeze debite importante, la presiuni ridicate.

Cum forţele de excitaţie care întreţin vibraţiile forţate ale instalaţiei provin din procesul de funcţionare al acesteia şi deci nu pot fi înlăturate, trebuie acordată o atenţie specială, încă din fazele de proiectare şi de asimilare, problemelor legate de vibraţiile elementelor elastice componente.

În cele ce urmează se expune pe scurt modul de tratare al unei astfel de probleme, în faza de recepţie a unei staţii de comprimare a gazului metan [33].

Pentru un regim normal de funcționare al stației de compresoare (fig. 9.28), s-au măsurat amplitudinea deplasărilor și frecvența oscilațiilor. Rezultatele sînt reproduse în tabela 9.2, unde direcțiile de măsurare s-au

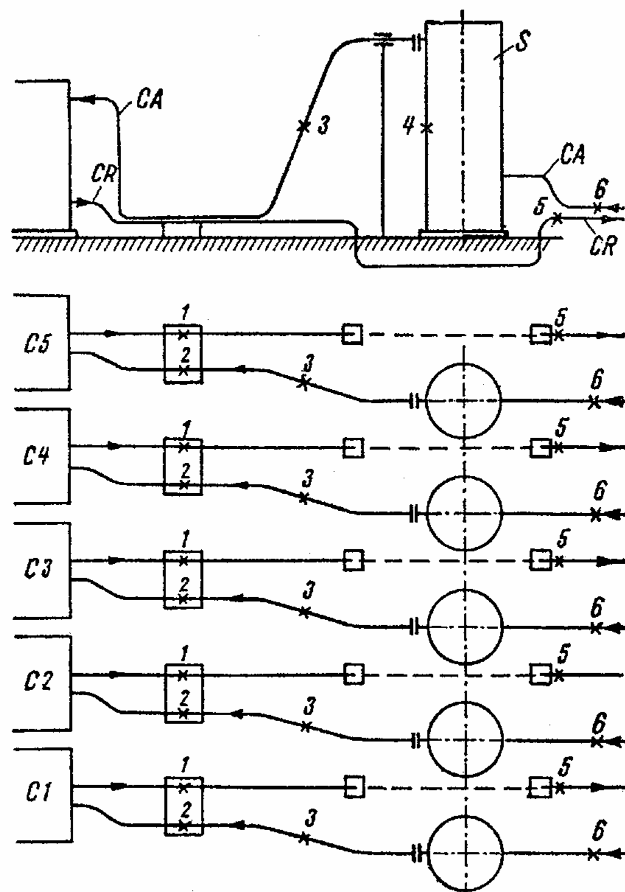


Fig. 9.28

notat după cum urmează : *V* — direcția verticală ; *HL* — direcția după axa conductelor, în plan orizontal ; *HT* — direcția orientată perpendicular pe axa conductelor, în planul orizontal.

În vederea stabilirii sursei de excitație a vibrațiilor, au fost efectuate înregistrări de deplasări și presiune în regim dinamic, în diverse puncte de pe conducte, studiindu-se influența pe care o au, asupra nivelului vibrațiilor, o serie de factori cum sînt : *a*) parametrii de funcționare ai unui compresor (turație, presiune de aspirație și de refulare) ; *b*) regimul de lucru al stației de comprimare (numărul compresoarelor aflate în funcțiune simultan, turațiile diferitelor agregate) ; *c*) configurația conductelor de aspirație și refulare (traseu, mod de rezemare).

Oscilogramele înregistrate au arătat existența unor vibrații cu caracter periodic, obținute prin suprapunerea unor vibrații armonice, avînd frecvențe egale cu multipli întregi ai turațiilor agregatelor.

Pentru a analiza separat efectul celor două componente ale forțelor de excitație (forțe de inerție neechilibrate și forțe perturbatoare gazodinamice), s-au măsurat oscilațiile la mers în gol și în sarcină, obținîndu-se, în cazul al doilea, creșteri considerabile ale amplitudinii deplasărilor.

În punctul *4* (figura 9.28) de pe separatorul *S* plasat pe conducta de aspirație, amplitudinea deplasării înregistrată a crescut de la 8 μm pentru mersul în gol, la 135 μm în cazul mersului în sarcină al compresorului.

TABELA 9.2

Rezultatele măsurărilor de vibrații într-o stație de compresoare

Agregatul	C1		C2		C3		C4		C5	
Punct de măsură și direcție (fig. 9.28)	Amplitudinea deplasărilor, *) μm	Frecvența, Hz	Amplitudinea deplasărilor, *) μm	Frecvența, Hz	Amplitudinea deplasărilor, *) μm	Frecvența, Hz	Amplitudinea deplasărilor, *) μm	Frecvența, Hz	Amplitudinea deplasărilor, *) μm	Frecvența, Hz
1 HL	50	46	65	46	150	46	80	46	90	46
2 V	170	46	150	46	85	46	*255*	45,5	95	45
2 HT	50	13,5	140	14	40	7(42)	*155*	43,5	80	45
3 HL	145	13,5	160	13,5	175	13,5	*240*	41,5	150	14
4 HL	60'	13,5	*100*	13,5	85	13,5	95	13,5	100	13,5
4 HT	30	8(50)	32,5		20	8(50)	25	7	35	7
5 HL	100	68	90	13,5	115	13,5	*110*	13,5	50	13,5
6 V	85	13,5	95	13,5	85	13,5	85	13,5	*170*	13,5
6 HL	23	13,5	75	13,5	*110*	13,5	45	13,5	85	13,5

*)Corespunzător fiecărui punct de măsură, au fost subliniate valorile maxime înregistrate.

S-a apreciat, deci, că ponderea principală o au forțele de excitație gazodinamice.

Pentru determinarea frecvențelor proprii ale sistemului elastic studiat, s-a utilizat metoda rezonanței de amplitudine.

S-a constatat, astfel, că frecvența proprie a sistemului elastic format din conducte și separator se situa în domeniul frecvențelor de lucru ale compresorului. În aceste condiții s-a stabilit cauza vibrațiilor : rezonanța forțelor de excitație gazodinamice, datorate funcționării compresorului, cu vibrațiile proprii ale separatorului, care antrenează conductele legate de el într-un regim de vibrații cu amplitudini mari.

Soluția adoptată în vederea reducerii nivelului de vibrații a constat în modificarea traseului conductelor, conform figurii 9.29. Prin aceasta, nivelul amplitudinilor maxime măsurate a fost redus considerabil.

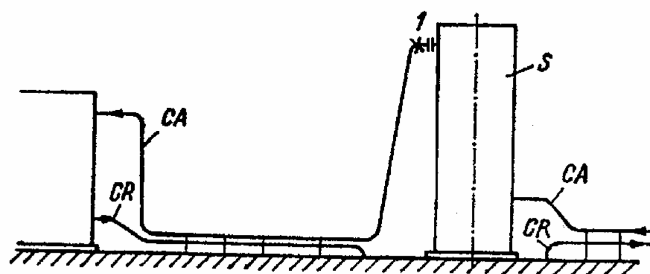


Fig. 9.29

9.3.3. Mașini electrice

Un exemplu interesant de măsurări pentru controlul producției unor motoare electrice de curent continuu (din compunerea unor instalații de climatizare și de încălzire ale unor automobile) este descris de Curry și Anderson [34].

Pornind de la necesitatea efectuării unor măsurări „on-line", cu o cadență deosebit de mare (impusă de viteza de ieșire de pe bandă) — sub patru secunde pentru fiecare motor, s-a recurs la analiza spectrală în timp real, folosind analizorul Ubiquitous UA—6A (produs de firma Nicolet Instruments Ltd.) conectat la un calculator, programat pentru a da decizia „acceptat" sau „respins", cu viteza cerută.

Programul de decizie se bazează pe compararea nivelului amplitudinii primelor douăsprezece componente spectrale ale semnalului dat de motor, cu un nivel de referință considerat „acceptabil". Captarea vibrațiilor s-a

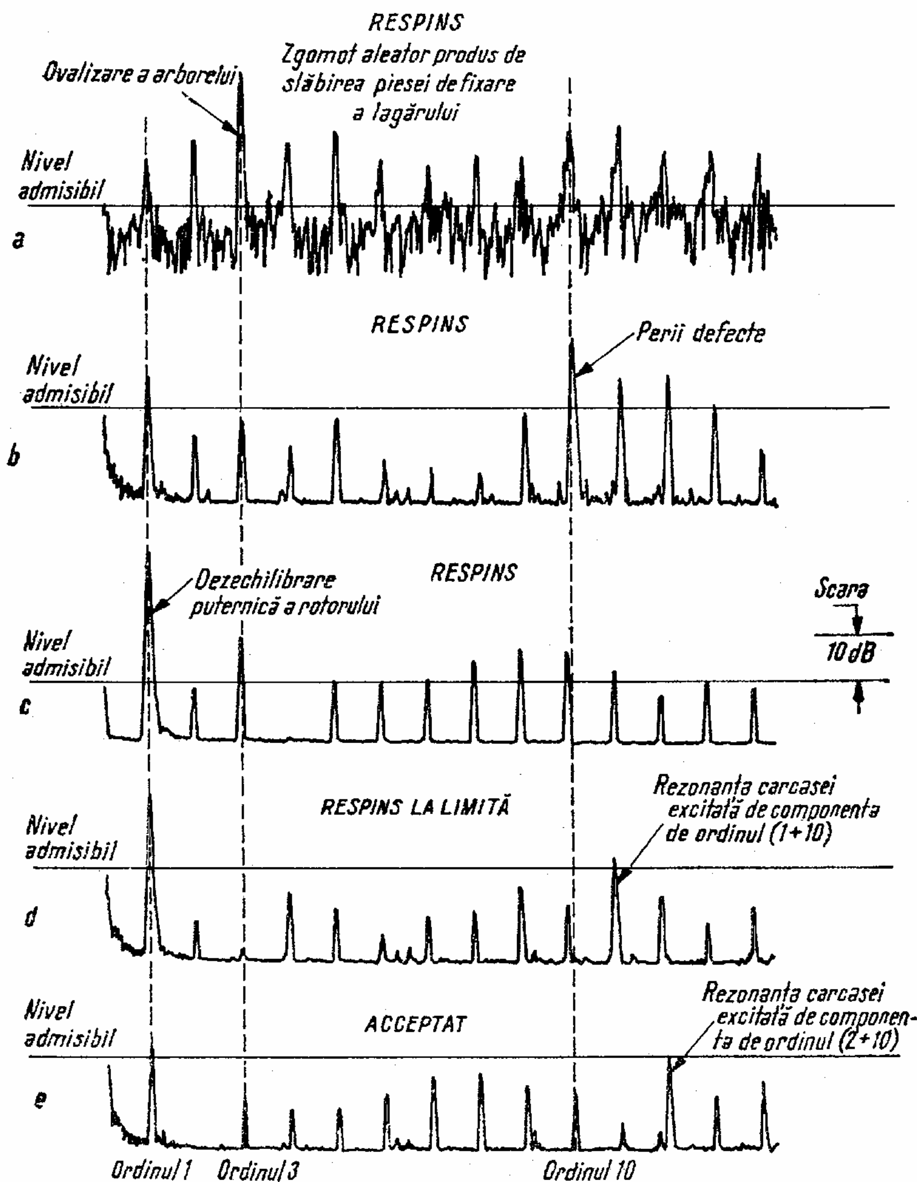


Fig. 9.30

făcut cu un accelerometru piezoelectric ataşat magnetic de carcasa motoarelor, într-un punct în care pe tot domeniul de frecvenţe acoperit de măsurări (pînă la 1000 Hz) nu s-au înregistrat rezonanţe structurale.

În figura 9.30 se arată cîteva spectre de frecvenţe tipice, înregistrate în timpul măsurărilor. Figura 9.30 *a* indică o creştere a nivelului general al vibraţiilor (zgomot de bandă largă) datorită slăbirii pieselor de fixare a lagărelor şi a frecărilor excesive. Figura 9.30 *b* indică o perie defectă, care a produs impulsuri la contactul cu 10 bare ale comutatorului, pe o rotaţie completă. Figura 9.30 *c* indică o dezechilibrare puternică a rotorului, deci nivel excesiv al primei armonice. Figura 9.30 *d* indică acelaşi defect, plus o rezonanţă a carcasei produsă de armonica a 11 a. Figura 9.30 *e* indică un motor acceptabil.

9.3.4. Linii de metrou

În vederea asigurării confortului călătorilor în timpul transportului şi al locuitorilor zonei limitrofe metroului, precum şi a siguranţei clădirilor riverane, se recomandă efectuarea de măsurări de vibraţii atît în timpul construcţiei, cît şi în faza de recepţie a liniei şi vagoanelor de metrou.

Se recomandă efectuarea de măsurări de vibraţii excitate artificial, după betonarea galeriei tunelului: *a*) înainte de umplerea incintei de construcţie cu pămînt şi înainte de montarea patului de egalizare; *b*) după umplerea incintei de construcţie cu pămînt, înainte de montarea patului de egalizare; *c*) după montarea patului de egalizare şi a şinelor pe traverse.

Din interpretarea rezultatelor măsurărilor obţinute în diferite faze de construcţie, se pot trage concluzii referitoare la elementele care ar putea duce la înrăutăţirea regimului de vibraţii. Aceasta permite să se prevadă măsuri de izolare împotriva vibraţiilor încă din timpul construcţiei.

Domeniul de frecvenţe de excitaţie al maşinii vibratoare trebuie să corespundă intervalului în care se află, în general, frecvenţele proprii ale tunelului, adică 5 ... 150 Hz.

După terminarea construcţiei, în faza de probe, se recomandă efectuarea de măsurări de vibraţii produse de trafic în următoarele locuri: *a*) pe şină, între două secţiuni de fixare; *b*) în locaşul traversei, pe placa de beton; *c*) pe pereţii, podeaua şi tavanul tunelului; *d*) pe pereţii şi tavanul unor încăperi de la subsolul clădirilor învecinate.

În lucrarea [35] se recomandă analiza în frecvenţă a semnalelor înregistrate, indicîndu-se aparatura folosită şi modul de prelucrare a rezultatelor.

La recepţia liniilor de metrou, o mare atenţie se acordă măsurării zgomotelor.

9.4. Măsurări în timpul funcţionării utilajelor

9.4.1. Aprecierea gradului de nocivitate al vibraţiilor

9.4.1.1. *Ciocane de forjă.* La măsurările asupra ciocanelor de forjă, se cercetează în special *frecvenţele proprii* şi *amplitudinile deplasărilor.*

În ce priveşte frecvenţa proprie a ciocanului plus fundaţia sa, aşezat pe arcuri sau pe un strat elastic de plută, aceasta este determinată aplicînd un şoc — de exemplu lăsînd să cadă din macara o greutate pe fundaţie — şi înregistrînd vibrograma mişcării libere amortizate.

În timpul funcționării, se poate înregistra o vibrogramă, de felul celei din figura 9.31 : amplitudinea maximă a blocului de fundație va fi comparată cu valorile admisibile arătate în capitolul 3. În mod asemănător se pot măsura și deplasările șabotei.

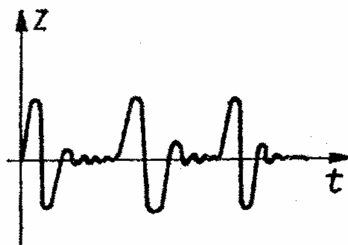


Fig. 9.31

9.4.1.2. *Fundații de mașini.* La fundații de mașini, în general, se pot măsura : vibrații libere excitate printr-un șoc, vibrații forțate la diferite regimuri de funcționare. Dacă există posibilitatea de variație a frecvenței excitației (mașină de turație variabilă, excitație prin vibrator) se poate ridica și curba de răspuns în-frecvență.

Ca valori admisibile ale vibrațiilor — deplasări, viteze, accelerații, amplitudini sau mărimi eficace — se vor lua cele din tabelele 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 și figurile 3.7, 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14.

Pentru deplasările orizontale și verticale, măsurate pe lagăre, se vor folosi și datele din tabela 9.3. Dacă se fac măsurări pe lagăre în diferite direcții, se poate construi un grafic ca în figura 9.32.

TABELA 9.3

Amplitudini admisibile pentru vibrațiile lagărelor turbogeneratoarelor

Direcția vibrațiilor	Locul de măsurare	Aprecieri asupra comportării mașinii	Amplitudinile deplasărilor, μm, la turațiile, rot/min				
			3000	2500	2000	1500	≤1000
Verticale	Lagăre extreme	Funcționează bine	20	30	40	60	80
		Nu sînt necesare reparații	30	50	60	90	110
		Reparațiile sînt de dorit	40	80	90	130	150
	Lagăre centrale	Funcționează bine	10	20	30	40	50
		Nu sînt necesare reparații	20	30	50	60	80
		Reparațiile sînt de dorit	30	40	80	90	130
Orizontale	Lagăre extreme	Funcționează bine	50	70	80	90	120
		Nu sînt necesare reparații	80	100	110	120	150
		Reparațiile sînt de dorit	130	140	150	170	200
	Lagăre centrale	Funcționează bine	30	40	50	70	90
		Nu sînt necesare reparații	50	60	80	100	120
		Reparațiile sînt de dorit	80	90	130	140	170

Pentru fundații care, datorită simetriei, au numai trei grade de libertate, se poate determina răspunsul în frecvență, folosind un vibrator destul de puternic și un vibrograf. Astfel, în figura 9.33 se arată curba de răspuns obținută experimental pe o fundație excitată vertical, iar în figura 9.34 pentru excitații orizontale. În cazul ultim apar două rezonanțe, corespunzînd celor două grade de libertate cuplate : translație orizontală și rotație în jurul unei axe orizontale.

În mod asemănător, la o fundație de turbogenerator, considerînd două grade de libertate, datorite primei armonice a cadrelor elastice și

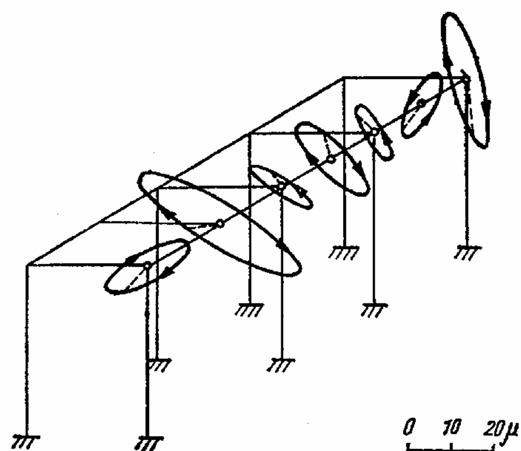


Fig. 9.32

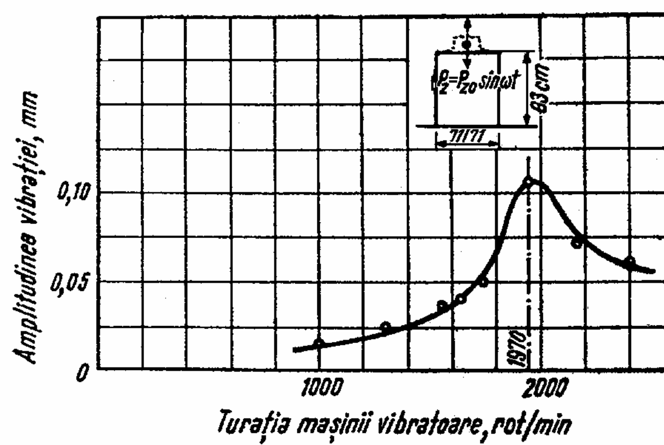


Fig. 9.33

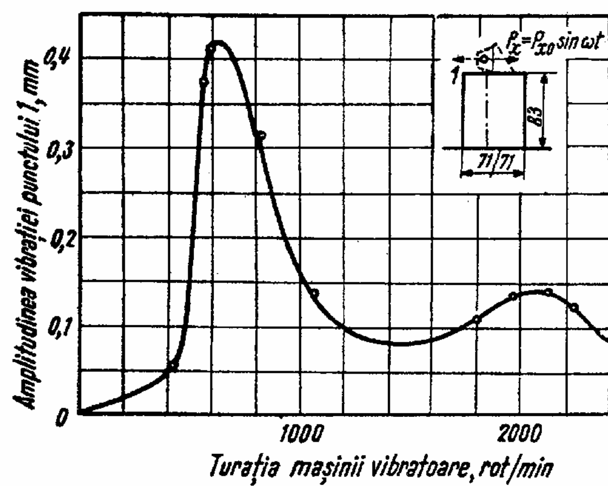


Fig. 9.34

radierului rigid, se obține diagrama răspunsului în frecvență din figura 9.35. Notațiile de pe desen reprezintă : A_{z1} — deplasările verticale ale mijlocului cadrului, A_{z2} — deplasările verticale ale radierului. Ordonatele sînt

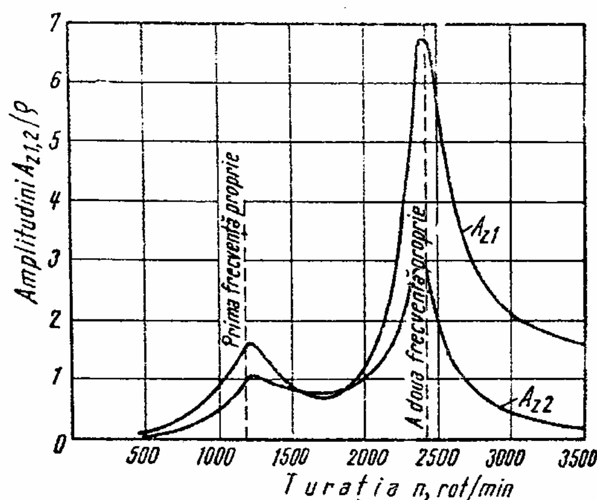


Fig. 9.35

adimensionale, ρ fiind caracteristica vibratorului

$$\rho = r\, m_0/m_1$$

unde m_0 este masa excentrică în rotație, r — raza de rotire a masei m_0, iar m_1 — masa superioară a fundației, care are amplitudinea A_{z1}.

9.4.2. Supravegherea mașinilor cu funcționare continuă

Nivelul vibrațiilor produse de o mașină în timpul funcționării constituie un indiciu asupra stării mașinii.

O apreciere sumară (dar subiectivă) a bunei funcționări a unei mașini se poate face ascultînd zgomotele produse de aceasta, care pentru o ureche antrenată pot dezvălui unele defecțiuni.

O apreciere obiectivă se face măsurînd vibrațiile în punctele semnificative ale mașinii, de exemplu, pe carcasa lagărelor. De asemenea, se poate măsura nivelul zgomotului produs de mașină, însă deoarece apare un proces suplimentar de transmitere a undelor prin mediul ambiant, deci cu o posibilă reducere a calității semnalului purtător de informație, se preferă măsurarea vibrațiilor.

După cum s-a menționat și în capitolul 4, experiența practică a arătat că, pentru mai multe tipuri de mașini rotative, cel mai adecvat indicator al severității vibrațiilor este *viteza eficace* (proporțională cu energia vibrației). Din acest motiv, majoritatea standardelor recomandă măsurarea acestei cantități, de obicei pe carcasa sau suportul lagărelor, adică pe elementul cel mai apropiat de piesele în mișcare, care produc de fapt vibrațiile.

Alegerea locului de măsurare și a aparaturii adecvate depinde însă de tipul de defecțiune față de care trebuie protejată mașina.

Astfel, la un compresor de oxigen, unde preocuparea principală este siguranța în exploatare, aparatura de supraveghere trebuie să detecteze orice modificare a jocului între fusul arborelui și lagăr, pentru a se preveni deteriorarea elementelor de etanșare. Se utilizează captori fără contact

(inductivi sau capacitivi), care măsoară vibraţia relativă între arbore şi lagăr, iar nivelul admisibil limită se stabileşte în funcţie de impedanţa mecanică a lagărului.

La reductoarele cu roţi dinţate cilindrice, utilizate în multe mecanisme de antrenare, măsurarea deplasării relative a arborilor faţă de carcasă aduce puţine informaţii, datorită bătăii radiale reduse admise la o angrenare corectă, precum şi datorită frecvenţelor relativ ridicate ale componentelor armonice produse de angrenarea propriu-zisă. Se recomandă deci măsurarea vibraţiilor carcasei lagărelor, de preferinţă cu accelerometre piezo-electrice (se face apoi o integrare pentru a obţine viteza), datorită robusteţii, gabaritului redus şi a domeniului larg al frecvenţelor de lucru.

La maşini rotative cu arbore de tip rigid, la care jocurile sînt în general mari, defecţiunea cea mai frecventă o constituie suprasolicitarea lagărelor, datorită dezechilibrului arborelui. Ambele metode expuse — măsurarea vibraţiei relative a fusului faţă de lagăr sau măsurarea vibraţiei absolute a carcasei lagărului — pot fi folosite în egală măsură.

La maşini rotative cu arbore de tip flexibil, în afara măsurărilor pe lagăre, se impune uneori măsurarea eforturilor unitare din arbore, folosind traductori tensometrici rezistivi şi contactoare rotative.

În supravegherea maşinilor ce fac parte din instalaţii tehnologice cu funcţionare continuă, măsurarea vibraţiilor se poate face permanent — cu instalaţii electronice cuplate la un sistem de alarmă şi/sau periodic — cu accelerometre şi amplificatoare de măsură portative, notînd nivelul vibraţiilor măsurate.

O analiză în frecvenţă a semnalelor este utilă pentru identificarea surselor de vibraţii. În acest caz analiza „semnăturii" maşinii oferă informaţiile cele mai utile.

Fie că se măsoară doar nivelul global al vibraţiei, fie o semnătură completă a maşinii, primele determinări — măsurarea „nivelului sau semnăturii de bază" — se fac la darea în exploatare a maşinii, urmînd ca determinările ulterioare să fie comparate cu acestea [36].

Valorile măsurate se compară cu limitele admisibile recomandate de standardele inspirate după normele VDI-2056 (DIN 45665, ISO 2372, BS 4675) descrise pe larg în capitolul 3. Deoarece în multe situaţii aceste norme s-au dovedit necorespunzătoare [37], majoritatea firmelor interesate în supravegherea nivelului vibraţiilor la maşini de lucru cu funcţionare continuă şi-au elaborat propriile norme privind limitele admisibile ale vibraţiilor, adaptate la propriile maşini.

În acest sens se poate arăta că majoritatea nepotrivirilor dintre recomandările citate şi măsurări au apărut la maşini cu lagăre masive şi rigide, la care, datorită impedanţei mecanice ridicate, forţe relativ mari, produse de defecţiuni serioase ale rotoarelor, au dat naştere la vibraţii relativ reduse ale carcasei lagărelor. La astfel de maşini se recurge la măsurarea răspunsului în frecvenţă al lagărelor, folosind excitaţie tranzitorie produsă din exterior (şoc produs prin lovire cu o greutate-pendul) în timpul funcţionării normale. Apoi, pe baza acestei informaţii se poate face o corelare a nivelului vibraţiei produse de dezechilibrările rotorului şi forţa care le produce, stabilind nivelul limită admisibil în funcţie de dezechilibrul admisibil.

Mai trebuie spus că folosirea filtrelor este recomandată în toate cazurile. Experienţa a arătat că dacă se măsoară nivelul unei vibraţii compuse în principal din trei componente spectrale, de amplitudini sensibil

egale, se obţine o valoare mai mică, deci maşina este aparent mai bună, decît dacă s-ar măsura doar componenta fundamentală, celelalte fiind filtrate.

În trecut, pentru evitarea unor defecţiuni grave, care ar fi făcut maşina inutilizabilă, s-a practicat aşa-numita „întreţinere planificată", opririle pentru verificări făcîndu-se la intervale regulate, programate anterior, indiferent de starea maşinii.

Această concepţie a fost revizuită în ultimul timp, datorită pierderilor mari produse de oprirea inoportună a unor maşini „cheie" din compunerea instalaţiilor cu funcţionare continuă. S-a trecut la „întreţinerea bazată pe starea maşinii", în cadrul căreia decizia de oprire pentru reparaţii se ia pe baza analizei variaţiei în timp a factorilor definitorii pentru integritatea şi buna funcţionare a maşinii.

În figura 9.36 se arată variaţia în timp a nivelului vibraţiilor măsurate pe carcasa lagărului unei maşini rotative. Se remarcă o descreştere a amplitudinii vibraţiilor în perioada de rodaj, apoi o zonă de nivel relativ constant, de durată mare.

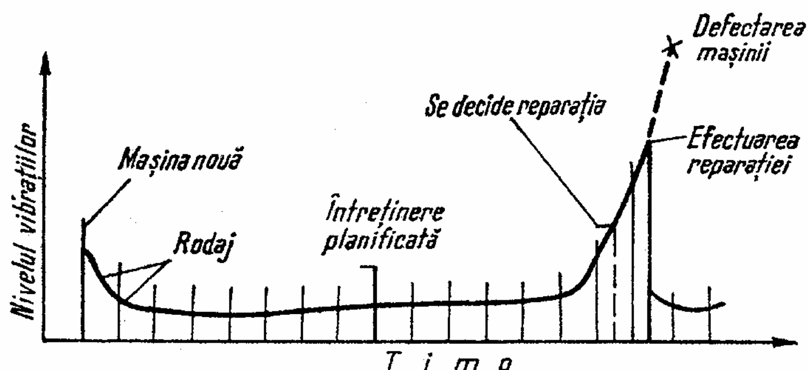


Fig. 9.36

Oprirea maşinii în acest interval de timp, pentru o reparaţie *planificată*, se dovedeşte inoportună, ea avînd loc mult timp înaintea creşterii nivelului vibraţiilor — detectată printr-o supraveghere periodică continuă — care face reparaţia iminentă. La întreţinerea *bazată pe starea maşinii* reparaţia este făcută puţin înainte ca nivelul vibraţiilor să producă o oprire forţată a maşinii, datorită unei defecţiuni majore.

Echiparea unei instalaţii cu sisteme de alarmă pentru supravegherea continuă se face după un calcul prealabil privind rentabilitatea şi complexitatea aparaturii necesare.

În figura 9.37 se arată schema bloc a celui mai simplu *monitor de vibraţii*, folosit atunci cînd se prescrie un singur nivel limită pentru viteza eficace, pe un domeniu limitat de frecvenţe. În lucrarea [38] se prezintă

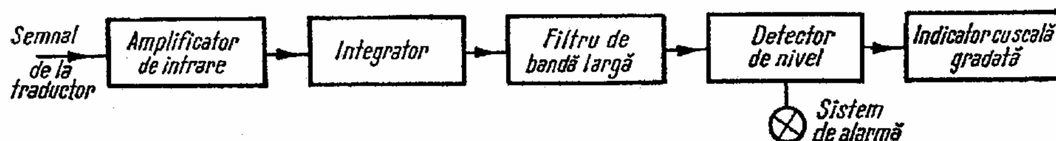


Fig. 9.37

sisteme mai complicate, care efectuează şi analiză în frecvenţă, avînd cîte un sistem de alarmă pentru fiecare bandă de frecvenţe. Sistemele cele mai moderne sînt prevăzute cu analizoare de frecvenţă în timp real, care

acționează sisteme de alarmă chiar în cazul creșterii de scurtă durată a nivelului vibrațiilor peste limitele admisibile, care au loc la apariția unor fenomene de instabilitate a curgerii fluidului în compresoare rotative sau la vibrațiile subarmonice datorite filmului de ulei în lagăre.

9.5. Măsurări de vibrații produse de derocări prin explozii

Derocările prin explozii au o largă utilizare pe șantierele de construcții, în cariere și în exploatările miniere de suprafață. Această tehnologie trebuie astfel aplicată încît să nu dăuneze persoanelor, clădirilor și instalațiilor învecinate.

Mișcările seismice pot fi caracterizate prin: frecvența, deplasarea, viteza și accelerația oscilației imprimată particulelor solului, precum și prin energia de oscilație, în diverse puncte pe parcursul propagării undei provocate de explozie.

Lucrarea [39] prezintă o sinteză a bibliografiei existente, atît în privința alegerii criteriului de apreciere a intensității trepidațiilor, cît și a valorii maxime admisibile a mărimii stabilite pentru caracterizarea seismului.

În general, se recomandă ca semnalul tranzitoriu produs de explozii să fie înregistrat, urmînd apoi o analiză în frecvență.

Diagrama din figura 9.38 [40] reprezintă atenuarea [dB] oscilațiilor de diferite frecvențe, în funcție de distanța la locul exploziei.

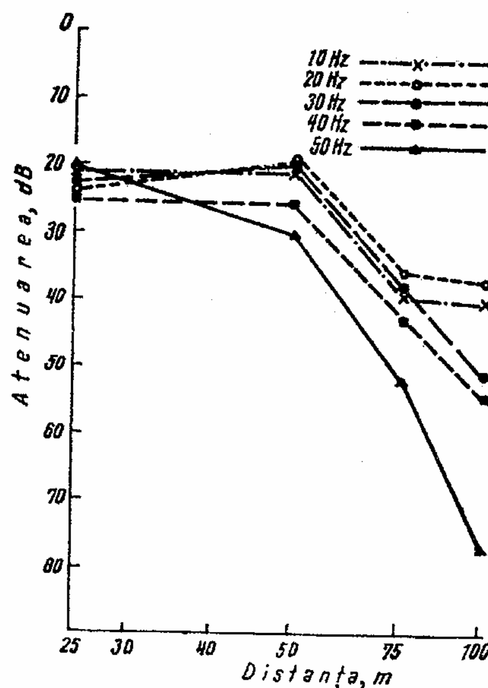


Fig. 9.38

Se constată că pe traseul de propagare a undei seismice, la distanțe mai mari de 100 m față de locul exploziei, atenuarea cea mai redusă o au oscilațiile avînd frecvența de 10...20 Hz.

Pornind de la această constatare, rezultă că pentru distanţe mai mari de 100 m între epicentrul exploziei şi locul de măsurare, se poate folosi un lanţ de aparate de măsură format din captor seismic, amplificator şi inscriptor.

Procedînd în acest fel, pe diverse şantiere de construcţii s-au obţinut rezultatele prezentate în tabela 9.4.

TABELA 9.4

Rezultatele măsurărilor de vibraţii produse ca efect al exploziilor

Cantitatea de exploziv, kg	Distanţa de la locul exploziei la punctul de măsurare, m	Caracteristicile mişcării vibratorii produse ca efect al exploziei					
		Deplasarea, mm		Viteza, cm s^{-1}		Acceleraţia, ms^{-2}	
		Pe direcţie verticală	Pe direcţie orizontală	Pe direcţie verticală	Pe direcţie orizontală	Pe direcţie verticală	Pe direcţie orizontală
150	150	0,200	—*	1,600	3,120	0,835	1,650
175	162	0,187	—	1,000	3,220	1,710	1,140
118	190	0,075	—	0,300	1,040	0,381	0,505
136	46	—	0,192	—	—	0,450	—
137	56	0,029	0,047	—	—	1,250	—
123	43	0,044	0,232	—	—	0,830	1,380

*) Pentru situaţiile în care nu s-au înscris valori în tabelă, nu s-au efectuat măsurări.

Măsurarea efectelor seismice ale exploziilor se face în principal în vederea stabilirii gradului de pericol pe care acestea le prezintă pentru un obiectiv dat.

Folosind experienţe preliminare pentru măsurarea mărimilor caracteristice trepidaţiilor, se determină, cu ajutorul unor relaţii de extrapolare [41], cantităţile de exploziv admise sau distanţa la care undele seismice produc un seism de intensitate acceptată.

9.6. Măsurarea caracteristicilor dinamice ale materialelor

Pentru a determina caracteristicile dinamice ale unui material folosit la izolarea antivibratorie, acesta este introdus ca element deformabil într-un sistem ce poate fi modelat uşor matematic. Din analiza răspunsului dinamic al acestui sistem, de exemplu la o excitaţie armonică, se stabilesc relaţii între proprietăţile dinamice ale materialului şi mărimile măsurabile ce caracterizează răspunsul sistemului. La structurarea modelului, se adoptă ipoteze privind numărul de grade de libertate ale sistemului, mecanismele de amortizare şi caracterul forţelor elastice, interacţiunea echipamentului de măsură cu sistemul studiat etc., verificate apoi prin rezultatele experimentale şi eventual modificate. În continuare se prezintă patru metode utilizate de autori la măsurarea amortizării şi constantelor elastice dinamice ale unor izolatori de vibraţii.

Metoda I. Izolatorul studiat formează elementul elastic şi disipativ al oscilatorului cu un grad de libertate. El este lipit între o bază „rigidă" şi o masă mobilă, acţionată cu o forţă armonică $F_0 \cos \omega t$, de la un excitator electrodinamic, prin intermediul unui captor de forţe (fig. 9.39).

Se trasează apoi mai multe diagrame polare, pentru cîteva valori F_0 ale amplitudinii forţei excitatoare şi se unesc punctele de aceeaşi frecvenţă (fig. 9.40). Dacă se obţin linii drepte, concurente în origine, înseamnă că şi caracteristica elastică poate fi considerată liniară şi se folosesc formulele deduse pentru oscilatorul liniar (v. cap. 7) [42]. În caz contrar, curba

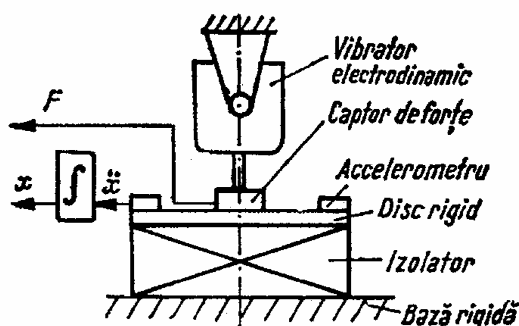


Fig. 9.39

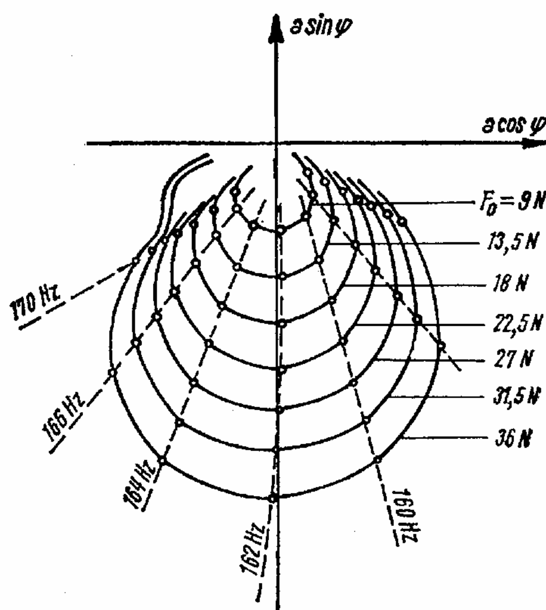


Fig. 9.40

liniilor de frecvenţă constantă indică felul neliniarităţii — tare sau moale — urmînd să se folosească formulele deduse pentru oscilatorul neliniar [43], aproximarea cu o lege cubică fiind de cele mai multe ori satisfăcătoare [44].

În figura 9.41 se prezintă comparativ curbele de răspuns în frecvenţă ale unui sistem cu un grad de libertate, cu amortizare liniară şi caracteristică elastică de forma $F_e = k\,(x + \alpha x^3)$, solicitat de o forţă armonică $F_0 \cos \omega t$, pentru trei valori diferite ale coeficientului α. Se admite aproximarea răspunsului cu prima armonică $x = a \cos (\omega t + \varphi)$. Curbarea spre pulsaţii joase a liniilor ω = const. indică un sistem cu caracteristică elastică tare iar curbarea spre pulsaţii înalte — un sistem cu caracteristică moale.

Dacă aparatura permite excitarea cu forţe în cuadratură, se foloseşte „metoda celor două cercuri" [45]. Se trasează o primă diagramă polară a deplasării, folosind o forţă excitatoare de forma $F_0 \cos \omega t$. Se trasează apoi o a doua diagramă, adăugînd la forţa iniţială o componentă $\lambda F_0 \cos \left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$. Cele două diagrame (gradate în frecvenţă) se intersectează în punctul M (fig. 9.42), căruia îi corespund frecvenţele f_r — pe diagrama $\lambda = 0$ şi f' — pe diagrama $\lambda \neq 0$.

Se trasează cercul care aproximează cel mai bine punctele determinate experimental pentru $\lambda = 0$, aflate în vecinătatea lui M. Se duce diametrul $O'M$ al acestui cerc. Dreapta (Δ), perpendiculară pe $O'M$, taie diagrama

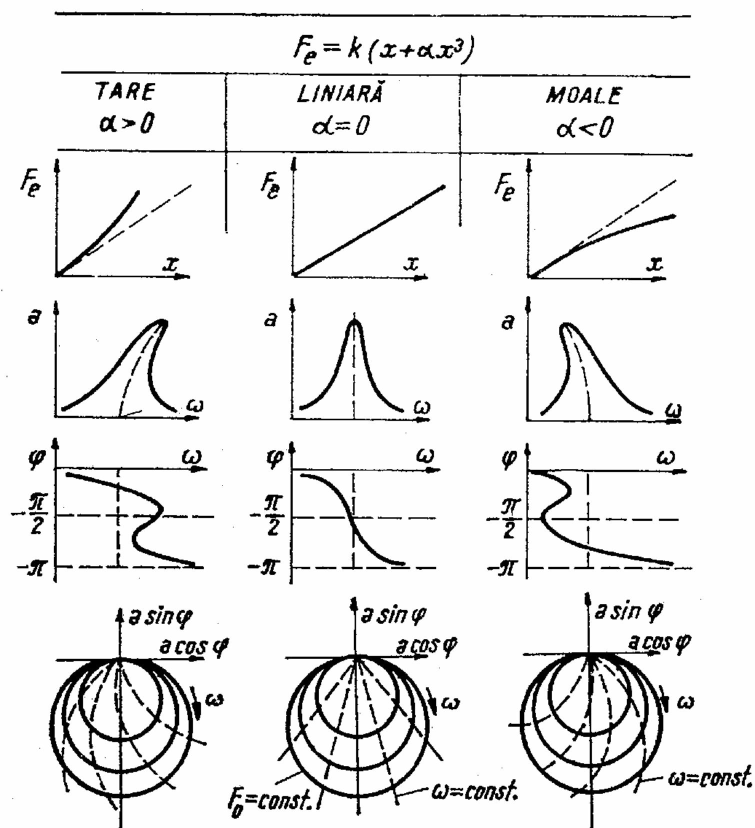


Fig. 9.41

$\lambda \neq 0$ în punctul N, de frecvență f_1. Factorul de amortizare histeretică echivalentă se calculează cu relația

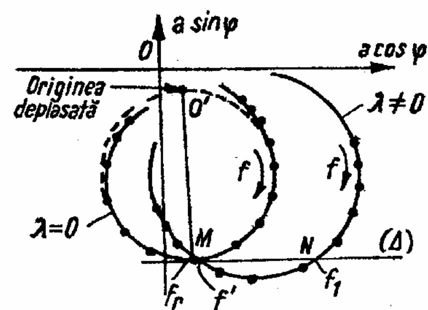


Fig. 9.42

$$g = \frac{\lambda(f'^2 - f_r^2)}{(1+\lambda^2)f_r^2 - f_1^2}$$

iar constanta elastică dinamică cu relația

$$k = \frac{1}{g}\frac{F_0}{a_r},$$

unde $a_r = O'M$.

În cazul sistemelor liniare, $f_1 = f_r$ este frecvența de rezonanță a sistemului, iar factorul de amortizare se calculează cu relația

$$g = \frac{1}{\lambda}\frac{f'^2 - f_r^2}{f_r^2}.$$

Excitația cu forțe armonice cu componente în cuadratură este de asemenea folosită la aplicarea „metodei celor trei cercuri" atît la sisteme liniare [46] cît și la sisteme neliniare, cu caracteristică elastică cubică [45].

Metoda II. În cazul materialelor care trebuie încercate sub presiuni statice mari, se poate utiliza montajul din figura 9.43 *a*, bazat pe folosirea vibratorului electrodinamic ca excitator inerțial.

Corpul vibratorului este fixat de greutăţi (sub formă de plăci „rigide") aşezate pe materialul încercat (strat sau cîte trei izolatori identici), rezemat pe o bază „rigidă". La echipamentul mobil al vibratorului se ataşează o greutate cunoscută şi un accelerometru piezoelectric. Mişcarea plăcilor

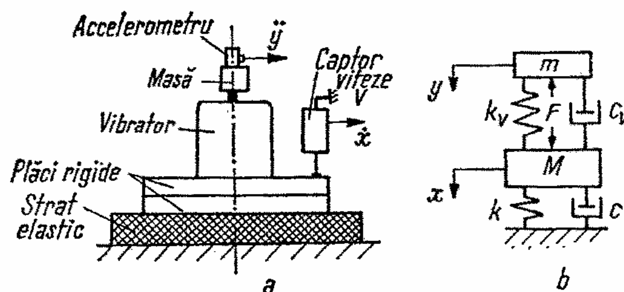


Fig. 9.43

este măsurată cu un captor de viteze electrodinamic. Pe schema echivalentă din figura 9.43.*b* s-a notat: m — masa echipamentului mobil, a greutăţii şi accelerometrului ataşate de ea; M — masa corpului vibratorului şi a greutăţilor necesare realizării presiunii statice; k_v şi c_v — constanta elastică şi coeficientul de amortizare vîscoasă echivalentă ale suspensiei vibratorului; k şi c — valorile corespunzătoare izolatorului încercat; F — forţa produsă de vibrator.

Ecuaţiile mişcării celor două mase

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx + c_v(\dot{x} - \dot{y}) + k_v(x - y) = F,$$

$$m\ddot{y} + c_v(\dot{y} - \dot{x}) + k_v(y - x) = -F,$$

adunate membru cu membru, conduc la

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y},$$

ecuaţia mişcării unui sistem cu un grad de libertate sub acţiunea forţei $-m\ddot{y}$, forţa de inerţie datorită mişcării masei m. Menţinînd constantă acceleraţia acestei mase şi măsurînd viteza $\dot{x}$ a masei M, la diferite frecvenţe în jurul rezonanţei, se trasează diagrama polară a mobilităţii $\dot{x}/m\ddot{y}$ pe baza căreia se calculează k şi c cu formulele cunoscute [47]. Dacă se menţine $\dot{x} =$ const. şi se măsoară acceleraţia $\ddot{y}$ la diferite frecvenţe, se poate trasa dreapta impedanţei mecanice $m\ddot{y}/\dot{x}$ în planul complex, calculîndu-se apoi k şi c.

La studiul proprietăţilor materialelor neliniare se recomandă trasarea unor „curbe de rezonanţă inversate", menţinînd constantă amplitudinea deplasării greutăţilor M şi reprezentînd variaţia cu frecvenţa a acceleraţiei $\ddot{y}$ a masei m (fig. 9.44).

Utilizînd curba inferioară din figura 9.44, frecvenţa de rezonanţă f_r se măsoară în dreptul valorii $\ddot{y}_{min}$. Intersectînd curba cu dreapta de ordonată $\sqrt{2}\,\ddot{y}_{min}$, se determină frecvenţele „punctelor de semiputere" f_1 şi f_2. Raportul de amortizare $\zeta = \dfrac{c}{c_{cr}}$ se calculează cu relaţia

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_r}.$$

Repetînd calculele pentru fiecare curbă, se poate stabili dependenţa lui ζ de amplitudinea deplasării a. Apoi se calculează k pe baza valorii $\ddot{y}_{min}$

$$k = \frac{m\,\ddot{y}_{min}}{2\zeta a}.$$

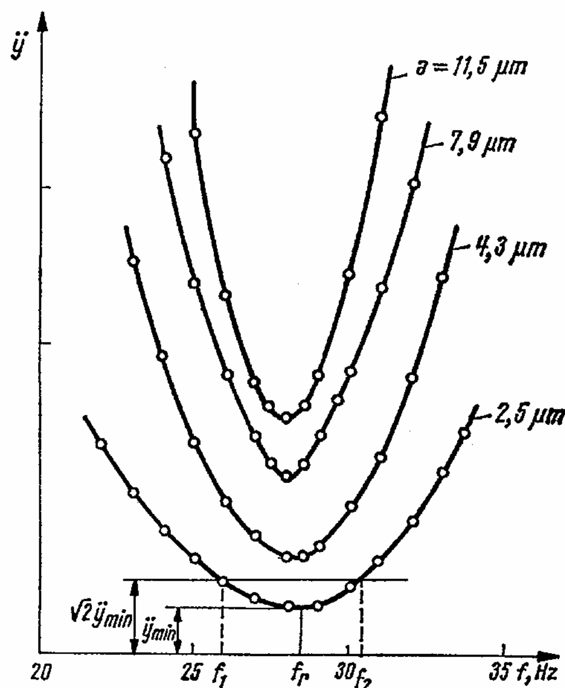
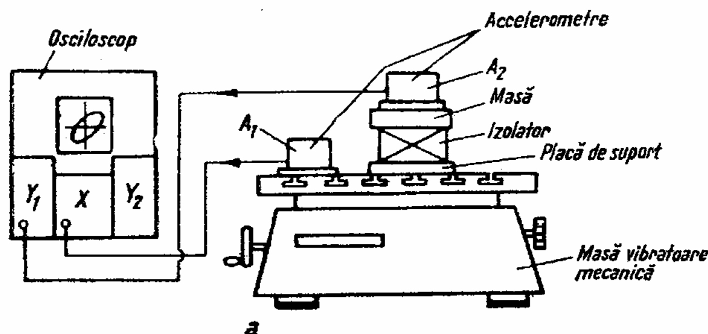


Fig. 9.44

Metoda a fost folosită cu bune rezultate la determinarea constantelor elastice dinamice ale terenurilor de fundaţie [48].

Metoda III. Izolatorul studiat se lipeşte între o masă mobilă şi o placă de suport, montată pe o masă vibratoare mecanică sau electrodinamică (fig. 9.45 *a*). Se folosesc două accelerometre identice, unul montat pe masa mobilă, celălalt — pe masa vibratoare, ale căror semnale se introduc pe plăcile de deflecţie verticale, respectiv orizontale ale unui osciloscop, rezultînd o elipsă.



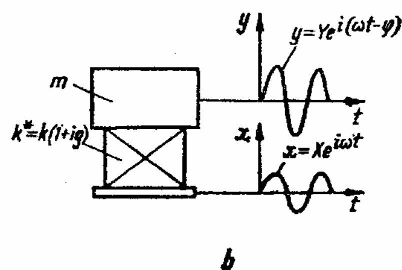


Fig. 9.45

Dacă masa vibratoare are o mişcare armonică $x = X\,e^{i\omega t}$, masa mobilă va avea o mişcare $y = Ye^{i(\omega t-\varphi)}$, defazată cu unghiul φ în urma excitaţiei (fig. 9.45 *b*).

Dacă izolatorul este caracterizat printr-o constantă elastică complexă k^* (2.54), atunci se pot stabili relaţiile

$$k = m\omega^2 \frac{1 - \frac{X}{Y}\cos\varphi}{1 + \frac{X^2}{Y^2} - 2\frac{X}{Y}\cos\varphi}, \qquad g = \frac{\sin\varphi}{\frac{Y}{X} - \cos\varphi},$$

unde m este masa totală a greutăţii mobile şi a accelerometrului A_2 iar $\frac{X}{Y}$ este raportul amplitudinilor deplasărilor bazei şi a masei m (egal cu raportul amplitudinilor acceleraţiilor măsurate cu accelerometrele A_1 şi A_2).

Cantităţile $\frac{X}{Y} = \frac{OC}{OB}$ şi $\sin\varphi = \frac{OA}{OB}$ se calculează cu metoda elipsei (v. fig. 7.8 *b*), astfel că repetînd măsurările la diferite valori ω se poate stabili variaţia cu frecvenţa a constantei elastice k şi a factorului de amortizare g.

Dacă izolatorul studiat este o bucată de material deformabil, de grosime b şi suprafaţă A, se poate calcula modulul de elasticitate dinamic

$$E_1 = \frac{b}{A} k.$$

Relaţia este valabilă pentru grosimi b mici şi pulsaţii ω relativ joase, cînd nu intervin efecte de undă.

Metoda IV. Pentru caracterizarea completă a unui material vîscoelastic este necesară determinarea experimentală atît a modulului de elasticitate longitudinal, $E^* = E_1(1 + ig)$ cît şi a celui transversal $G^* = G_1(1 + ig)$. Măsurarea modulului de elasticitate transversal G^* se face solicitînd materialul la forfecare, utilizînd un aparat ca în figura 9.46 [49].

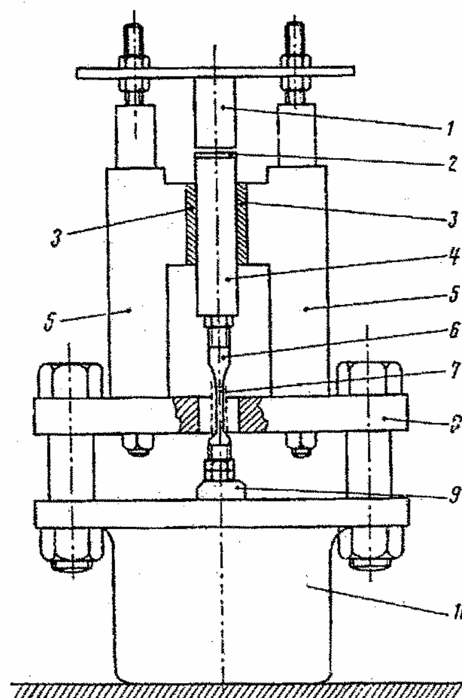


Fig. 9.46

Două bucăţi identice din materialul studiat *3* se lipesc între o piesă mobilă centrală *4* şi două suporturi fixe *5*, fixate la placa de bază *8*. Forţa şi mişcarea sînt produse de vibratorul electrodinamic *10*, de a cărui bobină mobilă *9* este montată tija *6* şi piesa centrală *4*, care joacă rolul unei mase rezemate elastic. Pe tija *6* se lipesc traductorii tensometrici rezistivi *7*, realizîndu-se un captor de forţe. Acesta se poate etalona static, răsturnînd aparatul şi ataşînd greutăţi cunoscute de piesa *4*. Deplasarea piesei *4* se măsoară cu un traductor inductiv fără contact *1*. Discul de cupru *2*, lipit pe piesa de aluminiu *4*, măreşte sensibilitatea traductorului.

Dacă se măsoară amplitudinea forței F aplicată piesei *4*, amplitudinea deplasării X a acesteia şi defazajul φ între forță şi deplasare, modulul de elasticitate transversal dinamic se calculează cu relația

$$G_1 = \frac{b}{A} \quad \frac{F\cos\varphi + M\omega^2 X}{X}$$

iar factorul de amortizare cu relația

$$g = \frac{G_2}{G_1} = \frac{F\sin\varphi}{F\cos\varphi + M\omega^2 X},$$

unde b este grosimea materialului, A — aria suprafeței totale de lipire a ambelor bucăți de material de piesa centrală, M — masa piesei centrale *4* şi a unei părți a tijei *6*.

La majoritatea elastomerilor, deoarece coeficientul lui Poisson $\nu \cong 0{,}5$ se consideră că $G_1 \cong \frac{E_1}{3}$.

Sinteze asupra metodelor de determinare a modulului de elasticitate dinamic şi a factorului de amortizare al materialelor se găsesc în lucrările [50], [51] şi [52].

BIBLIOGRAFIE LA CAP. 9

1. Beranek, L.L. (ed.), *Noise Reduction*, Mc Graw-Hill Book Comp., Inc., New York, 1960.
2 Fieldhouse, K. N., *Techniques for identifying sources of noise and vibration*, Sound and Vibration, **4**, *12*, 14—18 (Dec. 1970).
3. Babkin, A.S., Anderson, J. J., *Mechanical signature analysis of ball bearings by real time spectrum analysis*, Nicolet Instruments Ltd. Application Note Nr. 3 (May 1972)
4. Bannister, R., Donato, V., *Signature analysis of turbomachinery*, Sound and Vibration, **5**, *9*, 14—21 (Sept. 1971).
5. Tustin, W., *Measurement and analysis of machinery*, Chemical Engineering Progress, **67**, *6*, 62—69 (1971).
6. Borhaug, J. E., Mitchell, J. S., *Applications of spectrum analysis to on-stream condition monitoring and malfunction diagnosis of process machinery*, Proc. First Turbomachinery Symposium, A & M University, Texas, 1972.
7. Radeş, M., *Identificarea surselor de zgomote şi vibrații*, Comunicările Conferinței „Vibrații în construcția de maşini", Timişoara, 31 oct. — 2 nov. 1975, vol. 2, p. 355—360.
8. Miller, T.D., *Machine noise analysis and reduction*, Sound and Vibration, **1**, *3*, 8—14 (March 1967).
9. Tatge, R.B., *Acoustic techniques for machinery diagnostics*, Journal of Acoustical Society of America, **44**, p. 374 (1968).
10. Johnson, N.E., *Techniques for reducing fan noise*, Machine Design, **34**, *8*, 109—115 (1962).
11. Jenkins, S. H., Walter, J., *Identifying engine and vehicle noise sources*, Diesel and Gas Turbine Progress (Oct. 1972).
12. Ruffini, A. J., *Bearing noise*, Machine Design, **35**, *11*, 232—235 (1963); **35**, *12*, 158—166 (1963).
13. Martin, R.L., *Detection of ball bearing malfunctions*, Instruments and Control Systems, **43**, *12*, 79—82 (1970).
14. Lavoie, F.J., *Signature analysis. Product early-warning system*, Machine Design, **41**, *2*, 149—160 (Jan. 1969).
15. Schlegel, R. G., King, R. J., Mull, H.R., *Gear noise*, Machine Design, **34**, *4* (1964).
16. Mitchell, L.D., Lynch, G.A., *Origins of noise*, Machine Design, **41**, *10*, 174—178 (1969).
17. Hugenbruch, E. R., *Sounds of bevel and hypoid gears*, Design News, **18**, *13*, 14—17 (1963).

18. STEIN, P. K., *Measurement Engineering*, 1, Sec. 17, Stein Engineering Services Inc., Phoenix, Ariz., 1962.
19. RANDALL, R.B., *Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis*, Brüel & Kjaer Application Note Nr. 13—150.
20. KELLER, A.C., *Real time spectrum analysis of machinery dynamics*, Spectral Dynamics Corp. Publication S & V—6 (1975).
21. BARWICK, P., LEMON, J., *Experimental method of determining sources of chatter in machine-tool systems*, Vibrations Conference, Boston, Mass., March 29—31, 1967.
22. KWIATKOWSKI, A.W., AL-SAMARAI, H. M., *Identification of milling machine receptances from random signals during cutting*, Annals of C.I.R.P., **16**, 137—144 (1968).
23. OLESEN, H.P., *Measurement of the dynamic properties of materials and structures*, Brüel & Kjaer Application Note No. 13—120.
24. BUZDUGAN, GH., PANĂ, T., COSAC, V., MIHĂILESCU, E., RADEŞ, M., DUMITRESCU, E., *Determinarea răspunsului dinamic al unei maşini de frezat*, A 2-a Conferinţă Naţională de maşini unelte, Bucureşti, 1976, p. 91—101.
25. BUZDUGAN, GH., SEGAL, H., BLUMENFELD, M., PETRE, A., COSAC, V., DUMITRESCU, E., MINCĂ, I., *Dehnungs-und Vibrationsuntersuchungen der Rollbahnträger*, A V-a Conferinţă de Sudură şi Încercări de Materiale, Timişoara 1965, p. 289—297.
26. BUZDUGAN. GH., SARIAN, M., VOINEA, R., PETRE, A., BLUMENFELD, M., PANĂ, T., BARBU, E., *Dynamische Stabilität der Hängebrücken zur überführung von Gasrohrleitungen über Flüsse*, Buletinul Institutului politehnic Bucureşti, **23** (1961).
27. PANĂ, T., CONSTANTINESCU, I., VOICU, C., *Mesures de vibrations engendrées dans les structures par vibrateurs*, Naucini dokladi ot seminar "Teoria na mehanizmite i maşinite" Varna, Septembrie 1976, p. 11—16.
28. EWINS, D. J., *Study of resonance coincidence in bladed discs*, Journal of Mechanical Engineering Science, **12**, *5*, 305—312 (1970).
29. SCHLESINGER, G., *Testing Machine Tools*, The Machinery Publishing Co., London, 1945.
30. TOBIAS, S.A., *Dynamic acceptance tests for machine tools*, Int. J. Mach. Tool Des. Res., **2**, 267—280 (1962).
31. SADEK, M.M., TOBIAS, S. A., *Comparative dynamic acceptance tests for machine tools applied to horizontal milling machines*, Proc. Inst. Mech. Engrs., **185**, 319—337 (1970—1971).
32. RADEŞ, M., *Determinarea amortizării structurii maşinilor unelte*, A doua Conferinţă Naţională de Maşini unelte, Bucureşti, 27—28 dec. 1976, p. 23—32.
33. BUZDUGAN. GH., PANĂ, T., FETCU, L., SCHULLER, K., MIHĂILESCU, E., BĂLAN, M., *Studiul experimental al vibraţiilor în claviatura de conducte a unei staţii de compresoare de gaz metan*, Buletinul Universităţii din Braşov, **16**, 129—139 (1974).
34. CURRY, G. E., ANDERSON J. J., *Quality evaluation of automotive d-c motors, using real-time spectrum analysis*, Application Note 5, Federal Scientific Corporation, Sept. 1972.
35. HAUCK, G., WILLENBRINK, L., STÜBER, C., *Körperschall-und Luftschallmessungen an unterirdischen Schienenbahnen*, Eisenbahntechnische Rundschau, Heft *7/8*, Juli-August 1972.
36. CATLIN, J. B., *Improved maintenance of machinery through "baseline" vibration measurements*, Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 913—918 (Nov. 1973).
37. DOWNHAM, E., WOODS, R., *The rationale of monitoring vibration on rotating machinery in continuously operating process plant*, ASME Paper No. 71—Vibr-96.
38. * * * *Notes on the Use of Vibration Measurements for Machinery Condition Monitoring*, Bruel & Kjaer Application Note 14—227.
39. BUZDUGAN, GH., BLUMENFELD, M., COSAC, V., RADEŞ, M., MIHĂILESCU, E., *Relaţii cantitative privitoare la prevenirea efectelor dăunătoare ale derocărilor prin explozii*, Sinteză documentară, Institutul Naţional de Informare şi Documentare, Bucureşti, 1976.
40. WHITE, R. G., MANNERING, M.E.J., *Techniques for measuring the vibration transmission characteristics of the ground*, Journal of the Society of Environmental Engineers, March, 1975.
41. MEDVEDEV, S.Y., *Seismika gornih vzrivov*, Nedra, Moskva, 1964.
42. RADEŞ, M., *Metode de analiză grafică a răspunsului dinamic al sistemelor mecanice*, St. cerc. mec. apl., **33**, *1*, 75—103 (1974).
43. RADEŞ, M., *A technique for measuring the dynamic properties of polyurethane foam layers*, Second Int. Symp. RILEM "*New Developments in Non-Destructive Testing of Non-Metallic Materials*", Constanţa, 4—7 Sept. 1974, vol. **1**, p. 133—140.
44. RADEŞ, M., *Efectul neliniarităţilor asupra diagramelor polare ale răspunsului în frecvenţă al structurilor*, St. cerc. mec. apl., **35**, *1*, 73—91 (1976).
45. RADEŞ, M., *Dynamic testing of non-linear materials using harmonic excitation with forces in quadrature*, Rev. Roum. Sci. Tech. — Mec. Appl., **22**, *4*, 593—606 (1977).

46. MIHĂILESCU, E. și RADEȘ, M., *Dynamic structural measurement using the method of forces in quadrature*, Proc. Symp. *"Experimental Techniques in Applied Mechanics"*, București, 1–3 Nov. 1972, p. 21–34.
47. RADEȘ, M., *Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice*, Editura Academiei R.S. România, București, 1979.
48. GROOTENHUIS, P., AWOJOBI, A. O., *The in-situ measurement of the dynamic properties of soils*, Proc. Symp. *"Vibration in Civil Engineering"*, Butterworths, London, 1966, p. 181–187.
49. GROOTENHUIS, P., *Measurement of the dynamic properties of damping materials*, Proc. Int. Symp. "Damping of Vibrations of Plates by Means of Layers", Leuven, Sept. 1967.
50. PAYNE, A. R., SCOTT, J. R., *Engineering Design with Rubber*, Maclaren and Sons Ltd., London, 1960.
51. BUZDUGAN, GH., FETCU, L., RADEȘ, M., *Physical signification and measurement methods of the dynamic modulus of elasticity*, Proc. 9th Jugoslav Congress on Applied Mechanics, Split, 3–8 June 1968, p. 349–365.
52. * * * *Measurement of the Complex Modulus of Elasticity: A Brief Survey*, Brüel & Kjaer Application Note 13–099.